المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2023

RS 22	الموضوع	sssssssssssssssssss-sss

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية وحساب التكامل	8 نقط

- ✓ نرمز بـ $\overline{z}$ لمرافق العدد العقدي z وبـ $|z|$ لمعياره،
- ✓ $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول (3 نقط):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=0$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n-2}{2u_n+5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 1) بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>-1$

0.5 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج أن (u_n) متقاربة .

3) نضع $v_n=\dfrac{3}{1+u_n}$ ، لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 ثم حدد حدها الأول.

0.5 ب) عبر عن u_n بدلالة n، لكل n من $\mathbb{N}$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

4) نضع $w_n=e^{3-v_n}$ و $S_n=w_0+w_1+\ldots+w_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 أ) بين أن (w_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول.

0.5 ب) احسب نهاية المجموع S_n

التمرين الثاني (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2,1,2)$ و $B(-2,0,5)$ و $C(4,-5,7)$ و $\Omega(1,-1,0)$. نضع $\vec{u}=\overrightarrow{\Omega A}$

لتكن (S) الفلكة التي مركزها Ω و شعاعها $R=3$

0.5 1) أ) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=13\vec{u}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.

0.25 ب) تحقق أن $x+2y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

0.5 ج) بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في النقطة A

2) ليكن (P) المستوى الذي معادلته الديكارتية $3x+4y+z+1=0$ و (Δ) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P)

0.5 أ) بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوى (P) في النقطة $H\left(\dfrac{1}{2},-1,\dfrac{3}{2}\right)$

0.5 ب) حدد إحداثيات النقطة D بحيث تكون النقطة H منتصف القطعة $[AD]$

3) ليكن (Q) المستوى المار من النقطة D والمتجهة $\overrightarrow{\Omega D}$ منظمية عليه.

0.25 أ) بين أن المستوى (Q) مماس للفلكة (S) في D

0.5 ب) بين أن المستويين (Q) و (ABC) يتقاطعان وفق المستقيم (BC)

التمرين الثالث (3 نقط):

1) نعتبر العدد العقدي $a=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

0.25 أ) بين أن $a=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 ب) استنتج أن a^{2022} عدد حقيقي

0.5 2) في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي a و $\bar{a}$

حدد قياسا لزاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول B إلى A

3) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E_\alpha): z^2-\sqrt{3}z+\alpha=0$ حيث α عدد حقيقي غير منعدم .

نفترض أن المعادلة (E_α) تقبل حلين عقديين مترافقين غير حقيقيين z و $\bar{z}$

لتكن النقط $M(z)$ و $N(\bar{z})$ و $P(\sqrt{3})$ من المستوى العقدي.

بدون حل المعادلة (E_α):

0.5 أ) علل أن $\alpha>\frac{3}{4}$ و أن $\alpha=z\bar{z}$

0.5 ب) بين أن $|z|=|z-\sqrt{3}|$

0.5 ج) استنتج أن النقطتين M و N تنتميان الى المستقيم (Δ) واسط القطعة $[OP]$

0.5 د) حدد قيمة α التي من أجلها $|z-\sqrt{3}|=\sqrt{3}$ واستنتج في هذه الحالة، نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) والدائرة التي مركزها P وشعاعها $\sqrt{3}$.

التمرين الرابع (3 نقط):

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وكرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس.

1) نسحب عشوائيا وتآنيا كرتين من الصندوق.

0.5 أ) أحسب احتمال الحدث A : " سحب كرة سوداء واحدة على الأقل "

0.5 ب) نعتبر الحدث B : " الحصول على كرتين من نفس اللون " . بين أن $p(B)=\frac{7}{15}$

0.5 ج) نكرر هذه التجربة خمس مرات مع إعادة الكرتين الى الصندوق بعد كل سحبة.

ما هو احتمال تحقق الحدث B ثلاث مرات بالضبط؟

2) في هذا السؤال، نسحب كرات من الصندوق، واحدة تلو الأخرى وبدون إحلال، ونتوقف عن السحب عند الحصول على كرة بيضاء لأول مرة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي تم إجراؤها في هذه التجربة.

