

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 26

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهنيالمملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .

يتكون الموضوع الذي بين يديك من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

. 1

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...).

. 2

- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
- تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول : (4.5 نقط)

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 & ; n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 8 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

- 1 . احسب u_1 و u_2 0.5
- 2 . بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > 4$ 0.5
- 3 . أ . بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{4}(u_n - 4)$ 0.5
- ب . استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة . 0.75
- 4 . نضع $v_n = u_n - 4$ لكل n من \mathbb{N} 0.25
- أ . احسب v_0 0.25
- ب . بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ 0.5
- ج . احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ لكل n من \mathbb{N} 1
- د . احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.5

التمرين الثاني : (11 نقطة)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = x - 1 - \ln x$$

- 1 . بين أن $g'(x) = \frac{x-1}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5
- 2 . ادرس إشارة $g'(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$ 1
- 3 . احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايات غير مطلوب) ، 0.75
- 4 . استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x^2 - 1 - 2x \ln x \text{ . وليكن } (C) \text{ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم } (O, \bar{i}, \bar{j})$$

- 1 . بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -1$ 0.75
- 2 . أ . تحقق أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}\right)$ 0.5

ب . احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 2

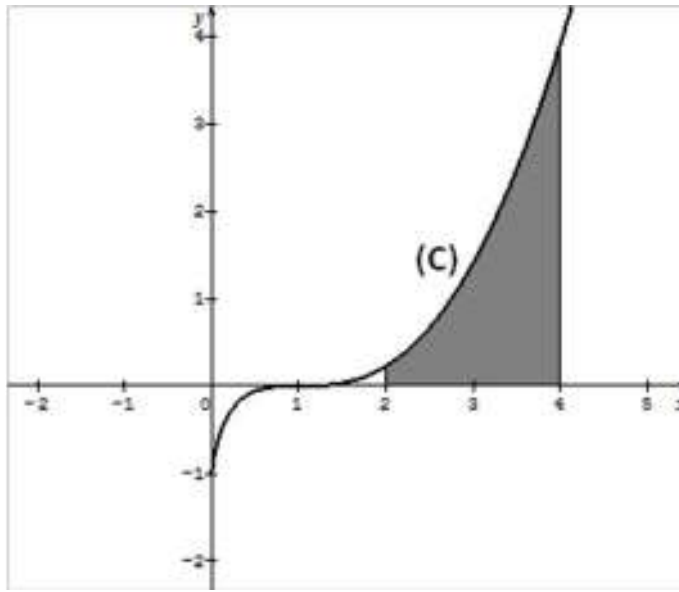
3 . أ . بين أن $f'(x) = 2g(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5

ب . استنتج إشارة $f'(x)$ على $]0; +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ 1

4 . بين أن التمثيل المبياني (C) يقبل نقطة انعطاف I ينبغي تحديد زوج إحداثياتها . 1.5

5 . أ . باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_2^4 2x \ln x \, dx = 28 \ln 2 - 6$ 1

ب . استنتج مساحة الحيز الملون في الشكل أسفله. 1



التمرين الثالث : (4.5 نقط) (تقدم جميع نتائج هذا التمرين على شكل كسر)

يحتوي كيس على عشر كرات غير قابلة للتمييز باللمس، منها خمس بيضاء وثلاث حمراء واثنتان لونهما أخضر . نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس ،

1 . بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 120 1

2 . نعتبر الحدثين A و B التاليين :

A : " الكرات المسحوبة لها نفس اللون "

B : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل كرتان لونهما أحمر "

أ . بين أن $p(A) = \frac{11}{120}$ 1

ب . احسب احتمال الحدث B 1

3 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$			

املأ الجدول جانبه بعد نقله على ورقة تحريرك مغللا
جوابك . 1.5

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 26

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ
ⵏ ⵍⵎⵎⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .

يتكون الموضوع الذي بين يديك من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

. 1

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...).

. 2

- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
- تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول : (4.5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 & ; n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 8 \end{cases}$$

1. احسب u_1 و u_2 0.5
2. بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > 4$ 0.5
3. أ. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{4}(u_n - 4)$ 0.5
- ب. استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة . 0.75
4. نضع $v_n = u_n - 4$ لكل n من \mathbb{N} 0.25
- أ. احسب v_0 0.25
- ب. بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ 0.5
- ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ لكل n من \mathbb{N} 1
- د. احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.5

التمرين الثاني : (11 نقطة)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = x - 1 - \ln x$$

1. بين أن $g'(x) = \frac{x-1}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5
2. ادرس إشارة $g'(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$ 1
3. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايات غير مطلوب) ، 0.75
4. استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x^2 - 1 - 2x \ln x \quad . \text{ وليكن } (C) \text{ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم } (O, \bar{i}, \bar{j})$$

1. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = -1$ 0.75
2. أ. تحقق أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}\right)$ 0.5

ب . احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 2

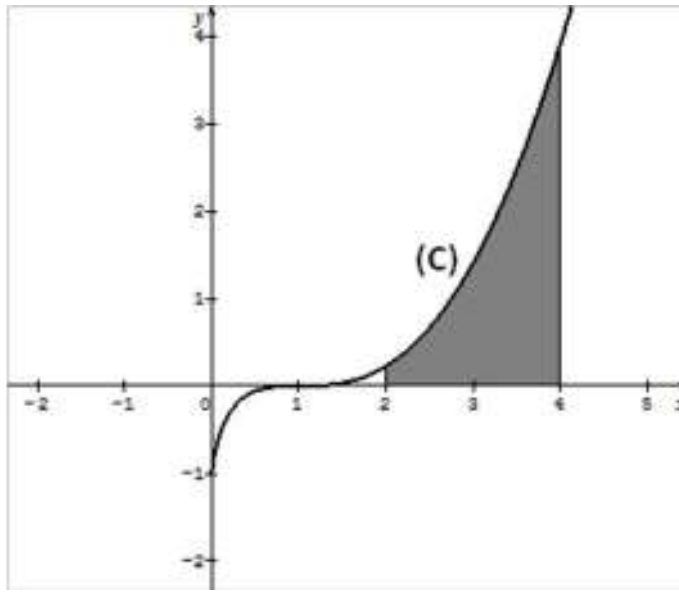
3 . أ . بين أن $f'(x) = 2g(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5

ب . استنتج إشارة $f'(x)$ على $]0; +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ 1

4 . بين أن التمثيل المبياني (C) يقبل نقطة انعطاف I ينبغي تحديد زوج إحداثياتها . 1.5

5 . أ . باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_2^4 2x \ln x \, dx = 28 \ln 2 - 6$ 1

ب . استنتج مساحة الحيز الملون في الشكل أسفله. 1



التمرين الثالث : (4.5 نقط) (تقدم جميع نتائج هذا التمرين على شكل كسر)

يحتوي كيس على عشر كرات غير قابلة للتمييز باللمس، منها خمس بيضاء وثلاث حمراء واثنتان لونهما أخضر . نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس ،

1 . بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 120 1

2 . نعتبر الحدثين A و B التاليين :

A : " الكرات المسحوبة لها نفس اللون "

B : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل كرتان لونهما أحمر "

أ . بين أن $p(A) = \frac{11}{120}$ 1

ب . احسب احتمال الحدث B 1

3 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$			

املأ الجدول جانبه بعد نقله على ورقة تحريرك مغللا
جوابك . 1.5