

التمرين الأول (3 نقط):

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطتين $A(1,1,0)$ و $\Omega(-1,1,-2)$ والمستوى (P) الذي معادلته $x+z-1=0$

(أ) تحقق أن A نقطة من المستوى (P) واعط متجهة منظمية على (P) 0.5

(ب) بين أن المستقيم (ΩA) عمودي على المستوى (P) 0.5

(2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$

(أ) بين أن (S) فلكة مركزها Ω وحدد شعاعها. 0.5

(ب) بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة مركزها A ثم حدد شعاعها. 0.5

(3) ليكن (Q_m) مستوى ذي المعادلة $x + y + mz - 2 = 0$ ، حيث m عدد حقيقي.

(أ) تحقق أن A نقطة من المستوى (Q_m) ، لكل m من \mathbb{R} 0.25

(ب) حدد قيمة العدد الحقيقي m لكي يكون (Q_m) عموديا على (P) 0.5

(ج) هل يوجد مستوى (Q_m) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة مركزها A ؟ علل جوابك. 0.25

التمرين الثاني (4 نقط):

I. نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة $(E): z^2 - 4z + 9 = 0$

(1) تحقق أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = (2i\sqrt{5})^2$ 0.25

(2) حل المعادلة (E) 0.5

II. نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C

التي أحاقها على التوالي $a = 2 + i\sqrt{5}$ و $b = 2 - i\sqrt{5}$ و $c = 2 - \sqrt{5}$

(1) تحقق أن $|a| = 3$ 0.25

(ب) بين أن المثلث OAB متساوي الساقين. 0.25

(2) تحقق أن $\frac{a-c}{b-c} = i$ 0.5

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABC 0.5

(3) حدد لحق النقطة D ، صورة النقطة B بالإزاحة ذات المتجهة \overline{CA} 0.5

(ب) بين أن $ADBC$ مربع. 0.5

(4) نضع: $x_n = \left(\frac{a}{3}\right)^n$ و $y_n = \frac{1}{1-x_n}$ ، حيث n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

(أ) تحقق أن $\overline{x_n x_n} = 1$ 0.25

(ب) بين أن $\overline{y_n + y_n} = 1$ ثم استنتج الجزء الحقيقي للعدد العقدي y_n 0.5

التمرين الثالث (2 نقط):

يحتوي كيس على ثمان كرات: أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وكرة خضراء. جميع الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال، ثلاث كرات من الكيس.

- (1) تحقق أن عدد السحبات الممكنة هو 336 0.25
- (2) أحسب احتمال الحدث A : " سحب ثلاث كرات بيضاء " 0.5
- (3) بين أن احتمال الحدث B : " سحب ثلاث كرات من نفس اللون " هو: $p(B) = \frac{5}{56}$ 0.75
- (4) أحسب احتمال الحدث C : " الحصول على لونين مختلفين على الأقل " 0.5

المسألة (11 نقط):**الجزء الأول**

يمثل الشكل جانبه المنحنيين (C_h) و (C_g) ، للدالتين:

$$h: x \mapsto \ln(1+x) \text{ و } g: x \mapsto \frac{x}{1+x}$$

والمستقيم ذي المعادلة $y = x$ في نفس المعلم المتعامد الممنظم.

(1) أ) علل انطلاقا من هذا الشكل أن: 0.5

$$\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x \text{ لكل } x \text{ من المجال }]-1, +\infty[$$

(ب) استنتج أن: $(1+x)\ln(1+x) - x \geq 0$ لكل x من المجال $]-1, +\infty[$ 0.25

(ج) بين أن: $e^x - (1+e^x)\ln(1+e^x) \leq 0$ لكل x من \mathbb{R} 0.5

(2) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 = 1$ والعلاقة $u_{n+1} = g(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(أ) بين بالترجع أن $0 < u_n \leq 1$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

(ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. (يمكن استعمال السؤال 1 - أ) 0.5

(ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة. 0.25

(د) احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^x)$

ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أ) احسب $f(0)$ وتحقق أن $f(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R} 0.5
- ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. 0.5
- ج) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة. 0.5
- (2) أ) بين أن $f'(x) = \frac{1}{1+e^x} - e^{-x} \ln(1+e^x)$ لكل x من \mathbb{R} 0.5
- ب) تحقق أن $f'(x) = \frac{e^x - (1+e^x) \ln(1+e^x)}{e^x(1+e^x)}$ لكل x من \mathbb{R} 0.5
- ج) استنتج أن f تناقصية قطعاً على \mathbb{R} (يمكن استعمال السؤال 1-ج من الجزء الأول). 0.5
- (3) أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي أفصولها 0 0.5
- ب) تحقق أن المماس (T) يمر من النقطة $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 0.25
- ج) أنشئ (T) والمنحنى (C_f) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$). 0.75
- (4) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده. (تحديد $f^{-1}(x)$ غير مطلوب) 0.5
- ب) تحقق أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في $\ln 2$ ثم احسب $(f^{-1})'(\ln 2)$. 0.5
- (5) ليكن λ عدد حقيقي موجب قطعاً. 0.5
- أ) تحقق أن $\frac{1}{1+e^x} = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ لكل x من \mathbb{R} 0.25
- ب) بين أن $\int_0^\lambda \frac{1}{1+e^x} dx = \ln(2) - \ln(1+e^{-\lambda})$ 0.5
- ج) بين أن $\int_0^\lambda f(x) dx = \ln(2) - f(\lambda) + \int_0^\lambda \frac{1}{1+e^x} dx$ (لاحظ أن $f(x) = \frac{1}{1+e^x} - f'(x)$) 0.5
- د) استنتج بدلالة λ ، المساحة A_λ للحيز المحصور بين المنحنى (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمين 0.5
- المعرفين بالمعادلتين $x = \lambda$ و $x = 0$
- هـ) احسب النهاية النهائية $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda$ 0.5

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستعدادية 2024

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

مخاض الإجابة

RR 22

3h

مدة الإجازة

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية
ومسلك العلوم الزراعية

الشعبة أو المسلك

	Questions	Notes	Eléments de réponse
Exercice 1			
Exercice 1	1-a	0.5	0.25 +0.25
	1-b	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le résultat
	2-a	0.5	0.25 pour le centre et 0.25 pour le rayon
	2-b	0.5	0.25 pour l'intersection de (P) et (S) et 0.25 pour le rayon du cercle
	3-a	0.25	0.25
	3-b	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le résultat ($m=-1$)
	3-c	0.25	0.25 pour la justification
Exercice 2			
I)	1	0.25	0.25 pour le calcul
	2	0.5	0.25 pour chaque solution
II)	1-a	0.25	0.25 pour la méthode
	1-b	0.25	0.25 pour la méthode
	2-a	0.5	0.5 pour le calcul.
	2-b	0.5	0.25 pour rectangle et 0.25 pour isocèle
	3-a	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le résultat.
	3-b	0.5	0.5 pour la méthode
	4-a	0.25	0.25
	4-b	0.5	0.25 pour le calcul et 0.25 pour la déduction.
Exercice 3			
Exercice 3	1	0.25	0.25 pour la formule et le calcul
	2	0.5	0.25 pour la formule et 0.25 pour le résultat $p(A) = \frac{1}{14}$
	3	0.75	0.5 pour le calcul de $card(B)$ et 0.25 pour le calcul de $p(B)$
	4	0.5	0.25 pour la méthode (on remarque que $C = \overline{B}$) et 0.25 pour le résultat $p(C) = \frac{51}{56}$

	Questions	Notes	Eléments de réponse
Problème			
Partie I	1-a	0.5	0.5 pour la justification graphique.
	1-b	0.25	0.25 pour la déduction.
	1-c	0.5	0.5 pour la preuve.
	2-a	0.5	0.5
	2-b	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour la conclusion
	2-c	0.25	0.25
	2-d	0.75	0.5 pour les hypothèses nécessaires (continuité de la fonction, stabilité de l'intervalle, convergence de la suite) 0.25 pour le calcul de la limite
Partie II	1-a	0.5	0.25 pour le calcul de $f(0)$ et 0.25 pour l'inégalité
	1-b	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	1-c	0.5	0.25 pour la limite et 0.25 pour l'interprétation géométrique
	2-a	0.5	0.5 pour les formules de dérivation
	2-b	0.5	0.5
	2-c	0.5	0.25 pour le signe de $f'(x)$ et 0.25 pour la déduction
	3-a	0.5	0.25 pour le calcul de $f'(0)$ et 0.25 pour l'équation
	3-b	0.25	0.25
	3-c	0.75	0.25 pour la construction de (T) et 0.25 pour chaque asymptote.
	4-a	0.5	0.25 pour la fonction réciproque et 0.25 pour l'intervalle J
	4-b	0.5	0.25 pour la dérivabilité de f^{-1} et 0.25 pour le calcul
	5-a	0.25	0.25
	5-b	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le calcul
	5-c	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le calcul
	5-d	0.5	0.25 pour la formule de l'aire et 0.25 pour le calcul
5-e	0.5	0.25 pour la méthode et 0.25 pour le résultat.	