★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- الموضوع -

NS 26

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴰ ⵓⵔⵎⵙⵙⵓⵔ ⴰⵣⵡⵔⵓ
ⴰ ⵓⵙⵎⵔⵙ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴰ ⵓⵙⵙⵏⵙ ⴰⵎⴰⵡⴰⵙ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ

!

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغتين العربية والفرنسية)	المعامل	4

تعليمات للمترشح(ة)	Instructions au candidat(e)
هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها	**Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.**

الوثيقة التي بين يديك من 5 صفحات:الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و3 للموضوع باللغة العربية،والصفحتان 4 و 5 لنفس الموضوع باللغة الفرنسية.اختر إحدى اللغتين للإجابة على الأسئلة.	**Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages :la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet en langue arabe et les pages 4 et 5 au sujet en langue française. Choisissez une des deux langues pour répondre aux questions.**
• **يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛**	• **Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;**
• **يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛**	• **Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ;**
• **ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...)؛**	• **Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , …);**
• **يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛**	• **Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet;**
• **ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛**	• **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;**
• **يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛**	• **Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;**
• **يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛**	• **L'écriture au stylo rouge est à éviter;**
• **تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.**	• **Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.**

التمرين الأول :(4.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | 1. أ. احسب u_1 و u_2

0.75 | 1.ب. بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>\frac{1}{2}$

0.5 | 1.ج . تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)$

0.5 | 1.د .استنتج أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة.

2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$

0.25 | 2.أ. بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها.

0.25 | 2.ب. احسب حدها الأول v_0

0.75 | 2.ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.25 | 2.د. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3. نضع $S_n=u_0+u_1+u_2+.....+u_{n-1}$

0.75 | بين أن: $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$

التمرين الثاني :(4 نقط)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 0 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

0.75 | 1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان.

0.75 | 2. أ. بين أن $p(X=2)=\frac{12}{36}$

2 | 2.ب. أنقل الجدول جانبه على ورقة تحريرك ثم أتمم ملأه معللا جوابك.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 | 2.ج . احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث :(8.5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2-\frac{2}{x}+\ln x$

1.5 | 1. احسب $g'(x)$ واستنتج أن g تزايدية على $]0;+\infty[$

1.25 | 2.أ. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)

1 | 2.ب. استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $]0;1[$ و $]1;+\infty[$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-1+(x-2)\ln x$

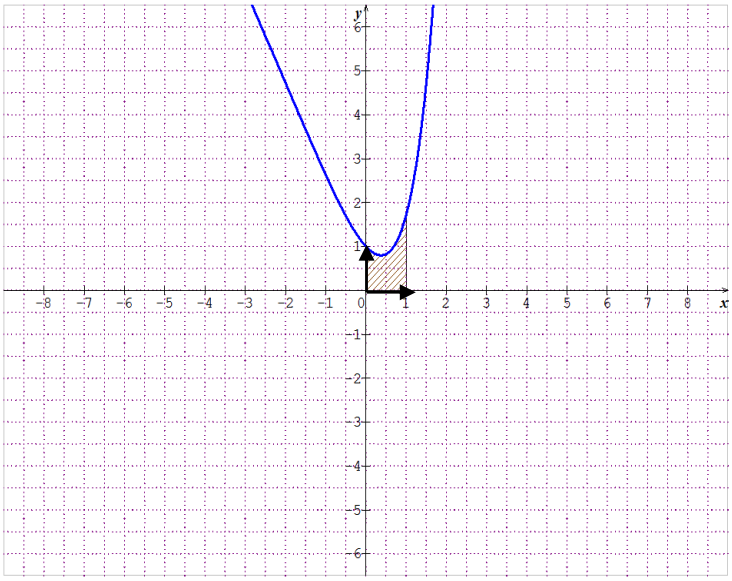
1. بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$	0.75
2. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.75
3.أ. بين أن لكل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$	0.75
3.ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f(\frac{1}{e})$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$	1.5
3. ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e};2\right]$ بالدالة f	1

التمرين الرابع :(3 نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $h(x)=xe^x-2x+1$

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx=1$	1.5
2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$	
احسب مساحة الحيز المخدش.	1.5



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par: $u_0=6$ et $u_{n+1}=\frac{1}{5}u_n+\frac{2}{5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 **1.a.** Calculer u_1 et u_2

0.75 **1.b.** Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n>\frac{1}{2}$

0.5 **1.c.** Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=\frac{4}{5}\left(\frac{1}{2}-u_n\right)$

0.5 **1.d.** En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2.On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$

0.25 **2.a.** Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique en précisant sa raison.

