المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2023

NS 28	الموضوع	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS	
المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية	المعامل	7

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.

تعطى التعابير الحرفية قبل التطبيقات العددية.

يتضمن الموضوع أربعة تمارين.

تمرين 1 (7 نقط)

- دراسة بعض التفاعلات الكيميائية لحمض الإيثانويك.

تمرين 2 (2,5 نقط)

- دراسة بعض التحولات النووية للتريتيوم.

تمرين 3 (5 نقط)

- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر،
- دراسة دارة LC ،
- تضمين الوسع لإشارة.

تمرين 4 (5,5 نقط)

- دراسة حركة سقوط كرة.
- دراسة حركة أرجوحة.

تمرين 1 (7 نقط)

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع:
- الماء،
- محلول مائي لميثانوات الصوديوم،
- الميثانول.

1- دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

نحضر حجما V من محلول مائي S_A لحمض الإيثانويك CH_3COOH تركيزه المولي $C_A = 5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$. أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة: $pH = 3,05$.

1.1- اكتب معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء. **(0,5 ن)**

1.2- نعرف نسبة الحمض CH_3COOH في المحلول S_A عند حالة التوازن كما يلي:

$$\alpha(CH_3COOH) = \frac{[CH_3COOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}}.$$

باستعانتك بالجدول الوصفي ، بيّن أن $\alpha(CH_3COOH) = 1 - \tau$ مع τ نسبة التقدم النهائي لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء. استنتج قيمة $\alpha(CH_3COOH)$. **(0,75 ن)**

1.3- بين أن قيمة $pK_{A1} = pK_A(CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)})$ هي $pK_{A1} \simeq 4,79$. **(0,5 ن)**

2- دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع أيون الميثانوات

نمزج حجما V_1 من المحلول S_A مع حجم $V_2 = V_1$ من محلول مائي S_B لميثانوات الصوديوم $Na^+_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_B = C_A$.

2.1 - اكتب معادلة التفاعل الذي يحدث بين أيونات الميثانوات و حمض الإيثانويك. **(0,75 ن)**

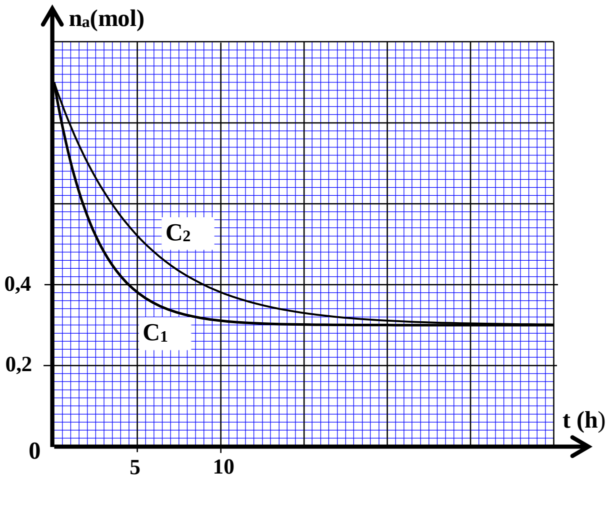
2.2- أوجد تعبير خارج التفاعل عند التوازن $Q_{r,éq}$ الموافق للتفاعل بدلالة ثابتتي الحمضية K_{A1} و K_{A2} للمزدوجتين المتدخلتين في هذا التفاعل. أحسب قيمته علما أن $pK_{A2} = pK_A(HCOOH_{(aq)} / HCOO^-_{(aq)}) = 3,75$. **(0,75 ن)**

2.3 - أوجد تعبير pH الخليط التفاعلي بدلالة pK_{A1} و pK_{A2}. احسب قيمته. **(0,5 ن)**

3- دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الميثانول

ننجز خليطين متساويي المولات من حمض الإيثانويك مع الميثانول CH_3OH : $n_0(CH_3COOH) = n_0(CH_3OH) = 0,9\ mol$.

مكن التتبع الزمني لكمية المادة n_a لحمض الإيثانويك في كل من الخليطين، عند نفس درجة الحرارة θ، من الحصول على المنحنيين C_1 و C_2 الممثلين في الشكل جانبه. تم الحصول على أحد المنحنيين باستعمال حفاز بالنسبة لأحد الخليطين.



