

الصفحة

1

4

**|

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2023

ⵍⴰⵎⴻⵔⴰ ⵏ ⵎⴻⵔⴰⵎⴰⵔ

ⵏ ⵓⵎⵎⴰⵔ ⵏ ⵓⵔⵓⵎⵉⵏⵜ ⵏ ⵓⵔⵓⵎⵉⵏⵜ

ⵏ ⵓⵔⵓⵎⵉⵏⵜ ⵏ ⵓⵔⵓⵎⵉⵏⵜ ⵏ ⵓⵔⵓⵎⵉⵏⵜ



المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتعليم الأول والثالث

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

الموضوع

NS 26F

2h

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

4

المعامل

مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية

السبة أو المسلك

Exercice n°1:(2 pts)

Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = \frac{2}{7}w_n + 1$ pour tout n de \mathbb{N}

- 1 1. Montrer par récurrence que $w_n < \frac{7}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.5 2.a. Montrer que $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.
- 0.5 2.b. La suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle convergente ? Justifier votre réponse.

Exercice n°2:(3 pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{3+7u_n}{7+3u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
2. On pose $v_n = \frac{1-u_n}{1+u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.25 2.a. Calculer v_0
- 1 2.b. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$
- 0.25 2.c. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} , $v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$
- 0.5 3.a. Vérifier que $u_n = \frac{1-v_n}{1+v_n}$
- 0.25 3.b. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} , $u_n = \frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n}$
- 0.25 3.c. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°3:(1 pt)

$(\Omega; p)$ est un espace probabilisé fini.

On rappelle que si A et B sont deux événements de Ω alors

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Soit A et B deux événements indépendants tels que : $p(A) = \frac{1}{2}$ et $p(A \cup B) = \frac{5}{8}$

- 1 Calculer $p(B)$

Exercice n°4:(3 pts)

Une urne contient cent jetons indiscernables au toucher de couleur soit blanche soit noire et portant soit le chiffre 1 soit le chiffre 2.

La répartition de ces jetons est donnée par le tableau suivant :

Couleur Chiffre porté par le jeton	Couleur		Total
	Blanche	Noire	
1	50	16	66
2	14	20	34
Total	64	36	100

On tire au hasard un jeton de l'urne.

1. Calculer les probabilités suivantes :

- 0.5 a. La probabilité p_1 pour que le jeton soit de couleur blanche.
- 0.5 b. La probabilité p_2 pour que le jeton porte le chiffre 2
- 0.5 c. La probabilité p_3 pour que le jeton porte le chiffre 2 et soit de couleur blanche.
- 0.5 2. La probabilité p_4 pour que le jeton tiré porte le chiffre 2 sachant qu'il est de couleur blanche.
- 0.5 3. On considère la variable aléatoire X qui est égale au chiffre porté par le jeton.
- 0.5 3.a. Copier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2
$p(X=x_i)$		

- 0.5 3.b. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de X

Exercice n°5:(2.5 pts)

1. Calculer les limites suivantes :

1.5 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$

2. On rappelle que si f est une fonction dérivable en x_0 alors $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$

1 Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$ et $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} \times \ln x \right)$

Exercice n° 6:(8.5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 1 - \frac{x}{e^x}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.

1.5 1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

Instructions au candidat(e)

تعليمات للمترشح(ة)

0.5 Important: Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.

1 Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.

تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات : الأولى منها خاصة بالتوجيهات.

1.5 4. Répondre aux questions du sujet avec précision et soin dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛

1 4.a. A l'aide d'une intégration par parties, montrer que

• يسمح لك باستخدام الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛ $\int_0^x x e^{-x} dx = \frac{x}{e}$

1 4.b. En déduire l'aire de la partie hachurée. Vous devez justifier les résultats.

• ينبغي عليك تحليل النتائج

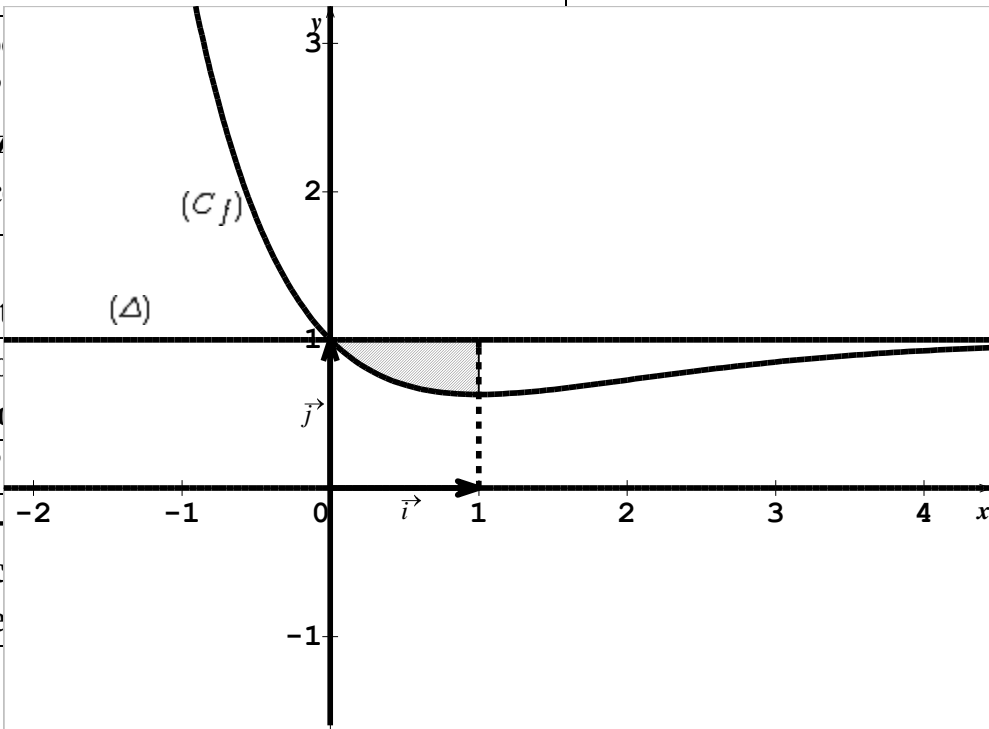
• Vous pouvez selon l'habitude de l'exercice