0.25 **2.b.** Calculer son premier terme v_0

0.75 **2.c.** Calculer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$

0.25 **2.d.** Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. On pose $S_n=u_0+u_1+u_2+.....+u_{n-1}$

0.75 Montrer que $S_n=\frac{55}{8}\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)+\frac{n}{2}$

Exercice n°2 :(4pts)

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0 ;0 ;1 ;1 ;1 ;1 ;2 ;2;2
On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

0.75 **1.** Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 **2.a.** Montrer que $p(X=2)=\frac{12}{36}$

2 **2.b.** Copier le tableau ci – contre et le compléter en justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 **2.c.**Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(8.5pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=2-\frac{2}{x}+\ln x$

1.5 **1.** Calculer $g'(x)$ et en déduire que g est croissante sur $]0;+\infty[$

1.25 **2.a.** Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de la fonction g (Le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ n'est pas demandé)

1 **2.b**. En déduire le signe de g sur chacun des intervalles $]0;1]$ et $[1;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x-1+(x-2)\ln x$

0.75 **1.** Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$

0.75 **2.** Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 **3.a.** Montrer que $f'(x)=g(x)$ pour tout x de $]0;+\infty[$

1.5 **3.b.** Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f(\frac{1}{e})$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$

1 **3.c.** En utilisant le tableau de variations déterminer l'image par f de l'intervalle $\left[\frac{1}{e};2\right]$

Exercice n°4 :(3pts)

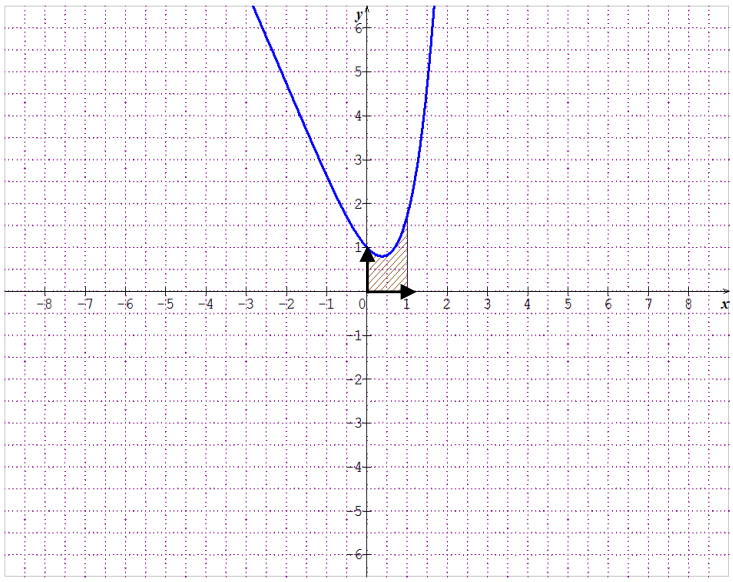
Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur IR par : $h(x)=xe^x-2x+1$

1.5 **1.** En utilisant une intégration par parties montrer que : $\int_0^1 xe^x dx=1$

2. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1.5 Calculer l'aire de la partie hachurée



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- عناصر الإجابة -

NR 26

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغتين العربية والفرنسية)	المعامل	4

التمرين الأول (4.5 نقط)

السؤال	تفصيل عناصر الإجابة وسلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1.أ	$u_1=\frac{8}{5}$ و $u_2=\frac{18}{25}$	0.25 + 0.25	0.5	
1.ب	البرهان بالترجع	0.75	0.75	
1.ج	التحقق	0.5	0.5	
1.د	$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية: 0.25 و $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة: 0.25	0.25 + 0.25	0.5	
2.أ	إثبات أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية مع تحديد أساسها	0.25	0.25	
2.ب	$v_0=\frac{11}{2}$	0.25	0.25	
2,ج	$v_n=\frac{11}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^n$	0.25	0.75	
	$u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$	0.5		
2.د	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\frac{1}{2}$	0.25	0.25	تمنح للمتر شح النقطة كاملة في حالة تقديم النتيجة صحيحة دون تعليل
3	الخطوات صحيحة: 0.5 والوصول إلى النتيجة: 0.25	0.25+0.5	0.75	

التمرين الثاني (4 نقط)

السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	إثبات أن عدد الحالات الممكنة هو 36: الصيغة العامة: 0.5 ، الحساب: 0.25	0.25+0.5	0.75	تقبل كل طريقة صحيحة
2 . أ	إثبات أن $p(X=2)=\frac{12}{36}$	0.75	0.75	
2.ب	$p(X=0)=\frac{1}{36}$ (الصيغة: 0.25 والنتيجة 0.25)	0.5	2	
	$p(X=1)=\frac{8}{36}$ (الصيغة: 0.25 والنتيجة 0.25)	0.5		
	$p(X=3)=\frac{12}{36}$ (الصيغة: 0.25 والنتيجة 0.25)	0.5		
	$p(X=4)=\frac{3}{36}$ (الصيغة: 0.25 والنتيجة 0.25)	0.5		
2 . ج	$E(X)=\frac{20}{9}$	0.5	0.5	

