

الصفحة

1

4

**|

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2023

ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ

ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ

ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ



المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية

والتعليم الأول والثالث

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

الموضوع

NS 26F

2h

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

4

المعامل

مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية

الجهة أو المسلك

Exercice n°1:(2 pts)

Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = \frac{2}{7}w_n + 1$ pour tout n de \mathbb{N}

- 1 1. Montrer par récurrence que $w_n < \frac{7}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.5 2.a. Montrer que $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.
- 0.5 2.b. La suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle convergente ? Justifier votre réponse.

Exercice n°2:(3 pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{3+7u_n}{7+3u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
2. On pose $v_n = \frac{1-u_n}{1+u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.25 2.a. Calculer v_0
- 1 2.b. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$
- 0.25 2.c. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} , $v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$
- 0.5 3.a. Vérifier que $u_n = \frac{1-v_n}{1+v_n}$
- 0.25 3.b. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} , $u_n = \frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n}$
- 0.25 3.c. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°3:(1 pt)

$(\Omega; p)$ est un espace probabilisé fini.

On rappelle que si A et B sont deux événements de Ω alors

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Soit A et B deux événements indépendants tels que : $p(A) = \frac{1}{2}$ et $p(A \cup B) = \frac{5}{8}$

- 1 Calculer $p(B)$

Exercice n°4:(3 pts)

Une urne contient cent jetons indiscernables au toucher de couleur soit blanche soit noire et portant soit le chiffre 1 soit le chiffre 2.

La répartition de ces jetons est donnée par le tableau suivant :

Couleur Chiffre porté par le jeton	Couleur		Total
	Blanche	Noire	
1	50	16	66
2	14	20	34
Total	64	36	100

On tire au hasard un jeton de l'urne.

1. Calculer les probabilités suivantes :

- 0.5 a. La probabilité p_1 pour que le jeton soit de couleur blanche.
- 0.5 b. La probabilité p_2 pour que le jeton porte le chiffre 2
- 0.5 c. La probabilité p_3 pour que le jeton porte le chiffre 2 et soit de couleur blanche.
- 0.5 2. La probabilité p_4 pour que le jeton tiré porte le chiffre 2 sachant qu'il est de couleur blanche.
- 0.5 3. On considère la variable aléatoire X qui est égale au chiffre porté par le jeton.
- 0.5 3.a. Copier et compléter le tableau suivant :

x_i	1	2
$p(X=x_i)$		

- 0.5 3.b. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de X

Exercice n°5:(2.5 pts)

1. Calculer les limites suivantes :

1.5 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right)$

2. On rappelle que si f est une fonction dérivable en x_0 alors $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$

1 Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$ et $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} \times \ln x \right)$

Exercice n° 6:(8.5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 1 - \frac{x}{e^x}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.

1.5 1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.

Instructions au candidat(e)

تعليمات للمترشح(ة)

0.5 Important: Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.

1 Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.

تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات، الأولى منها خاصة بالتوجيهات.

1.5 4. Répondre aux questions du sujet avec précision et soin dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛

1 4.a. A l'aide d'une intégration par parties, montrer que

يسمح لك باستخدام الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛ $\int_0^2 x e^{-x} dx = \frac{2}{e}$

1 4.b. En déduire l'aire de la partie hachurée. Vous devez justifier les résultats.

ينبغي عليك تحليل النتائج

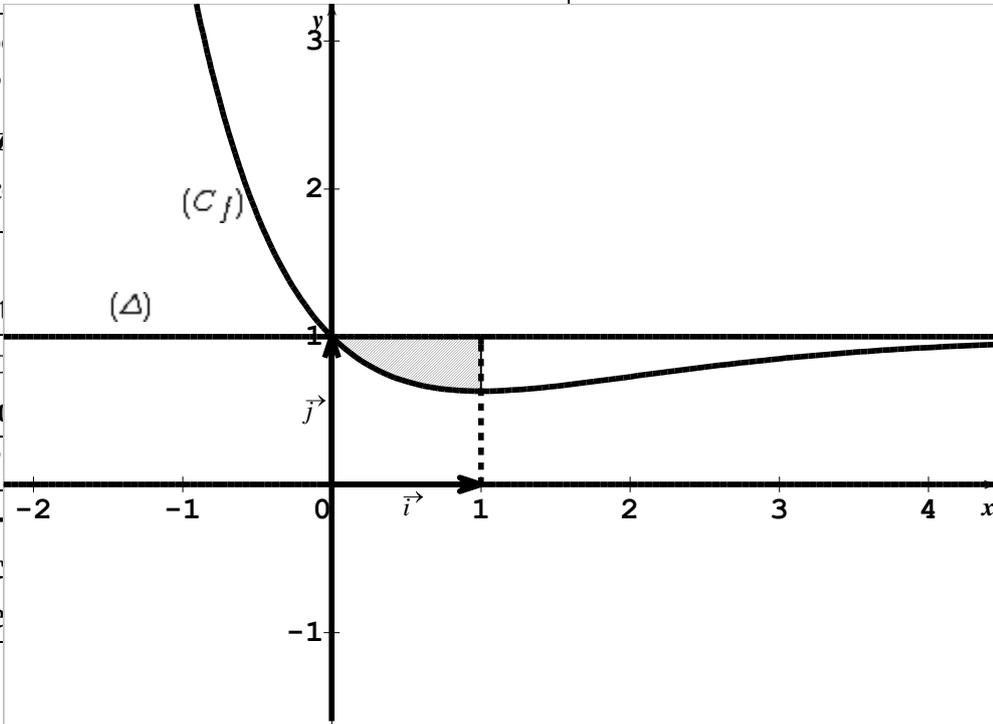
• Vous pouvez selon l'habitude de l'exercice