3.1- اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحول الذي يحدث باستعمال الصيغ نصف المنشورة. **(0,5 ن)**

3.2- عين، معللا الجواب، المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز. **(0,5 ن)**

3.3- حدد تركيب الخليط التفاعلي عند التوازن. **(0,5 ن)**

3.4- أوجد قيمة $t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل في حالة التحول الكيميائي الموافق للمنحنى C_2. **(0,5 ن)**

3.5- احسب مردود التحول الكيميائي المدروس. **(0,75 ن)**

3.6- عند حالة توازن المجموعة الكيميائية، نضيف لأحد الخليطين التفاعليين كمية المادة $n = 0,1mol$ من حمض الإيثانويك.

علما أن ثابتة التوازن للتحول الكيميائي المدروس هي $K = 4$، أوجد من جديد مردود هذا التحول الكيميائي. **(0,5 ن)**

تمرين 2 : (2,5 نقط)

نقترح في هذا التمرين دراسة تفتت التريتيوم $^{3}_{1}H$ و تفاعل اندماجه مع الدوتوريوم $^{2}_{1}H$. $^{2}_{1}H$ و $^{3}_{1}H$ نظيران لعنصر الهيدروجين.

معطيات: - نأخذ الكتلة المولية للتريتيوم: $M(^{3}_{1}H)=3g.mol^{-1}$ ،

- عدد أفوكادرو: $N_A = 6,02.10^{23}\ mol^{-1}$ ،
- عمر النصف للتريتيوم $^{3}_{1}H$: $t_{1/2} = 12,32\,an$ ،
- طاقات الربط لبعض النوى:

النواة	$^{2}_{1}H$	$^{3}_{1}H$	$^{4}_{2}He$
$E_\ell\,(MeV)$	2,366	8,475	28,296

- نأخذ: $1an = 3,16.10^{7}\ s$.

1- تفتت التريتيوم:

التريتيوم نظير مشع من طراز β^- ينتج عن تفتته نواة أحد نظائر الهيليوم.

1.1- اختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية: **(0,5 ن)**

أ	عدد الكتلة بالنسبة للنواة $^{3}_{2}He$ هو **5**.
ب	يميز النشاط الإشعاعي β^- النوى الثقيلة جدا.
ج	خلال المدة $t = 2t_{1/2}$، انطلاقا من بداية التفتت، يمثل عدد النوى المتفتتة لعينة مشعة 25% من عدد النوى البدئية.
د	تساوي كتلة نواة ذرة مجموع كتل نوياتها.
هـ	خلال تفاعل الانشطار النووي، تتحول الكتلة إلى طاقة.

1.2- اكتب معادلة التفتت لنواة التريتيوم. **(0,25 ن)**

1.3- أثبت العلاقة بين عمر النصف $t_{1/2}$ وثابتة النشاط الاشعاعي λ. **(0,25 ن)**

1.4- نتوفر عند اللحظة $t_0 = 0$ على عينة من التريتيوم المشع كتلتها $m_0 = 2\,\mu g$.

احسب بالوحدة Bq النشاط الاشعاعي a_1 للعينة عند تفتت 90% من نوى التريتيوم. **(0,5 ن)**

2- تفاعل اندماج التريتيوم $^{3}_{1}H$ و الدوتوريوم $^{2}_{1}H$

ينتج عن اندماج نواة الدوتوريوم و نواة التريتيوم نواة الهيليوم $^{4}_{2}He$ وانبعاث نوترون.

2.1- أجب بصحيح أو خطأ، معللا الجواب، على كل اقتراح من الاقتراحين التاليين:

أ- الطاقة التي ينبغي منحها لنواة التريتيوم في حالة سكون قصد فصل نوياته وتبقى في حالة سكون هي 8,475 MeV. **(0,25 ن)**

ب - التريتيوم أكثر استقرارا من الدوتوريوم. **(0,25 ن)**

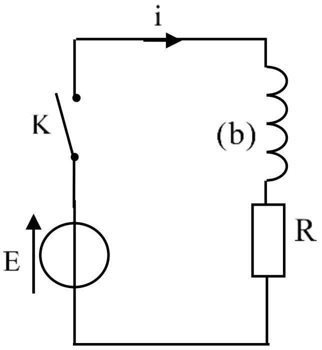
2.2- احسب، بالوحدة MeV ، الطاقة $E_{lib} = |\Delta E|$ التي يحررها تفاعل اندماج نواة واحدة من الدوتوريوم مع نواة واحدة من التريتيوم. **(0,5 ن)**

تمرين 3 : (5 نقط)

يهدف هذا التمرين إلى دراسة:

- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر ،
- دارة متذبذبة LC،
- تضمين الوسع لإشارة.

