

## الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2014  
الموضوع

NS 22

ⵜⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵏⴳⴷⴰⵢⵜ  
ⵏ ⵓⴽⴷⴰⵏⵜ ⵏ ⵓⴽⴷⴰⵢⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعبة أو المسلك

## تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الثالث
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة وحساب التكامل	المسألة

- بالنسبة للمسألة ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

الموضوعالتمرين الأول : ( 3 ن )

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(0, 3, 1)$  و  $B(-1, 3, 0)$  و  $C(0, 5, 0)$  و الفلكة  $(S)$  التي معادلتها :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$

1- أ- بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$  واستنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  غير مستقيمية 0.75

ب- بين أن  $2x - y - 2z + 5 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  0.5

2- أ- بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(2, 0, 0)$  و أن شعاعها هو 3 0.5

ب- بين أن المستوى  $(ABC)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75

ج- حدد مثلث إحداثيات  $H$  نقطة تماس المستوى  $(ABC)$  و الفلكة  $(S)$  0.5

التمرين الثاني : ( 3 ن )

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$  0.75

2) نعتبر العدد العقدي  $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

أ- بين أن معيار العدد  $u$  هو  $\sqrt{2}$  و أن  $\arg u \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$  0.5

ب- باستعمال كتابة العدد  $u$  على الشكل المثلثي، بين أن  $u^6$  عدد حقيقي 0.75

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين

لحاقهما على التوالي هما  $a$  و  $b$  بحيث  $a = 4 - 4i\sqrt{3}$  و  $b = 8$

ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  من المستوى و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  و زاويته  $\frac{\pi}{3}$

أ- عبر عن  $z'$  بدلالة  $z$  0.5

ب - تحقق من أن  $B$  هي صورة  $A$  بالدوران  $R$  و استنتج أن المثلث  $OAB$  متساوي الأضلاع 0.5

التمرين الثالث : ( 3 ن )

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 13$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 7$  لكل  $n$  من  $IN$

1) بين بالترجع أن  $u_n < 14$  لكل  $n$  من  $IN$  0.75

2) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث :  $v_n = 14 - u_n$  لكل  $n$  من  $IN$

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  1

ب- استنتج أن  $u_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$  لكل  $n$  من  $IN$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75

ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها  $u_n > 13,99$  0.5

**التمرين الرابع : (3 ن)**

يحتوي كيس على تسع بيدات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد : 0 و 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 و 1  
 (1) ن سحب عشوائيا و في آن واحد بيداتين من الكيس  
 ليكن  $A$  الحدث : " مجموع العددين اللذين تحملهما البيداتين المسحوبتين يساوي 1 "

$$p(A) = \frac{5}{9} \text{ بين أن}$$

(2) نعتبر اللعبة التالية : يسحب سعيد عشوائيا و في آن واحد بيداتين من الكيس و يعتبر فائزا إذا سحب بيداتين تحمل كل واحدة منهما العدد 1

$$\text{أ- بين أن احتمال فوز سعيد هو } \frac{1}{6}$$

ب- لعب سعيد اللعبة السابقة ثلاث مرات ( يعيد سعيد البيداتين المسحوبتين إلى الكيس في كل مرة )  
 ما هو الاحتمال لكي يفوز سعيد مرتين بالضبط ؟

**المسألة : (8 ن)**

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

(1) بين أن  $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  و استنتج أن الدالة  $g$  تزايدية على  $]0, +\infty[$  0.5

(2) تحقق من أن  $g(1) = 0$  ثم استنتج أن  $g(x) \leq 0$  لكل  $x$  من  $]0, 1[$  و  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $[1, +\infty[$  0.75

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة : 1 cm )

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  و أول هندسيا النتيجة 0.5

(2) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  0.25

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)^2}{x} = 0$  ( يمكنك وضع  $t = \sqrt{x}$  ) ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  1

ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$  0.25

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ثم استنتج أن الدالة  $f$  تناقصية على  $]0, 1[$  1.5

و تزايدية على  $[1, +\infty[$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0, +\infty[$  ثم استنتج أن  $f(x) \geq 2$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  1

