

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2015  
- الموضوع -

NS 26

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

### تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .

يتكون الموضوع الذي بين يديك من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

. 1

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...).

. 2

- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
- تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول : (4.5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + 1 & ; n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1. احسب  $u_1$  و  $u_2$  0.5
2. بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n < \frac{5}{4}$  0.5
3. أ. بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{5}\left(u_n - \frac{5}{4}\right)$  0.5  
ب. استنتج أن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية تزايدية وأنها متقاربة. 0.75
4. نضع  $v_n = u_n - \frac{5}{4}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.25  
أ. احسب  $v_0$  0.25  
ب. بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  0.5
- ج. احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{1}{4}\left(5 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  1
- د. احسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  0.5

التمرين الثاني : (11 نقطة)

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x + \frac{2}{x} + \ln x$   
وليكن  $(C)$  تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  0.75
- ب. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = +\infty$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1.5
2. أ. تحقق أن  $f(x) = x + \frac{2+x \ln x}{x}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  0.5  
ب. احسب  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1
3. أ. احسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  0.5  
ب. تحقق أن  $f'(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{x^2}$  وادرس إشارة التعبير  $(x-1)(x+2)$  على كل من المجالين  $]0; 1[$  و  $]1; +\infty[$  1

ج . استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية على المجال  $[1; +\infty[$  و تناقصية على المجال  $]0; 1]$  0.5

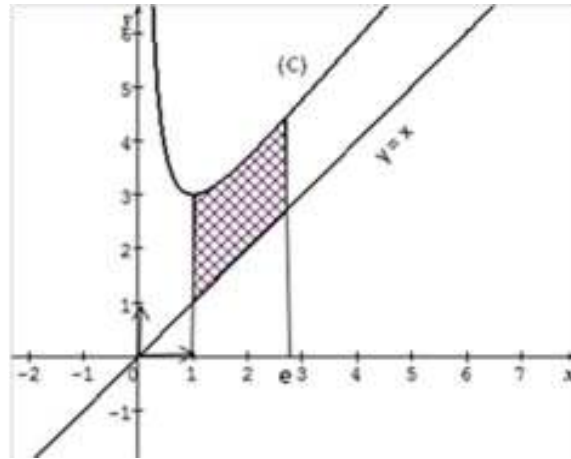
د . ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  0.5

4 . أ . تحقق أن  $f''(x) = \frac{4-x}{x^3}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  0.75

ب . ادرس إشارة  $f''(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  ثم استنتج أن (C) يقبل نقطة انعطاف I ينبغي تحديد زوج إحداثيتها. 1.5

5 . أ . باستعمال مكالمة بالأجزاء بين أن :  $\int_1^e \ln x \, dx = 1$  1

ب . استنتج مساحة الحيز المخدش في الشكل أسفله. 1.5



التمرين الثالث : (4.5 نقط) (تقدم جميع نتائج هذا التمرين على شكل كسر)

يحتوي كيس على ثمان كرات غير قابلة للتمييز باللمس، ثلاث منها خضراء وخمس منها حمراء. نسحب من الكيس وفي آن واحد كرتين .

1 . بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 28 0.5

2 . نعتبر الحدثين A و B التاليين :

A : " الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون "

B : " الكرتان المسحوبتان مختلفتا اللون "

أ . بين أن  $p(A) = \frac{13}{28}$  1

ب . احسب احتمال الحدث B 1

3 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ . بين أن  $p(X=0) = \frac{10}{28}$  0.5

ب . أتمم ملء الجدول أسفله بعد نقله على ورقة تحريرك معللا جوابك . 1

$x_i$	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{10}{28}$		

ج . احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X 0.5

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2015  
- عناصر الإجابة -

NR 26

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

التمرين الأول (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	$u_1 = \frac{31}{25}$ و $u_2 = \frac{6}{5}$	0.25 + 0.25	0.5	
2		0.5	0.5	
3. أ		0.5	0.5	
3. ب	إثبات تقارب $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية	0.5	0.75	
		0.25		
4. أ	$v_0 = -\frac{1}{4}$	0.25	0.25	
4. ب		0.5	0.5	
4. ج	$v_n = -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n$	0.5	1	
		0.5		
4. د	التعليل النتيجة	0.25	0.5	في حالة تقديم النتيجة صحيحة دون تعليل تمنح للمرشح 0.25
		0.25		

التمرين الثاني (11 نقطة)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1. أ	إثبات أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.75	0.75	
1. ب	إثبات أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$	0.5	1.5	
		0.5		
		0.5		
2. أ	التأويل الهندسي التحقق	0.5	0.5	
		0.5		
2. ب	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0.25	1	
		0.5		
		0.25		

	0.5	0.5	حساب $f'(x)$	أ .3
	1	0.5	التحقق	ب .3
		2x0.25	دراسة الإشارة	
	0.5	2x0.25	الاستنتاج	ج .3
	0.5	0.5	جدول التغيرات	د .3
	0.75	0.75	التحقق	أ .4
	1.5	0.5	دراسة إشارة $f''(x)$	ب .4
		0.5	تعليل وجود نقطة انعطاف	
		0.5	نقطة الانعطاف $I\left(4; \frac{9}{2} + 2 \ln 2\right)$	
	1	1	إثبات أن $\int_1^e \ln x dx = 1$	أ .5
لا يحتسب عدم ذكر وحدة القياس	1.5	0.5	الصيغة المناسبة للتكامل $\int_1^e (f(x) - x) dx$	ب .5
		0.5	$\int_1^e \frac{2}{x} dx = 2$	
		0.5	المساحة 3 u.a	

التمرين الثالث (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
. 1	$C_8^2 = 28$	0.5	0.5	يقبل كل تعليل صحيح
أ . 2	إثبات أن $p(A) = \frac{13}{28}$	1	1	تقبل كل طريقة صحيحة
ب . 2	الصيغة	0.5	1	تقبل كل طريقة صحيحة
	$p(B) = \frac{15}{28}$	0.5		
أ . 3	صيغة $p(X=0)$	0.25	0.5	
	حساب $p(X=0)$	0.25		
ب . 3	صيغة $p(X=1)$	0.25	1	تمنح النقطة كاملة لكل طريقة صحيحة
	$p(X=1) = \frac{15}{28}$	0.25		
	صيغة $p(X=2)$	0.25		
	$p(X=2) = \frac{3}{28}$	0.25		
ج . 3	الصيغة	0.25	0.5	
	$E(X) = \frac{3}{4}$	0.25		