• Veuillez faire une copie soignée

• Il est souhaitable de donner des réponses numériques

• Eviter l'usage de la calculatrice

• Assurez-vous de bien lire les exercices d'examen



• يمكن الترتيب يتعين نفس المود

• ينبغي الورقة

• يستحسن ضمان

• يتعين

• تحقق المود

3.c	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$	0.25	0.25	On accordera au candidat la note entière pour une réponse correcte même sans justification
-----	--	------	------	--

Exercice n°3:(1 pt)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
-----------	--	------------------	-------	--------------

$(\Omega; p)$ est un espace probabilisé fini.

	Utilisation de $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ pour la mise en équation	0.5	1	
	$p(B) = \frac{1}{4}$	0.5		

Exercice n°4:(3 pts)

Questions	Détails d'éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
-----------	--	------------------	-------	--------------

Une urne contient cent jetons indiscernables au toucher de couleur soit blanche soit noire et portant soit le chiffre 1 soit le chiffre 2.

1. a	La probabilité $p_1 = \frac{64}{100}$	0.5	0.5							
1. b	La probabilité $p_2 = \frac{34}{100}$	0.5	0.5							
1. c	La probabilité $p_3 = \frac{14}{100}$	0.5	0.5							
2.	La probabilité $p_4 = \frac{7}{32}$	0.5	0.5							
3.	On considère la variable aléatoire X qui est égale au chiffre porté par le jeton.									
3.a	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$p(X=x_i)$</td> <td>$\frac{66}{100}$</td> <td>$\frac{34}{100}$</td> </tr> </table>	x_i	1	2	$p(X=x_i)$	$\frac{66}{100}$	$\frac{34}{100}$	0.5	0.5	
x_i	1	2								
$p(X=x_i)$	$\frac{66}{100}$	$\frac{34}{100}$								
3.b	$E(X) = \frac{134}{100}$	0.5	0.5							

Exercice n°5:(2.5pts)

Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
1.	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} - \ln x \right) = +\infty$	0.5	1.5	0.25 pour la justification
	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) = +\infty$	1		0.5 pour la justification

2.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$	0.5	1	On appliquera $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ pour f bien choisie (pour la première limite)
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x}{x-1} = 1$	0.5		
Exercice n° 6:(8.5 pts)				
Questions	Détail des éléments de réponses et barème	Notes partielles	Total	Observations
On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :				
$f(x) = 1 - \frac{x}{e^x}$				
1.a	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$	0.5	1	0.25 pour la justification
	L'interprétation géométrique du résultat	0.5		
1.b	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	0.5	1.5	0.25 pour la justification
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$	0.5		0.25 pour la justification
	L'interprétation géométrique du résultat.	0.5		
2.a	$f'(x) = \frac{x-1}{e^x}$	0.5	0.5	
2.b	Etude du signe de $f'(x)$	0.75	1	
	Le tableau de variations de f	0.25		
2.c	La tangente à (C_f) au point d'abscisse 0 l'équation est : $y = -x + 1$	1	1	
3	$f''(x) = \frac{2-x}{e^x}$ pour tout x de \mathbb{R}	1	1.5	
	(C_f) admet un point d'inflexion d'abscisse 2 car $f''(x)$ s'annule en 2 et change de signe en 2	0.5		
4	(C_f) est la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation : $y = 1$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$			
4.a	$\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$	1	1	
4.b	L'aire de la partie hachurée est $\left(\frac{e-2}{e}\right) u.a$	1	1	On accepte le résultat même sans unité d'aire.