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر



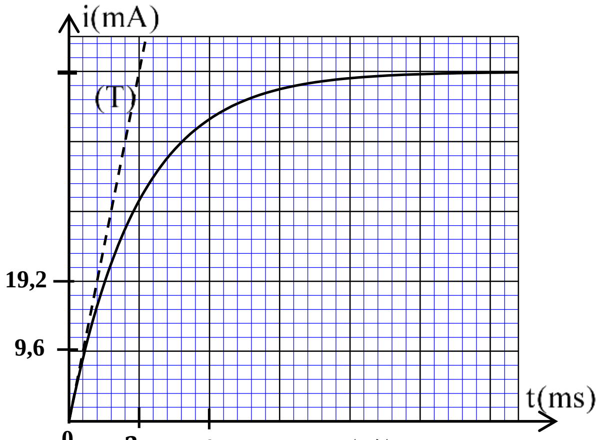
الشكل 1

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1 والمكون من:

- مولد للتوتر قوته الكهرمحركة $E = 24\,V$ ؛
- موصل أومي مقاومته R ؛
- وشيعة (b) معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة ؛
- قاطع التيار K .

نغلق قاطع التيار K عند لحظة تاريخها $t_0 = 0$. مكن نظام مسك معلوماتي ملائم من الحصول على المنحنى الذي يمثل التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الدارة (الشكل 2).

يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى عند النقطة ذات الأفصول $t_0 = 0$.



الشكل 2

1.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$. **(0,25 ن)**

1.2- تعبير شدة التيار الكهربائي المار في الدارة هو : $i(t) = A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}$

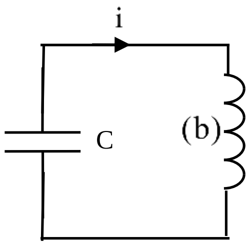
مع A و B ثابتتين و τ ثابتة الزمن للدارة.

1.2.1- حدد تعبير كل من الثابتتين A و B بدلالة E و R. **(0,5 ن)**

1.2.2- بيّن أن $L = 1H$. **(0,5 ن)**

1.3- حدد ، في النظام العالمي للوحدات، التعبير العددي للتوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة أثناء إقامة التيار. **(0,5 ن)**

2- دارة متذبذبة LC



الشكل 3

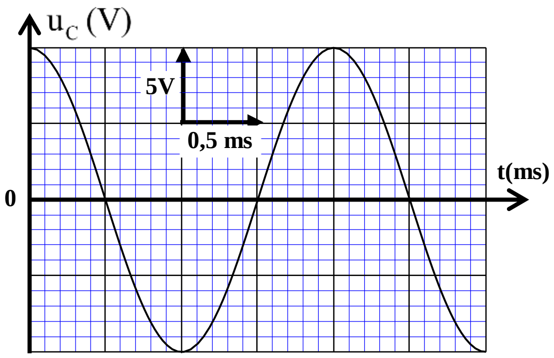
ننجز دارة متذبذبة LC بتركيب الوشيعة (b) التي تم استعمالها سابقا مع مكثف سعته C مشحونا كليا بمولد للتوتر قوته الكهرمحركة E_0 (الشكل 3).

2.1- اثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف. **(0,25 ن)**

2.2- يمثل منحنى الشكل 4 تغيرات التوتر $u_C(t)$ بدلالة الزمن.

2.2.1- أوجد قيمة السعة C للمكثف.(نأخذ $\pi^2 = 10$) **(0,5 ن)**

2.2.2- أوجد الطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيعة عند اللحظة $t = 1{,}8\,ms$. **(0,75 ن)**



الشكل 4

3- تضمين الوسع لإشارة

يمثل منحنى الشكل 5 التطور الزمني للتوتر $u(t)$ الموافق لإشارة مضمَّنة الوسع. يكتب التعبير الرياضي لـ $u(t)$ على شكل:

$u(t) = A\left(1 + m.\cos(2\pi f_s.t)\right).\cos(2\pi f_p.t)$ مع A ثابتة و m نسبة التضمين و f_p و f_s على التوالي تردد الاشارة الحاملة و الاشارة المضمّنة.

