

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2017  
- الموضوع -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

NS 22

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

### تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

### مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

- بالنسبة للمسألة ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (3 نقت)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى  $(P)$  المار من النقطة  $A(0, 1, 1)$

و  $\vec{u}(1, 0, -1)$  متجهة منظمية عليه و الفلكة  $(S)$  التي مركزها النقطة  $\Omega(0, 1, -1)$  و شعاعها  $\sqrt{2}$

1- أ- بين أن  $x - z + 1 = 0$  هي معادلة ديكراتية للمستوى  $(P)$  0.5

ب- بين أن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$  و تحقق من أن  $B(-1, 1, 0)$  هي نقطة التماس. 0.75

2- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من النقطة  $A$  و العمودي على المستوى  $(P)$  0.25

ب- بين أن المستقيم  $(\Delta)$  مماس للفلكة  $(S)$  في النقطة  $C(1, 1, 0)$  0.75

3- بين أن  $\vec{OC} \wedge \vec{OB} = 2\vec{k}$  و استنتج مساحة المثلث  $OCB$  0.75

التمرين الثاني : (3 نقت)

يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1- نعتبر الحدث  $A$  : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد 0 ." 1.5

و الحدث  $B$  : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 ."

$$\text{بين أن } p(A) = \frac{5}{14} \text{ و أن } p(B) = \frac{1}{7}$$

2- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

$$\text{أ- بين أن } p(X = 16) = \frac{3}{28}$$
 0.5

ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  أتم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك معللا أجوبتك. 1

$x_i$	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

التمرين الثالث : (3 نقت)

نعتبر العددين العقديين  $a$  و  $b$  بحيث  $a = \sqrt{3} + i$  و  $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

1- أ- تحقق من أن  $b = (1 + i)a$  0.25

ب- استنتج أن  $|b| = 2\sqrt{2}$  و أن  $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$  0.5

ج- استنتج مما سبق أن  $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$  0.5

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين لحقاهما على التوالي هما  $a$  و  $b$  و النقطة  $C$  التي لحقها  $c$  بحيث  $c = -1 + i\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن  $c = ia$  و استنتج أن  $OA = OC$  و أن  $(\vec{OA}, \vec{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$  0.75

ب- بين أن النقطة  $B$  هي صورة النقطة  $A$  بالإزاحة ذات المتجهة  $\vec{OC}$  0.5

ج- استنتج أن الرباعي  $OABC$  مربع . 0.5

**المسألة: (11 نقطة)**

(I) نتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^2 + x - 2 + 2\ln x$

(1) تحقق من أن  $g(1) = 0$  0.25

(2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة  $g$  جانبه : 1

بين أن  $g(x) \leq 0$  لكل  $x$  من المجال  $]0, 1]$

و أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من المجال  $]1, +\infty[$

$x$	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة : 1 cm)

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  و أول هندسيا النتيجة. 0.5

(2) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  0.25

ب- بين أن المنحنى  $(C)$  يقبل بجوار  $+\infty$  ، فرعا شلجما في اتجاه المستقيم  $(D)$  الذي معادلته  $y = x$  0.75

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  لكل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  1

ب- بين أن الدالة  $f$  تناقصية على المجال  $]0, 1]$  و تزايدية على المجال  $]1, +\infty[$  0.75

ج- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  0.25

(4) أ- حل في المجال  $]0, +\infty[$  المعادلة  $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$  0.5

ب- استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقطع المستقيم  $(D)$  في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما. 0.5

ج- بين أن  $f(x) \leq x$  لكل  $x$  من المجال  $]1, 2]$  واستنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(D)$  على  $]1, 2]$  0.75

(5) أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المستقيم  $(D)$  و المنحنى  $(C)$  (نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطة انعطاف وحيدة 1

أفصولها محصور بين 2,4 و 2,5)

(6) أ- بين أن  $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$  0.5

ب- بين أن الدالة  $H : x \mapsto 2\ln x - x$  هي دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$  على المجال  $]0, +\infty[$  0.25

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$  0.5

د- احسب ب  $cm^2$  ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(D)$  و المستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما  $x=1$  و  $x=2$

(III) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = \sqrt{3}$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) بين بالترجع أن  $1 \leq u_n \leq 2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

(2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال (II) 4 ج-) 0.5

(3) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة و حدد نهايتها. 0.75

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2017  
- عناصر الإجابة -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

NR 22



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

- تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل -

التمرين الأول (3 ن)

1.25	(1)	أ- 0.5	ب- 0.25 ل $d(\Omega, (P)) = \sqrt{2}$ و 0.25 ل $(P)$ مماس ل $(S)$ و 0.25 للتحقق
1	(2)	أ- 0.25	ب- 0.5 للمستقيم $(\Delta)$ مماس للفلake $(S)$ و 0.25 لنقطة التماس هي $C$
0.75	(3)	0.5 للجداء المتجهي و 0.25 لمساحة المثلث تساوي 1	

التمرين الثاني (3 ن)

1.5	(1)	0.75 للتوصل إلى $p(A) = \frac{5}{14}$ و 0.75 للتوصل إلى $p(B) = \frac{1}{7}$
1.5	(2)	أ- 0.5 ب- 0.25 ل $p(X=8) = \frac{1}{7}$ و 0.25 ل $p(X=4) = \frac{3}{28}$ و 0.5 ل $p(X=0) = \frac{9}{14}$

التمرين الثالث (3 ن)

1.25	(1)	أ- 0.25 للتحقق ب- 0.25 لمعيار العدد $b$ و 0.25 ل عمدة للعدد $b$ ج- 0.5
1.75	(2)	أ- 0.25 للتحقق و 0.25 ل $OA = OC$ و 0.25 ل $\left(\overline{OA}, \overline{OC}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ ب- 0.5 ج- 0.25 ل $OABC$ متوازي أضلاع و 0.25 ل $OABC$ مربع

المسألة ( 11 ن )

		(I)	
0.25		(1)	0.25
0.5 ل $g(x) \leq 0$ لكل $x$ من المجال $]0, 1]$ و 0.5 ل $g(x) \geq 0$ لكل $x$ من المجال $[1, +\infty[$		(2)	1
		(II)	
0.25 للنهائية و 0.25 للتأويل الهندسي		(1)	0.5
أ- 0.25 ل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ و 0.5 ل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = +\infty$		(2)	1
أ- 1 ب- 0.25 لإشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ و 0.25 ل $f$ تناقصية على $]0, 1]$ و 0.25 ل $f$ تزايدية على $[1, +\infty[$		(3)	2
ج- 0.25 لكل حل من الحلين ب- 0.25 لكل نقطة من النقطتين		(4)	1.75
ج- 0.5 لإثبات المتفاوتة و 0.25 للاستنتاج 1 (انظر الشكل أسفله)		(5)	1
أ- 0.5 ب- 0.25 لنتقنية المكاملة بالأجزاء و 0.25 للتوصل إلى النتيجة		(6)	1.75
د- 0.25 للمساحة ب $cm^2$ هي $\int_1^2 (x - f(x)) dx$ و 0.25 للتوصل إلى أن المساحة هي $(1 - \ln 2)^2 cm^2$			
		(III)	
0.5		(1)	0.5
0.5		(2)	0.5
0.25 للمتتالية $(u_n)$ متقاربة (تناقصية و مصغورة) و 0.25 ل (التأكيد على أن $f$ متصلة على $[1, 2]$ و $f([1, 2]) \subset [1, 2]$ و 0.25 لنهاية المتتالية هي 1		(3)	0.75

