





### Exercice n°1:( 2 pts)

Soit  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $w_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- 0.25 1. Vérifier que  $w_n = 1 - \frac{2}{2^n + 1}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- 0.5 2. Montrer que  $w_n < 1$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- 0.75 3. Montrer que  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite croissante. (En utilisant la question 1.)
- 0.5 4. La suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle convergente ? Justifier votre réponse.

### Exercice n°2:( 3 pts)

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = \frac{1}{2}$  et  $u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n - \frac{5}{7}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- 0.25 1. Calculer  $u_1$
2. On pose  $v_n = u_n + \frac{5}{2}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- 0.25 2.a. Calculer  $v_0$
- 1 2.b. Montrer que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{5}{7}$
- 0.5 2.c. En déduire  $v_n$  en fonction de  $n$
- 0.5 3.a. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  ;  $u_n = 3\left(\frac{5}{7}\right)^n - \frac{5}{2}$
- 0.5 3.b. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### Exercice n°3:( 1 pt)

$(\Omega; p)$  est un espace probabilisé fini et  $X$  la variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

$x_i$	0	1	3	4
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

- 0.5 1. Compléter le tableau ci-dessus.
- 0.5 2. Calculer  $E(X)$

### Exercice n°4:( 3 pts)

Une urne contient quatre boules rouges et trois boules vertes. (Toutes les boules sont indiscernables au toucher).

On considère l'expérience suivante : « On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne. »

Soit l'événement  $A$  : « Les trois boules tirées sont de même couleur »  
 et l'événement  $B$  : « Tirer au moins une boule verte »



- 1.5 1. Vérifier que  $p(A) = \frac{1}{7}$  et calculer  $p(B)$
2. On répète l'expérience citée ci-dessus 4 fois de suite dans les mêmes conditions.
- 1.5 Montrer que la probabilité pour que l'événement  $A$  se réalise exactement 3 fois est  $\frac{24}{7^4}$

### Exercice n°5:( 9 pts)

Soit  $g$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie par :  $g(x) = \frac{-2 + \ln x}{-1 + \ln x}$

Soit  $(C_g)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 1. Vérifier que le domaine de définition de la fonction  $g$  est  $D_g = ]0; e[ \cup ]e; +\infty[$
- 1 2.a. Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = 1$
- 1.5 2.b. Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1 2.c. Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x < e}} g(x) = +\infty$  et calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} g(x)$
- 0.5 2.d. Donner une interprétation géométrique des deux résultats précédents.
- 1 3.a. Montrer que  $g'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)^2}$  pour tout  $x$  de  $D_g$
- 1 3.b. Montrer que  $g$  est strictement croissante sur chacun des intervalles  $]0; e[$  et  $]e; +\infty[$
- 1 3.c. Calculer  $g(e^2)$  puis dresser le tableau de variations de  $g$
- 1 3.d. A l'aide du tableau de variations de  $g$  donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :  
 $g(x) \geq 0$

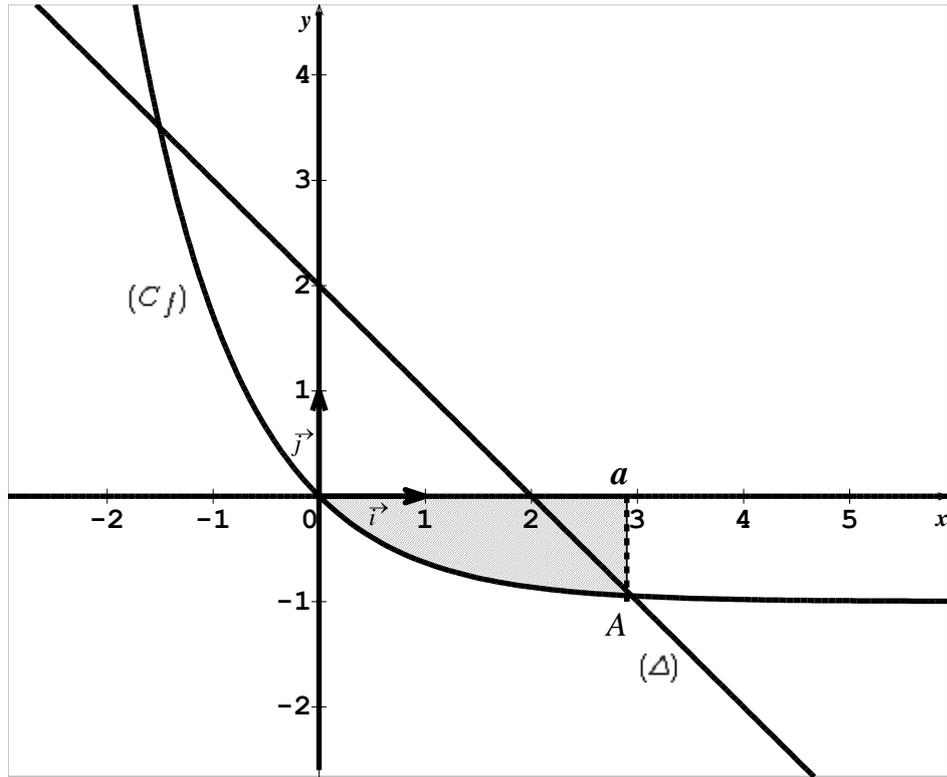
### Exercice n°6:( 2 pts)