3.1- اختر الاقتراح الصحيح: **(0,5 ن)**

أ	تردد الإشارة المضمّنة هو $4\,kHz$.
ب	تردد الاشارة الحاملة هو $4\,kHz$.
ج	تردد الإشارة المضمّنة هو $100\,Hz$.
د	تردد الاشارة الحاملة هو $200\,Hz$.

-3.2 أجب بصحيح أو خطأ ، معللا الجواب، على كل اقتراح من الاقتراحين التاليين:

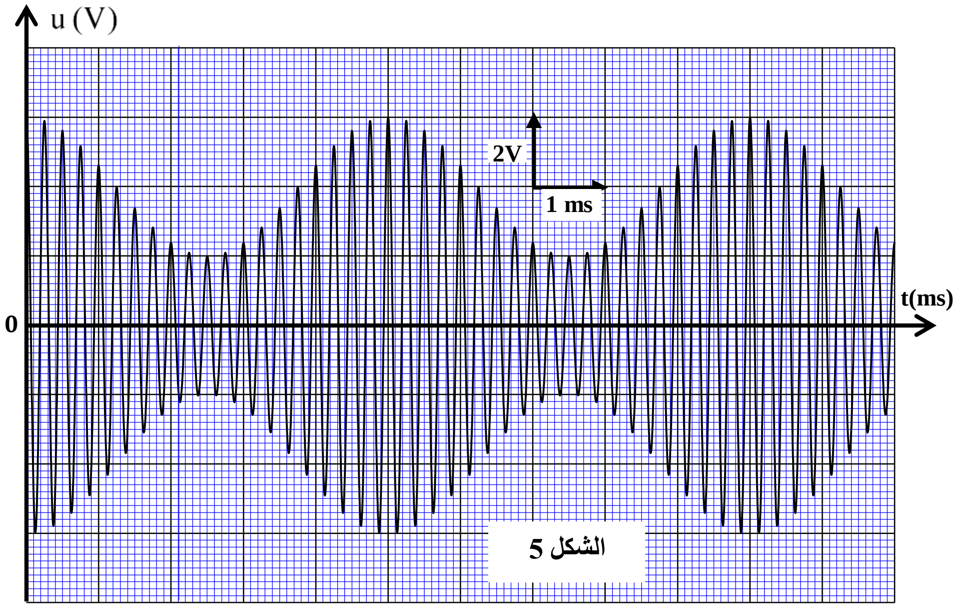
أ- قيمة نسبة التضمين هي :

$m=0,4$. **(0,5 ن)**

ب- قيمة المركبة المستمرة للتوتر هي:

$U_0=2\,V$. **(0,25 ن)**

-3.3 مثّل شكل طيف ترددات الاشارة المضمَّنة $u(t)$ بدون احترام سلم دقيق. **(0,5 ن)**



الشكل 5

تمرين 4 : (5,5 نقط)

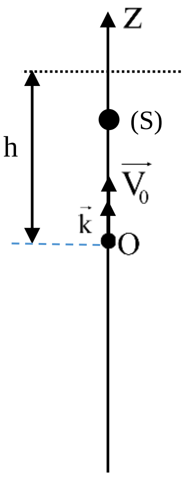
الجزءان مستقلان

الجزء I : دراسة حركة سقوط كرة

نرسل رأسيا نحو الأعلى في مجال الثقالة ، عند اللحظة $t_0=0$ ، انطلاقا من نقطة O ، كرة (S) كتلتها m ومركز قصورها G بسرعة بدئية قيمتها $V_0=12\,m.s^{-1}$ (الشكل 1).

ندرس على مرحلتين، حركة G مركز القصور الكرة في معلم $(O;\vec{k})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

- حركة السقوط الحر للكرة في مرحلة أولى؛
- حركة سقوط الكرة باحتكاك في مرحلة ثانية.



الشكل 1

معطيات:

- الكتلة: $m=80\,g$ ،
- شدة الثقالة: $g=10\,m.s^{-2}$.

-1 حركة السقوط الحر للكرة

خلال الحركة نعتبر أن مركز القصور G للكرة يكون في سقوط حر.

