



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
الموضوع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	NS26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعبة أو المسلك

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها

.1

- يتكون الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات الأولى منها خاصة بهذه التعليمات.
- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح.
- تجنب الكتابة بقلم أحمر.
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

.2

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- ينبغي عليك تبرير النتائج وتعليلها (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...)

التمرين الأول (نقطتان)

$$1. \text{ تحقق أن لكل } x \text{ من } \{-2\} : x^2 - 2x + 7 - \frac{10}{x+2} = \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2} \quad 0.5$$

$$2. \text{ استنتج حساب التكامل : } I = \int_0^1 \frac{x^3 + 3x + 4}{x+2} dx \quad 1.5$$

التمرين الثاني (أربع نقط ونصف)

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

$$1. \text{ احسب } u_1 \text{ و } u_2 \quad 0.5$$

$$2. \text{ أ. بين بالترجع أن لكل } n \text{ من } \mathbb{N} : 0 \leq u_n \text{ وأن } u_n < 1 \quad 1$$

$$\text{ب. بين أن } u_{n+1} - u_n = \frac{3}{4}(1 - u_n) \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad 0.5$$

$$\text{ج. استنتج أن } (u_n)_{n \geq 0} \text{ متتالية تزايدية و أنها متقاربة.} \quad 0.5$$

$$3. \text{ نضع : } v_n = u_n - 1 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad 1$$

$$\text{أ. بين أن المتتالية } (v_n)_{n \geq 0} \text{ هندسية أساسها } q = \frac{1}{4} \text{ واحسب حدها الأول.} \quad 1$$

$$\text{ب. احسب } v_n \text{ بدلالة } n \text{ ثم استنتج } u_n \text{ بدلالة } n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad 0.5$$

$$\text{ج. احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \quad 0.5$$

التمرين الثالث (تسع نقط ونصف)

$$f(x) = -1 + \frac{1}{x} - 2 \ln x \quad \text{بما يلي: }]0; +\infty[\text{ المعرفة على } x \text{ للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة على }]0; +\infty[$$

$$\text{ولیکن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم } (O; \vec{i}; \vec{j}).$$

$$1. \text{ أ. احسب النهاية } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) \quad 1$$

$$\text{ب. أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.} \quad 0.25$$

$$2. \text{ أ. احسب النهاية } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ثم النهاية } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \quad 2$$

$$\text{ب. أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.} \quad 0.25$$

$$3. \text{ أ. بين أن لكل } x \text{ من }]0; +\infty[: f'(x) = -\left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}\right) \quad 1$$

$$\text{ب. ادرس إشارة } f'(x) \text{ على }]0; +\infty[\text{ وضع جدول تغيرات الدالة } f \quad 0.75$$

$$4. \text{ أ. بين أن : } f''(x) = 2\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}\right) \text{ لكل } x \text{ من }]0; +\infty[\text{ واستنتج تقعر المنحنى (C).} \quad 1.5$$

$$\text{ب. انقل الجدول التالي على ورقة التحرير ثم أتمم ملأه:} \quad 0.75$$

x	$\frac{1}{2}$	1	e
f(x)			

- ج . بين أن $y = -3x + 3$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1;0)$. 0.5
- 5 . أنشئ نقط المنحنى (C) التي أفاصيلها على التوالي $\frac{1}{2}$ و 1 و e و المماس للمنحنى في النقطة A ثم أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $\frac{1}{e} \approx 0,4$ و $\ln 2 \approx 0,7$). 1.5

التمرين الرابع (أربع نقط)

ملحوظة : تعطى جميع النتائج على شكل كسر.

