

الصفحة	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</p> <p>الدورة العادية 2024</p> <p>-الموضوع-</p>	<p>المملكة المغربية</p> <p>وزارة التربية الوطنية</p> <p>والتعليم الأولي والرياضة</p> 
1		
4		
**		
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	NS 22

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	الشعبة المسلك

### تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

### مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الأول
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الثاني
4 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
2 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة الدوال العددية وحساب التكامل	المسألة

- ✓ نرمز بـ  $\bar{z}$  لمرافق العدد العقدي  $z$  وبـ  $|z|$  لمعياره،
- ✓  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النيبيري.

التمرين الأول (3 نقط):

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 4$  و  $u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{1 + u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) أ) تحقق أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = 4 - \frac{6}{1 + u_n}$  0.25

ب) بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $2 \leq u_n \leq 4$  0.5

(2) أ) بين أن  $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(2 - u_n)}{1 + u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.25

ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية واستنتج أن  $(u_n)$  متقاربة. 0.5

(3) لتكن  $(v_n)$  المتتالية المعرفة ب:  $v_n = \frac{2 - u_n}{1 - u_n}$  ، لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$  0.5

ب) بين أن  $u_n = 1 + \frac{1}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

ج) احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.5

التمرين الثاني (3 نقط):

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقطتين  $A(-1, 0, -1)$  و  $B(1, 2, -1)$  والمستوى  $(P)$  المار من النقطة  $A$  و  $\vec{n}(2, -2, 1)$  متجهة منظمية عليه والفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(2, -1, 0)$  وشعاعها 5

(1) بين أن  $2x - 2y + z + 3 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوى  $(P)$  0.25

(2) حدد معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  0.25

(3) أ) تحقق أن المسافة بين النقطة  $\Omega$  والمستوى  $(P)$  هي  $d(\Omega, (P)) = 3$  0.5

ب) استنتج أن المستوى  $(P)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  يتم تحديد شعاعها. 0.5

(4) أ) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(P)$  0.5

ب) بين أن النقطة  $H(0, 1, -1)$  هي مركز الدائرة  $(\Gamma)$  0.5

ج) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  واسط للقطعة  $[AB]$  0.5

**التمرين الثالث (4 نقط):**

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين

$$b = 2 + \sqrt{3} + i \text{ و } a = \sqrt{3}(1 - i) \text{ التوالي}$$

$$(1) \text{ تحقق أن } |a| = \sqrt{6} \text{ وأن } \arg(a) \equiv \frac{-\pi}{4} [2\pi]$$
 0.5

$$(2) \text{ أ) بين أن } \frac{b}{a} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6} + \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{2}\right)i \text{ ثم تحقق أن } \frac{b}{a} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} e^{i\frac{\pi}{3}}$$
 0.75

(ب) استنتج شكلا مثلثيا للعدد العقدي  $b$  ثم تحقق أن  $b^{24}$  عدد حقيقي. 0.75

(3) ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{6}$  والذي يحول كل نقطة  $M$  من المستوى ذات اللق  $z$  إلى

$$\text{النقطة } M' \text{ ذات اللق } z'. \text{ نضع } R(A) = A' \text{ و } R(B) = B' \text{ و } R(A') = A''$$

$$(أ) \text{ تحقق أن } z' = \frac{1}{2}(\sqrt{3} + i)z \text{ وأن } \arg(a') \equiv \frac{-\pi}{12} [2\pi] \text{، حيث } a' \text{ لاق النقطة } A' \text{ 0.5}$$

(ب) بين أن لاق النقطة  $A''$  هو  $a'' = \sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{12}}$  واستنتج أن النقط  $O$  و  $A''$  و  $B$  مستقيمية. 0.5

$$(ج) \text{ بين أن } b' \text{، لاق النقطة } B' \text{، يحقق } b' = \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{3}\right)\bar{a} \text{ 0.5}$$

(د) استنتج أن المثلث  $OAB'$  قائم الزاوية في  $O$  0.5

**التمرين الرابع (2 نقط):**

يحتوي صندوق على سبع كرات: أربع كرات تحمل الرقم 1 وكرتان تحملان الرقم 2 وكرة تحمل الرقم 3

لا يمكن التمييز بين جميع الكرات باللمس. نسحب عشوائيا وتآنيا كرتين من الصندوق.

$$(1) \text{ بين أن } p(A) = \frac{1}{3} \text{، حيث } A \text{ هو الحدث "الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم". 0.5}$$

$$(2) \text{ بين أن } p(B) = \frac{5}{21} \text{، حيث } B \text{ هو الحدث "مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 4" 0.5}$$

$$(3) \text{ احسب } p(A \cap B) \text{ 0.5}$$

(4) هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان؟ علل جوابك. 0.5

**المسألة (8) (نقط):****الجزء الأول:**

نعتبر الدالتين العدديتين  $u$  و  $v$  المعرفتين على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $u(x) = e^x$  و  $v(x) = x$

(1) ارسم في نفس المعلم المتعامد الممنظم  $(C_u)$  و  $(C_v)$ ، منحنى الدالتين  $u$  و  $v$  0.5

(2) بين مبيانيا أن  $e^x - x > 0$  بالنسبة لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.25

(3) احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C_u)$  والمنحنى  $(C_v)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما 0.5

$$x=1 \text{ و } x=0$$

**الجزء الثاني:**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بـ  $f(x) = x + 1 - \ln(e^x - x)$

(1) أ) تحقق أن  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  0.25

(ب) بين أن  $f(x) = 1 - \ln(1 - xe^{-x})$ ، لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.5

(ج) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  ثم أول هندسيا هذه النتيجة. 0.5

(2) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  0.25

(ب) تحقق أن  $f(x) = x + 1 - \ln(-x) - \ln\left(1 - \frac{1}{xe^{-x}}\right)$ ، لكل  $x < 0$  0.5

(ج) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل فرعا شلجيميا، اتجاهه المستقيم الذي معادلته  $y = x$  بجوار  $-\infty$  0.75

(3) أ) بين أن  $f'(x) = \frac{1-x}{e^x - x}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  0.5

(ب) ادرس إشارة الدالة المشتقة للدالة  $f$  ثم استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  0.5

(ج) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في المجال  $]-1, 0[$  0.75

(4) المنحنى  $(C_f)$  جانبه هو التمثيل المبياني للدالة  $f$  في معلم 0.5

متعامد ممنظم.