-1.1 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد المعادلة الزمنية العددية لكل من السرعة $v_z(t)$ و الموضع $z(t)$ لمركز القصو G للكرة. **(0,75 ن)**

-1.2 بالاعتماد على المعادلتين الزمنيتين $v_z(t)$ و $z(t)$ حدد:

-1.2.1 الارتفاع الأقصى h الذي يصل عنده G. **(0,5 ن)**

-1.2.2 القيمة الجبرية v_{OZ} لسرعة G عند مروره من النقطة O نحو الأسفل. **(0,5 ن)**

-2 حركة سقوط الكرة باحتكاك

انطلاقا من لحظة مرور مركز القصور G من النقطة O نحو الأسفل، التي نأخذها أصلا جديدا للتواريخ $(t_0=0)$، تخضع الكرة بالإضافة إلى وزنها $\vec{P}$ لقوة احتكاك مائع منمذجة بالمتجهة $\vec{f}=-\lambda\vec{v}$ مع $\vec{v}=v_z\,\vec{k}$ و $\lambda=0,12$ S.I. (نهمل دافعة أرخميدس أمام القوتين).

2.1- بيّن أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v_z لمركز القصور G للكرة تكتب: $\frac{dv_z}{dt}+\frac{1}{\tau}v_z+g=0$ مع τ الزمن المميز للحركة.**(0,5 ن)**

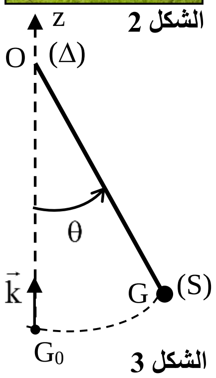
2.2- استنتج منظم السرعة الحدية لحركة مركز القصور G للكرة.**(0,25 ن)**

2.3- حدد، باستعمال طريقة أولير(Euler)، القيمة الجبرية $v_z(t_i)$ للسرعة عند اللحظة t_i علما أن تسارع الحركة عند اللحظة t_{i-1} هو $a_{i-1}=5\,m.s^{-2}$ و نأخذ خطوة الحساب $\Delta t=66\,ms$. **(0,75 ن)**

الجزء II: دراسة حركة أرجوحة

يتأرجح طفل بواسطة أرجوحة (الشكل 2).

الشكل 2



الشكل 3

ننمذج الأرجوحة مع الطفل بنواس مكون من جسم صلب (S) كتلته m و مركز قصوره G معلق في نقطة O بواسطة ساق كتلتها مهملة و طولها ℓ . يمكن للساق أن تنجز حركة دوران في المستوى الرأسي حول محور (Δ) أفقي يمر من النقطة O (الشكل 3).

ندرس حركة النواس في معلم $(G_0,\vec{k})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية صغيرة $\theta_0=9^\circ$ في المنحى الموجب، و نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t_0=0$.

نمعلم موضع النواس عند كل لحظة تاريخها t بالأفصول الزاوي θ .

نهمل جميع الاحتكاكات و نختار المستوى الأفقي المار من G_0 (موضع G عند التوازن المستقر) كمرجع لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}=0)$.

معطيات: - عزم قصور النواس بالنسبة لمحور الدوران (Δ) هو: $J_\Delta=m.\ell^2$ ،

- شدة الثقالة : $g=10\,m.s^{-2}$ ،
- $\ell=2,4\,m$ ،
- بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير نأخذ : $\cos\theta\simeq 1-\frac{\theta^2}{2}$ مع θ بالراديان.

1- بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير، بيّن أن تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس عند لحظة t يكتب كما يلي:

$E_{pp}=\frac{1}{2}mg\ell\theta^2$. **(0,5 ن)**

2- باستغلال انحفاظ الطاقة الميكانيكية للنواس:

2.1- حدد قيمة السرعة الزاوية القصوى $\dot{\theta}_{max}$ لمركز القصور G. **(0,5 ن)**

2.2- أثبت المعادلة التفاضلية للحركة التي يحققها الأفصول الزاوي $\theta(t)$. **(0,75 ن)**

3- احسب الدور الخاص لهذا النواس علما أنه مطابق لنواس بسيط طوله ℓ و كتلته m. **(0,5 ن)**

تمرين 1:

1-دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

1.1-معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء:

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2.1-إثبات العلاقة:

لدينا:

$$\alpha = \frac{[CH_3COOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}} = \frac{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}-[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}} = 1 - \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}}$$

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows$	$CH_3COO^-_{(aq)}$	$+H_3O^+_{(aq)}$
البدئية	0	$C_A.V$	بوفرة	---	0	0
الوسيطية	x	$C_A.V - x$	بوفرة	---	x	x
التوازن	$x_{éq}$	$C_A.V - x_{éq}$	بوفرة	---	$x_{éq}$	$x_{éq}$