• Veuillez faire une copie et

• Il est souhaitable de donner des réponses numériques

• Eviter l'usage de la calculatrice

• Assurez-vous de bien justifier les exercices d'examen



• يمكن الترتيب يتعين نفس المود

• ينبغي الورقة

• يستحسن ضمانات

• يتعين

• تحقق المود

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2023



SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

مخاض الإجابة

NR 26F

2h

مدة الإجازة

الرياضيات

المادة

4

المعامل

مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية

الصفحة أو المسلك

Exercice n°1:(2 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = \frac{2}{7}w_n + 1$ pour tout n de \mathbb{N}				
1.	Montrer par récurrence que $w_n < \frac{7}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}	1	1	
2.a	$(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.	0.5	0.5	
2.b	La suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente Justification.	0.25 0.25	0.5	

Exercice n°2:(3 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{3+7u_n}{7+3u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}				
1.	$u_1 = \frac{3}{7}$ et $u_2 = \frac{21}{29}$	2x0.25	0.5	
2.	On pose $v_n = \frac{1-u_n}{1+u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}			
2.a	$v_0 = 1$	0.25	0.25	
2.b	On montre que pour tout n de \mathbb{N} : $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n$	1	1	
2.c	On déduit que : $v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$	0.25	0.25	
3.a	On vérifie que pour tout n de \mathbb{N} $u_n = \frac{1-v_n}{1+v_n}$	0.5	0.5	
3.b	On déduit : $u_n = \frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n}$	0.25	0.25	

3.c	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$	0.25	0.25	On accordera au candidat la note entière pour une réponse correcte même sans justification
-----	--	------	------	--

Exercice n°3:(1 pt)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
-----------	--	------------------	-------	--------------

$(\Omega; p)$ est un espace probabilisé fini.

	Utilisation de $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ pour la mise en équation	0.5	1	
	$p(B) = \frac{1}{4}$	0.5		

Exercice n°4:(3 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
-----------	--	------------------	-------	--------------

Une urne contient cent jetons indiscernables au toucher de couleur soit blanche soit noire et portant soit le chiffre 1 soit le chiffre 2.

1. a	La probabilité $p_1 = \frac{64}{100}$	0.5	0.5							
1. b	La probabilité $p_2 = \frac{34}{100}$	0.5	0.5							
1. c	La probabilité $p_3 = \frac{14}{100}$	0.5	0.5							
2.	La probabilité $p_4 = \frac{7}{32}$	0.5	0.5							
3.	On considère la variable aléatoire X qui est égale au chiffre porté par le jeton.									
3.a	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$p(X=x_i)$</td> <td>$\frac{66}{100}$</td> <td>$\frac{34}{100}$</td> </tr> </table>	x_i	1	2	$p(X=x_i)$	$\frac{66}{100}$	$\frac{34}{100}$	0.5	0.5	
x_i	1	2								
$p(X=x_i)$	$\frac{66}{100}$	$\frac{34}{100}$								
3.b	$E(X) = \frac{134}{100}$	0.5	0.5							

Exercice n°5:(2.5pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right) = +\infty$	0.5	1.5	0.25 pour la justification
	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) = +\infty$	1		0.5 pour la justification

2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$	0.5	1	On appliquera $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ pour f bien choisie (pour la première limite)
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x}{x-1} = 1$	0.5		
Exercice n° 6:(8.5 pts)				
Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :				
$f(x) = 1 - \frac{x}{e^x}$				
1.a	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$	0.5	1	0.25 pour la justification
	L'interprétation géométrique du résultat	0.5		
1.b	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	0.5	1.5	0.25 pour la justification
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$	0.5		0.25 pour la justification
	L'interprétation géométrique du résultat.	0.5		
2.a	$f'(x) = \frac{x-1}{e^x}$	0.5	0.5	
2.b	Etude du signe de $f'(x)$	0.75	1	
	Le tableau de variations de f	0.25		
2.c	La tangente à (C_f) au point d'abscisse 0 l'équation est : $y = -x + 1$	1	1	
3	$f''(x) = \frac{2-x}{e^x}$ pour tout x de \mathbb{R}	1	1.5	
	(C_f) admet un point d'inflexion d'abscisse 2 car $f''(x)$ s'annule en 2 et change de signe en 2	0.5		
4	(C_f) est la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation : $y = 1$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$			
4.a	$\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$	1	1	
4.b	L'aire de la partie hachurée est $\left(\frac{e-2}{e}\right) u.a$	1	1	On accepte le résultat même sans unité d'aire.