- يحتوي كيس على ثمان كرات غير قابلة للتمييز باللمس ، ثلاث منها بيضاء وأربع خضراء وواحدة حمراء. نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الكيس في آن واحد. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد ألوان الكرات المسحوبة.
- 1 . تحقق أن القيم التي يأخذها X هي 1 و 2 و 3 . 0.5
- 2 . بين أن $p(X=1) = \frac{5}{56}$. 1
- 3 . احسب $p(X=3)$ ثم $p(X=2)$. 2
- 4 . احسب الأمل الرياضي لـ X . 0.5



الصفحة

1

1

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
عناصر الإجابة

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

4	المعامل	NR26	الرياضيات	المادة
2	مدة الإنجاز	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسبي		الشعبة أو المسلك

التمرين الأول (نقطتان)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
. 1		0,5	0,5	
. 2	$\int_0^1 \frac{dx}{(x+2)} = [\ln(x+2)]_0^1$	0,5	1,5	
	$\int_0^1 (x^2 - 2x + 7) dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + 7x \right]_0^1$	0,5		
	$I = \frac{19}{3} - 10 \ln \frac{3}{2}$	0,5		

التمرين الثاني (أربع نقط ونصف)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
. 1	$u_2 = \frac{15}{16}$ و $u_1 = \frac{3}{4}$	2×0.25	0.5	
. 2 أ.	إثبات أن: $\forall n; 0 \leq u_n$	0.5	1	تمنح النقطة كاملة في حالة إثبات المترشح للنتيجتين في أن واحد.
	إثبات أن: $\forall n; u_n < 1$	0.5		
. 2 ب.	إثبات أن: $\forall n; u_{n+1} - u_n = \frac{1}{4}(1 - u_n)$	0.5	0.5	
. 2 ج.	استنتاج أن (u_n) تزايدية	0.25	0.5	
	استنتاج أن (u_n) متقاربة	0.25		
. 3 أ.	إثبات أن (v_n) هندسية	0.75	1	
	$v_0 = -1$	0.25		
. 3 ب.	$v_n = \frac{-1}{4^n}$	0.25	0.5	
. 3 ج.	$u_n = \frac{-1}{4^n} + 1$	0.25	0.5	
. 3 ج.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$	0.5	0.5	تقبل النتيجة دون إثبات

التمرين الثالث (تسع نقط ونصف)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1. أ .	التعليل	0.75	1	تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0.25		
1. ب .	التأويل الهندسي	0.25	0.25	
2. أ .	التعليل	0.75	2	تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{+\infty} f(x) = -\infty$	0.25		
	التعليل	0.75	2	تمنح النقطة 0.25 في حالة لم يقدم المترشح تعليلا لحساب النهاية الصحيحة
	النتيجة : $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	0.25		
2. ب .	التأويل الهندسي	0.25	0.25	
3. ب .	إثبات أن $f'(x) < 0$	0.5	0.75	جدول التغيرات
	جدول التغيرات	0.25		
4. أ .	إثبات تعبير $f''(x)$	1	1.5	استنتاج التقعر
	استنتاج التقعر	0.5		
4. ب .	ملء الجدول	$\times 3$	0.75	ملء الجدول
	ملء الجدول	0.25		
4. ج .	إثبات معادلة المماس	0.5	0.5	إثبات معادلة المماس
	إثبات معادلة المماس	0.5		
5 .	إنشاء النقط الثلاث	$\times 3$	1.5	إنشاء النقط الثلاث
	إنشاء النقط الثلاث	0.25		
	إنشاء المنحنى	0.5		

التمرين الرابع (أربع نقط)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الفرعية	المجموع	ملاحظات
1 .	التحقق	0.5	0.5	يقبل كل تفسير صحيح
2 .	إثبات أن : $p(X=1) = \frac{5}{56}$	1	1	تقبل كل طريقة صحيحة
	الصيغة صحيحة	0.5		
3 .	$p(X=3) = \frac{12}{56}$	0.5	2	تقبل كل طريقة صحيحة
	الصيغة صحيحة	0.5		
	$p(X=2) = \frac{39}{56}$	0.5		
	الصيغة صحيحة	0.5		
4 .	$E(X) = \frac{119}{56}$	0.5	0.5	تمنح النقطة 0.25 إذا اكتفى التلميذ بذكر الصيغة العامة لـ $E(X)$