حسب الجدول الوصفي:

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

$$[CH_3COOH]_{éq} = \frac{C_A.V - x_{éq}}{V} = C_A - \frac{x_{éq}}{V} = C_A - [CH_3COO^-]_{éq}$$

$$C_A = [CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}$$

تعبير نسبة التقدم النهائي:

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$$

المتفاعل المحد هو الحمض : $C_A.V - x_{max} = 0$ ومنه $x_{max} = C_A.V$

$$x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V = [CH_3COO^-]_{éq}.V$$

$$\tau = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.V}{C_A.V} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}} \Longrightarrow \boxed{\alpha = 1 - \tau}$$

ت.ع:

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-3,05}}{5.10^{-2}} = 0,982 \Longrightarrow \boxed{\alpha = 98,2\ \%}$$

1.3-إثبات قيمة pK_{A1} :

$$K_{A1} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} \Longrightarrow \begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} \\ [CH_3COOH]_{éq} = C_A - [H_3O^+]_{éq} = C_A - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_{A1} = \frac{{[H_3O^+]_{éq}}^2}{C_A - [H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}$$

$$pK_{A1} = -\log K_{A1} \Longrightarrow pK_{A1} = -\log\frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}} \Rightarrow pK_{A1} = -\log\left(\frac{10^{-2\times 3,05}}{5.10^{-2} - 10^{-3,05}}\right) \Longrightarrow \boxed{pK_{A1} = 4,79}$$

2-دراسة التفاعل بين حمض الايثانويك وأيون الميثانوات

2.1-معادلة التفاعل:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$$

2.2-تعبير $Q_{r,éq}$:

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}.[HCOO^-]_{éq}}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}.\frac{[HCOOH]_{éq}}{[HCOO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}} = K_{A1}.\frac{1}{K_{A2}} \Longrightarrow \boxed{Q_{r,éq} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{pK_{A2}-pK_{A1}}$$

ت.ع:

$$Q_{r,éq} = 10^{3,75-4,79} = 0,091 \Rightarrow \boxed{Q_{r,éq} = 9,1.10^{-2}}$$

2.3-تعبير pH :

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$HCOO^-_{(aq)}$	$\rightleftarrows$	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$HCOOH_{(aq)}$
البدئية	0	$C_A.V_1$	$C_B.V_2$	--	0	0
الوسيطية	x	$C_A.V_1 - x$	$C_B.V_2 - x$	--	x	x
التوازن	$x_{éq}$	$C_A.V_1 - x_{éq}$	$C_B.V_2 - x_{éq}$	--	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}.[HCOO^-]_{éq}}$$

$$[CH_3OOH]_{éq} = [HCOO^-]_{éq} = \frac{C_A.V_1 - x_{éq}}{2V_1}$$

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [HCOOH]_{éq} = \frac{x_{éq}}{2V_1}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{\left(\frac{x_{éq}}{2V_1}\right)^2}{\left(\frac{C_A.V_1 - x_{éq}}{2V_1}\right)^2} = \left(\frac{x_{éq}}{2V_1}\right)^2.\left(\frac{2V_1}{C_A.V_1 - x_{éq}}\right)^2 = \left(\frac{x_{éq}}{C_A.V_1 - x_{éq}}\right)^2$$

$$\frac{x_{éq}}{C_A.V_1 - x_{éq}} = \sqrt{Q_{r,éq}}$$

حسب تعبير pH :

$$pH = pK_{A1} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

$$pH = pK_{A2} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}.\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} \Rightarrow \begin{cases}[CH_3OOH]_{éq} = [HCOO^-]_{éq}\\ [CH_3COO^-]_{éq} = [HCOOH]_{éq}\end{cases}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}\cdot\frac{[CH_3COOH]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = pK_{A1} + pK_{A2}$$

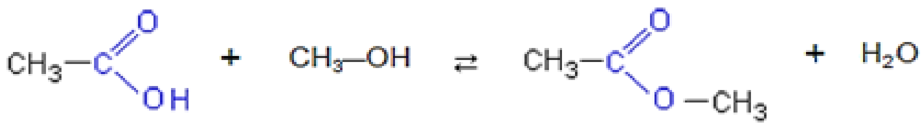
$$pH = \frac{1}{2}(pK_{A1} + pK_{A2})$$

حساب pH :

$$pH = \frac{1}{2}(4{,}79 + 3{,}75) \Longrightarrow \boxed{pH = 4,27}$$

3-دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الإيثانول

3.1-معاجلة التفاعل:



3.2-المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز:

يسرع الحفاز التحول وبالتالي المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز هو **المنحنى C_1** لأن التفاعل يصل إلى قيمته النهائية في مدة زمنية اقل مقارنة مع المنحنى C_2 .