0.25 أ) علل أن القيم التي يأخذها X هي : 1 و 2 و 3

0.25 ب) بين أن $p(X=2)=\frac{4}{15}$

0.5 ج) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

0.5 د) ما هو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل؟

المسألة(8 نقط):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\begin{cases} f(x)=(x-1)^2e^{x(2-x)} & ; \quad x\le 2 \\ f(x)=1+(x-2)^2\ln(x-2) & ; \quad x>2 \end{cases}$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1cm$)

0.5 1) بين أن الدالة f متصلة في النقطة 2

0.25 2) أ) تحقق أن لكل $x<2$ و $x\neq 0$ ، $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=xe^{x(2-x)}-x.\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$

0.5 ب) بين أن f قابلة للاشتقاق على اليسار في 2

0.75 ج) بين أن f قابلة للاشتقاق في 2 وأن $f'(2)=0$ ثم أول النتيجة هندسيا

0.25 3) أ) تحقق أن لكل $x\le 2$ ، $f(x)=x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}$

0.5 ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا

0.75 ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة.

0.5 4) أ) بين أن لكل $x<2$ ، $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$

0.5 ب) بين أن لكل $x>2$ ، $f'(x)=(x-2)(1+2\ln(x-2))$

0.5 ج) حل في المجال $]2,+\infty[$ المتراجحة $1+2\ln(x-2)\le 0$

0.75 د) أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$

1 5) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

(نعطي: $f(3)=1$ و $2+\dfrac{1}{\sqrt{e}}\approx 2.6$ و $f\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)\approx 0.8$)

6) ليكن $\lambda\in]2,3[$

0.5 أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن $\int_{\lambda}^{3}(x-2)^2\ln(x-2)dx=-\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{3}(\lambda-2)^3\left(\dfrac{1}{3}-\ln(\lambda-2)\right)$

0.5 ب) استنتج بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ لحيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمات ذات المعادلات: $y=1$ و $x=\lambda$ و $x=3$

0.25 ج) احسب $\lim\limits_{\lambda\to 2^+} A(\lambda)$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2023

عناصر الإجابة

RR 22

sssssssssssssssssss-sss

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

- نأخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل ونقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل –

التمرين	السؤال	التنقيط	عناصر الإجابة
التمرين الأول	1)	0.5	
	2)	0.5	0.25 للرتابة و0.25 للتقارب
	3) أ)	0.5	0.25 + 0.25
	ب)	0.5	0.25 للتعبير و0.25 للنهاية
	4) أ)	0.5	0.25 + 0.25
	ب)	0.5	0.25 لصيغة المجموع بدلالة n و 0.25 لحساب النهاية
التمرين الثاني	1)أ)	0.5	0.25 للمتساوية و 0.25 لعدم استقامية النقط
	ب)	0.25	
	ج)	0.5	0.25 لتماس الفلكة والمستوى و0.25 لتعليل نقطة التماس A
	2)أ)	0.5	
	ب)	0.5	
	3) أ)	0.25	
	ب)	0.5	
التمرين الثالث	1)أ)	0.25	
	ب)	0.25	
	2)	0.5	
	3) أ)	0.5	0.25 ل $\Delta < 0$ و0.25 لجداء الحلين
	ب)	0.5	
	ج)	0.5	0.25 + 0.25
	د)	0.5	0.25 لتحديد القيمة و 0.5 للاستنتاج
التمرين الرابع	1)أ)	0.5	
	ب)	0.5	
	ج)	0.5	0.25 لصيغة القانون الحداني و0.25 لتتمة الحساب
	2) أ)	0.25	
	ب)	0.25	
	ج)	0.5	0.25 لحساب احتمال : $X=1$ و 0.25 لحساب احتمال : $X=3$
	د)	0.5	

التمرين	السؤال	التنقيط	عناصر الإجابة
المسألة	1)	0.5	
	2) أ)	0.5	
	ب)	0.5	
	ج)	0.75	0.25 لقابلية الاشتقاق على اليمين و0.25 للعدد المشتق و0.25 للتأويل
	3) أ)	0.25	
	ب)	0.5	0.25 لحساب النهاية و 0.25 للتأويل الهندسي
	ج)	0.75	0.25 لكل نهاية و 0.25 للتأويل الهندسي
	4) أ)	0.5	
	ب)	0.5	
	ج)	0.5	
	د)	75.0	0.5 لدراسة الإشارة و0.25 لجدول التغيرات
	5)	1	أنظر المبيان أسفله :0.25 للمقارب الأفقي و 0.25 للفرع الشلجمي و0.25 للمماسات الأفقية (مماس واحد على الأقل) و 0.25 لشكل المنحنى
	6) أ)	0.5	
	ب)	0.5	
	ج)	0.25