(أ) بين مبيانيا أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  0.5

(ب) بين أن  $e^\alpha - e^\beta = \alpha - \beta$  0.5

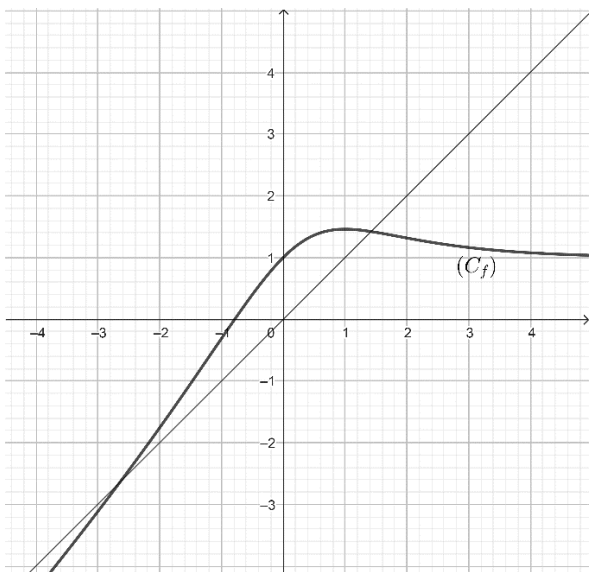
(5) لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = ]-\infty, 1]$  0.5

(أ) بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  0.5

يتم تحديده. (تحديد  $g^{-1}(x)$  غير مطلوب)

(ب) تحقق أن  $g^{-1}$  قابلة للاشتقاق في النقطة 1 0.75

واحسب  $(g^{-1})'(1)$



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2024

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

مخاض الإجابة

NR 22

3h

مدة الإجازة

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية  
ومسلك العلوم الزراعية

الشعبة أو المسلك

Questions	Notes	Eléments de réponse
<b>Exercice 1 (3pts)</b>		
1-a	0.25	0.25 pour le calcul.
1-b	0.5	0.25 pour l'initialisation et 0.25 pour $p(n) \Rightarrow p(n+1)$
2-a	0.25	0.25 pour le calcul
2-b	0.5	$2 \times 0.25$
3-a	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le reste des calculs.
3-b	0.5	0.25 pour le calcul de $v_n$ en fonction de $n$ et 0.25 pour le résultat.
3-c	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour la justification.
<b>Exercice 2 (3pts)</b>		
1	0.25	0.25
2	0.25	0.25
3-a	0.5	0.25 pour la formule et 0.25 pour le calcul.
3-b	0.5	0.25 pour la déduction et 0.25 pour le calcul du rayon.
4-a	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour la représentation paramétrique.
4-b	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le résultat.
4-c	0.5	0.25 pour l'orthogonalité et 0.25 pour H milieu de $[AB]$
<b>Exercice 3 (4pts)</b>		
1	0.5	0.25 pour le module et 0.25 pour l'argument
2-a	0.75	$0.5 + 0.25$
2-b	0.75	$0.5 + 0.25$
3-a	0.5	$2 \times 0.25$
3-b	0.5	$2 \times 0.25$
3-c	0.5	0.5
3-d	0.5	0.5
<b>Exercice 4 (2pts)</b>		
1	0.5	0.25 pour la formule et 0.25 pour le calcul de $p(A) = \frac{1}{3}$
2	0.5	0.25 pour la formule et 0.25 pour le calcul de $p(B) = \frac{5}{21}$
3	0.5	0.25 pour $\text{card}(A \cap B) = 1$ et 0.25 pour $p(A \cap B) = \frac{1}{21}$
4	0.5	0.25 pour la réponse et 0.25 pour la justification

	Questions	Notes	Eléments de réponse
<b>Problème (8pts)</b>			
<b>Partie I</b>	1	0.5	0.25 pour chaque courbe.
	2	0.25	0.25 pour la justification.
	3	0.5	0.25 pour la formule de l'aire et 0.25 pour le calcul
<b>Partie II</b>	1-a	0.25	0.25
	1-b	0.5	0.5
	1-c	0.5	$2 \times 0.25$
	2-a	0.25	0.25 pour la limite
	2-b	0.5	0.5 pour le calcul.
	2-c	0.75	0.5 pour la limite et 0.25 pour la déduction
	3-a	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le calcul.
	3-b	0.5	$2 \times 0.25$
	3-c	0.75	0.5 pour l'application de T.V.I et 0.25 pour l'unicité.
	4-a	0.5	0.5
	4-b	0.5	0.25 pour $f(\alpha) = \alpha$ et $f(\beta) = \beta$ et 0.25 pour la relation $e^\alpha - e^\beta = \alpha - \beta$
	5-a	0.5	0.25 pour l'existence de $g^{-1}$ et 0.25 pour l'intervalle J
	5-b	0.75	$0.25 + 0.5$