Soit  $f$  la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie sur  $IR$  par :  $f(x) = e^{-x} - 1$

Soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  et  $(\Delta)$  la droite d'équation  $y = -x + 2$  et  $A$  le point d'abscisse  $a$  ( $a > 0$ ), intersection de  $(C_f)$  et  $(\Delta)$

(Voir figure ci-dessous)

- 0.5 1. Vérifier que  $e^{-a} = 3 - a$
- 1 2. Montrer que  $\int_0^a (e^{-x} - 1) dx = -2$
- 0.5 3. En déduire l'aire de la partie hachurée.





1.	$x_i$	0	1	3	4	0.5	0.5	
	$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$			
2.	$E(X) = \frac{7}{4}$					0.5	0.5	

### Exercice n°4:( 3 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Une urne contient quatre boules rouges et trois boules vertes. On considère l'expérience suivante : « On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne. »				
1.	$p(A) = \frac{1}{7}$	0.75	1.5	
	$p(B) = \frac{31}{35}$	0.75		
2.	Expression de la loi binomiale	0.75	1.5	
	Résultat : $\frac{24}{7^4}$	0.75		

### Exercice n°5:(9 pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit $g$ la fonction numérique de la variable réelle $x$ définie par :				
$g(x) = \frac{-2 + \ln x}{-1 + \ln x}$				
1.	$D_g = ]0; e[ \cup ]e; +\infty[$	1	1	
2.a	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = 1$	1	1	
2.b	On montre que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$	1	1.5	
	L'interprétation géométrique du résultat.	0.5		
2.c	On montre que : $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x < e}} g(x) = +\infty$	0.5	1	
	On montre que : $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} g(x) = -\infty$	0.5		
2.d	L'interprétation géométrique du résultat : La droite d'équation $x = e$ est une asymptote verticale	0.5	0.5	Une seule interprétation suffit pour les deux résultats
3.a	pour tout $x$ de $D_g$ : $g'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)^2}$	1	1	

3.b	La dérivée est strictement positive sur chacun des intervalles donc la fonction est strictement croissante sur chacun des intervalles	1	1	La réponse : (puisque la dérivée est strictement positive sur $D_g$ donc la fonction est strictement croissante sur $D_g$ ) est fausse.
3.c	$g(e^2) = 0$	0.25	1	Les limites aux bornes doivent y figurer sinon on accordera seulement 0.5 au candidat.
	Le tableau de variations de $g$	0.75		
3.d	L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \geq 0$ : est $]0; e[ \cup [e^2; +\infty[$	1	1	

### Exercice n° 6:(2 pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit $f$ la fonction numérique de la variable réelle $x$ définie sur $IR$ par : $f(x) = e^{-x} - 1$ et $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et $(\Delta)$ la droite d'équation $y = -x + 2$ et $A$ le point d'abscisse $a(a > 0)$ , intersection de $(C_f)$ et $(\Delta)$				
1.	$e^{-a} = 3 - a$	0.5	0.5	
2.	$\int_0^a (e^{-x} - 1) dx = -2$	1	1	
3.	L'aire de la partie hachurée est 2 en unité d'aire	0.5	0.5	Accorder la note même sans unité d'aire.