(4) أنشئ  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب ) 0.75

(5) نعتبر التكاملين  $I$  و  $J$  التاليين :  $I = \int_1^e (1 + \ln x) dx$  و  $J = \int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$

أ- بين أن  $H : x \mapsto x \ln x$  دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto 1 + \ln x$  على  $]0, +\infty[$  ثم استنتج أن  $I = e$  0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $J = 2e - 1$  0.5

ج- احسب ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و محور الأفاصيل و المستقيمين

اللذين معادلتاهما  $x = e$  و  $x = 1$

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2014  
عناصر الإجابة

NR 22

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵏ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ | ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵏ  
ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵏ ⵏ ⵏⵓⵔⵉⵏ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعبة أو المسلك

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (3 ن)

أ- 0.5 لحساب الجداء المتجهي و 0.25 للنقط غير مستقيمية  
ب- 0.5

(1) 1.25

أ - 0.25 للمركز و 0.25 للشعاع  
ب- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للحساب و 0.25 لـ  $(ABC)$  مماس  
ج- 0.25 للتمثيل البارامتري و 0.25 للمثلث هو  $(0,1,2)$

(2) 1.75

التمرين الثاني (3 ن)

0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين\* (تمنح 0.75 إذا تم التوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)

(1) 0.75

أ - 0.25 للمعيار و 0.25 للعمدة ب- 0.25 لمعيار  $u^6$  و 0.25 لعمدة للعدد  $u^6$  و 0.25 للعدد  $u^6$  حقيقي

(2) 1.25

أ- 0.5  $(z' = e^{\frac{i\pi}{3}} z)$  أو  $(z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z)$  ب- 0.25 للتحقق و 0.25 للمثلث متساوي الأضلاع

(3) 1

التمرين الثالث (3 ن)

0.75

(1) 0.75

أ- 0.5 للمتتالية هندسية و 0.5 للتوصل إلى  $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(2) 2.25

ب- 0.25 للاستنتاج و 0.25 لـ  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$  و 0.25 لـ  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 14$

ج- 0.5 للتوصل إلى أن القيمة هي 7

التمرين الرابع (3 ن)

0.75 للتوصل إلى صيغة  $p(A)$  و 0.25 للحساب (سواء تم ذلك باستعمال صيغة  $C_n^p$  أو باستعمال الآلة الحاسبة)

(1) 1

أ- 0.75 للتوصل إلى صيغة الاحتمال و 0.25 للحساب (سواء تم ذلك باستعمال صيغة  $C_n^p$  أو باستعمال الآلة الحاسبة)

(2) 2

ب- 0.75 للطريقة المتبعة المؤدية إلى حساب الاحتمال المطلوب و 0.25 للتوصل إلى أن الاحتمال هو  $\frac{5}{72}$



المسألة ( 8 ن )

0.25 للمشتقة و 0.25 للدالة تزايدية	(1-I)	0.5
0.25 للتحقق و 0.25 لإشارة $g(x)$ على المجال $]0,1[$ و 0.25 لإشارة $g(x)$ على $[1,+\infty[$	(2)	0.75
0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل	(1-II)	0.5
أ- 0.25 ب- 0.5 لكل نهاية ج- 0.25 ( فرع شلجمي في اتجاه محور الأفاصيل)	(2)	1.5
أ- 1 لحساب المشتقة و 0.25 للدالة تناقصية على $]0,1[$ و 0.25 للدالة تزايدية على $[1,+\infty[$ ب- 0.5 ( تخصص 0.25 ل $f(1) = 2$ ) و 0.5 للاستنتاج	(3)	2.5
0.75 ( انظر الشكل )	(4)	0.75
أ- 0.25 ( تمنح كذلك 0.25 في حالة حساب $H'(x)$ دون ذكر قابلية اشتقاق $H$ ) و 0.25 لاستنتاج أن $I = e$ ب- 0.25 لتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للتوصل إلى أن $J = 2e - 1$ ج- 0.25 للمساحة ب $cm^2$ هي : $\int_1^e f(x)dx$ و 0.25 للحساب	(5)	1.5

