

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

الموضوع



RS22



3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المرشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الثالث
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الخامس

- بالنسبة للتمرين الخامس ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري



الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$

1 بين أن $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) 0.75

2 أ- بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و استنتج أن $x - y - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.75

ب- احسب المسافة $d(\Omega, (ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في A 0.75

3 ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω والعمودي على (ABC)

$$\text{أ- بين أن } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{تمثيل بارامتري للمستقيم } (\Delta) \quad 0.25$$

ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني (3 ن)

1 حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8z + 25 = 0$ 0.75

2 نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالإزاحة T هو $d = 10 + 9i$ و $a = 4 + 3i$ و $b = 4 - 3i$ و $c = 10 + 3i$ والإزاحة T التي متجهتها \overline{BC} 0.75

ب- تحقق من أن $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\frac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلثي. 1

ج- بين أن $(\overline{AD}, \overline{AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$ 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$ لكل n من \mathbb{N}

1 تحقق من أن $u_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(u_n - 1)$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

2 أ- بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25

3 لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 1$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n 0.5

ب- بين أن $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ لكل n من \mathbb{N} ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75

يحتوي كيس على 9 بيدقات : أربع بيدقات بيضاء و ثلاث بيدقات سوداء و بيدقتان خضراوان .
(لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1 (1) نعتبر الحدثين A : " الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون " و B : " الحصول على ثلاث بيدقات مختلفة اللون مثنى مثنى " .

$$\text{بين أن } P(A) = \frac{5}{84} \text{ و } P(B) = \frac{2}{7}$$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات السوداء المسحوبة .
أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3

$$\text{ب- بين أن } P(X=2) = \frac{3}{14} \text{ و } P(X=1) = \frac{15}{28}$$

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X

التمرين الخامس (8 ن)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - x - \ln x$

1 (1) أ- تحقق من أن $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ لكل x من IR .

ب- بين أن $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ واستنتج أن الدالة g تناقصية على $]0, 1[$ و تزايدية على $]1, +\infty[$

2 (2) بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) .

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm) .

1 (1) أ- بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا هذه النتيجة .

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (لاحظ أن $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln x}{x} \right)^2 \right)$)

ج- استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجما بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

2 (2) أ- بين أن $f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - \ln x}{x} \right)$ لكل x من $]0, +\infty[$.

ب- تحقق من أن $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln x}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ و استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$

3 (3) أ- بين أن $y = 2x - 2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1, 0)$

ب- أنشئ في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيم (T) والمنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة هي A)

4 (4) أ- تحقق من أن $H : x \mapsto x(\ln x - 1)$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم بين أن $\int_1^e \ln x dx = 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$

$$\text{و } x = e \text{ هي } \frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2$$



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013 عناصر الإجابة

RR22

الصفحة
1
2



3	مدة الإختبار	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)			
0.75	(1)	0.5 للمعادلة و 0.25 للتحقق من انتماء A ل (S)	
1.5	(2)	أ- 0.5 لحساب الجداء المتجهي و 0.25 لمعادلة المستوى ب- 0.25 لحساب المسافة و 0.25 للمستوى مماس للفلكة و 0.25 ل A هي نقطة التماس	
0.75	(3)	أ- 0.25 ب- 0.25 لمثلوث إحداثيات كل نقطة	
التمرين الثاني (3 ن)			
0.75	(1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)	
2.25	(2)	أ- 0.25 للتوصل إلى $d - a = c - b$ أو $z' = z + 6 + 6i$ و 0.5 لتحديد d ب- 0.5 لحساب $\frac{b-a}{d-a}$ لمعيار العدد و 0.25 لعمدة العدد	
		ج- 0.25 للكتابة $[2\pi] \arg\left(\frac{b-a}{d-a}\right) \equiv (\overline{AD}, \overline{AB})$ و 0.25 للتوصل إلى أن $\frac{5\pi}{4}$ قياس للزاوية	
التمرين الثالث (3 ن)			
0.5	(1)	0.5	
1.25	(2)	أ- 0.5 ب- 0.5 ج- 0.25	
1.25	(3)	أ- 0.25 للمتتالية هندسية و 0.25 لكتابة v_n بدلالة n ب- 0.25 لكتابة u_n بدلالة n و 0.25 ل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0$ و 0.25 ل $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$	
التمرين الرابع (3 ن)			
1	(1)	0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{C_4^3 + C_3^3}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب و 0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو $\frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب	
2	(2)	أ- 0.25	
		ب- 0.25 للتوصل إلى أن $P(X=2) = \frac{C_3^2 \times C_6^1}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب و 0.25 للتوصل إلى أن $P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_6^2}{C_9^3}$ و 0.25 للحساب	
		ج- 0.25 ل $P(X=0)$ و 0.25 ل $P(X=3)$ و 0.25 لقانون الاحتمال	

الصفحة 1 2	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2013		الملكة المغربية التمرين الخامس 1.25 (1-I)
	ب- 0.5 لحساب $g'(x)$ و 0.25 ل g تناقصية على $[0,1]$ و 0.25 ل g تزايدية على $[1,+\infty[$ عناصر الإجابة		0.5 (2)
	أ- 0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل		1.25 (1-II)
3	مدة الإجابة	ب- 0.25 ل $\lim f(x) = +\infty$ و 0.25 ل $\lim \frac{f(x)}{x} = +\infty$ الرياضيات	المادة
7	المعامل	ج- 0.25 ل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها أ- 1 لحساب المشتقة	الشعبة الرياضيات
		ب- 0.25 للتحقق من المتساوية و 0.5 ل f تزايدية على $]0,+\infty[$	1.75 (2)
		أ- 0.5 ب- 1 (انظر الشكل)	1.5 (3)
		أ- 0.5 ل H دالة أصلية ل h (تمنح كذلك 0.5 في حالة حساب $H'(x)$ دون ذكر قابلية اشتقاق H) و 0.25 لحساب التكامل ب- 0.25 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للحساب	1.75 (4)
		ج- 0.25 لحساب $\int_1^e (x^2 - 1)dx$ و 0.25 للتوصل إلى أن المساحة هي $\frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8)cm^2$ (يتعلق الأمر بمساحة الجزء الملون)	