التمرين الثالث (8.5 نقطة)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
الجزء الأول:				
1	حساب $g'(x)$: 0.75 واستنتاج أن g تزايدية: 0.75	0.75+0.75	1.5	
2 . أ	$g(1)=0$	0.25	1.25	
	جدول تغيرات	1		
2 .ب	إشارة g	2x0. 5	1	يكفي أن يقول المترشح: " من خلال جدول التغيرات نستنتج"

الجزء الثاني:				
1	إثبات أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$	0.75	0.75	
2	إثبات أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.75	0.75	
3. أ	إثبات أن $f'(x)=g(x)$	0.75	0.75	
3 . ب	0.25: $f(1)=0$ و 0.5: $f(\frac{1}{e})=1$ 0.5: $f(2)=1$	1.25	1.5	
	جدول تغيرات f	0.25		
3 .ج	صورة المجال $\left[\frac{1}{e};2\right]$ هي $[0;1]$	1	1	تقبل النتيجة بدون تعليل

التمرين الرابع (3 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	صيغة المكاملة بالأجزاء صحيحة :	0.75	1.5	
	إثبات أن: $\int_0^1 xe^x dx=1$	0.75		
2	وضع الصيغة لحساب المساحة بشكل صحيح	0.5	1.5	في حالة عدم ذكر وحدة القياس تمنح للمترشح النقطة كاملة إذا كانت النتيجة صحيحة
	المساحة $1.u.a$	1		

Exercices n°1(4.5pts)

Question	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.a	et $u_2=\frac{18}{25}$ $u_1=\frac{8}{5}$	+ 0.25 0.25	0.5	
1.b	Raisonnement par récurrence	0.75	0.75	
1.c	Vérification	0.5	0.5	
1.d	$(u_n)_{n\in\square}$ décroissante :0.25 $(u_n)_{n\in\square}$ convergente :0.25	+ 0.25 0.25	0.5	
2.a	est géométrique en déterminant sa $(v_n)_{n\in\square}$ raison	0.25	0.25	
2.b	$v_0=\frac{11}{2}$	0.25	0.25	
2.c	$v_n=\frac{11}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^n$	0.25	0.75	
	$u_n=\frac{1}{2}\left(11\left(\frac{1}{5}\right)^n+1\right)$	0.5		
2.d	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\frac{1}{2}$	0.25	0.25	On accordera au candidat la note entière même sans justification.
3	Etapes correctes :0.5 ; Résultat correcte :0.25	0.5+0.25	0.75	

Exercice n°2(4pts)

Question	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1	Prouver que le nombre de cas est 36 : La formule générale : 0.5, Le calcul :0.25	0.5+0.25	0.75	Toute méthode correcte est acceptée.
2.a	Prouver que $p(X=2)=\frac{12}{36}$	0.75	0.75	
2.b	$p(X=0)=\frac{1}{36}$ (Formule :0.25; résultat:0.25)	0.5	2	
	$p(X=1)=\frac{8}{36}$ (Formule :0.25; résultat:0.25)	0.5		
	$p(X=3)=\frac{12}{36}$ (Formule :0.25; résultat:0.25)	0.5		
	$p(X=4)=\frac{3}{36}$ (Formule :0.25; résultat:0.25)	0.5		
2.c	$E(X)=\frac{20}{9}$	0.5	0.5	

Exercice n°3 : (8.5pts)				
Question	**Détails d'éléments de réponses et barème**	**Notes partielles**	**Total**	**Observations**
Partie I				
1	Calcul de $g'(x)$ et g est croissante	0.75+0.75	1.5	
2.a	$g(1)=0$	0.25	1.25	
	Tableau de variations	1		
2.b	Signe de g	2x0. 5	1	Il suffit que le candidat dise : « A partir du tableau de variation on déduit que »

Partie II				
1	Prouver que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$	0.75	0.75	
2	Prouver que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.75	0.75	
3.a	Prouver que $f'(x)=g(x)$	0.75	0.75	
3.b	$f(1)=0$:0.25 ; $f(\frac{1}{e})=1$:0.5 $f(2)=1$:0.5	1.25	1.5	
	Tableau de variations	0.25		
3.c	L'image de $\left[\frac{1}{e};2\right]$ est $[0;1]$	1	1	Le résultat sera accepté sans justification.

Exercice n°4(3pts)				
Question	**Détails d'éléments de réponses et barème**	**Notes partielles**	**Total**	**Observations**
1	Formule de l'intégration par parties correcte	0.75	1.5	
	Prouver que $\int_0^1 xe^x dx=1$	0.75		
2	L'expression correcte du calcul de l'aire	0.5	1.5	Le résultat sera accepté même si le candidat ne cite pas l'unité d'aire.
	L'aire est : $1.u.a$	1		