3.3 تركيب الخليط عند التوازن:

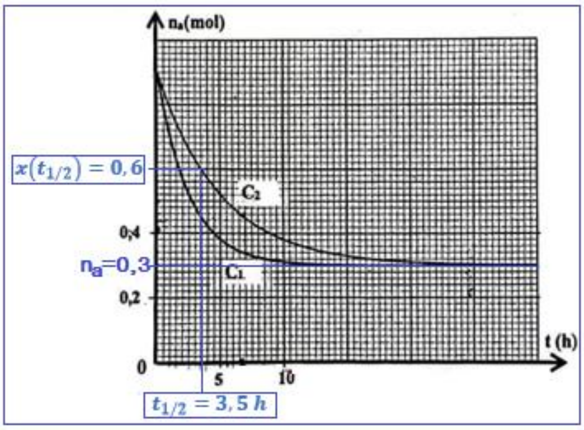
الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A	B		E	H_2O
		A +	B →		E +	H_2O
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البدئية	0	n_0	n_0	---	0	0
الوسيطية	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	---	x	x
النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	---	x_f	x_f

كمية مادة حمض الإيثانويك المتبقية في الحالة النهائية : $n_{af} = n_0 - x_f$ أي: $x_f = n_0 - n_{af}$

باستعمال المبيان نجد: $n_{af} = 0{,}3\ mol$

$$x_f = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6\ mol$$



تركيب الخليط:

$$\mathbf{n_f(ester) = n_f(eau) = x_f = 0,6\ mol}$$

$$\mathbf{n_f(acide) = n_f(alcool) = n_0 - x_f = 0,3\ mol}$$

3.4-قيمة $t_{1/2}$:

عند $t_{1/2}$ لدينا : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3\ mol$

كمية مادة الحمض المتبقية:

$$n_a(t_{1/2}) = n_0 - (t_{1/2}) = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6\ mol$$

بالاسقاط نحصل على : $\boxed{t_{1/2} = 3,5\ h}$

3.5-مردود التفاعل:

$$r = \frac{n_{exp(ester)}}{n_{th}(ester)} = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$x_f = 0{,}6\ mol$ و $x_{max} = n_0 = 0{,}9\ mol$

$$r = \frac{0,6}{0,9} = 0,667 \Rightarrow \boxed{r = 66,7\ \%}$$

3.6-مردود التحول r' :

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A	$+\ B$	$\longrightarrow$	E	$+\ H_2O$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البدئية	0	$0,3 + 0,1 = 0,4$	$0,3$	-	$0,6$	$0,6$
الوسيطية	x	$0,4 - x$	$0,3 - x$	-	$0,6 + x$	$0,6 + x$
التوازن	$x_{éq}$	$0,4 - x_{éq}$	$0,3 - x_{éq}$	-	$0,6 + x_{éq}$	$0,6 + x_{éq}$

$$K = \frac{[E]_f.[H_2O]_f}{[A]_f.[B]_f} = \frac{\left(\frac{0,6 + x_{éq}}{V}\right)^2}{\frac{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})}{V^2}} = \frac{(0,6 + x_{éq})^2}{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})} = \frac{0,6^2 + 2 \times 0,6x_{éq} + x_{éq}^2}{0,12 - 0,4x_{éq} - 0,3x_{éq} + x_{éq}^2}$$

$$4 \times (0,12 - 0,7x_{éq} + x_{éq}^2) = 0,36 + 1,2x_{éq} + x_{éq}^2$$

$$0,48 + 0,28x_{éq} + 4x_{éq}^2 - 0,36 - 1,2x_{éq} - x_{éq}^2 = 0$$

$$3x_{éq}^2 - 4x_{éq} + 0,12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 0,12 = 14,56$$

$$\begin{cases} x_{éq1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 0,0131\ mol \\ x_{éq2} = \frac{-b\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 1,3\ mol \end{cases}$$

$x_{éq} < x_{max} = 0,3\ mol$ أي: $x_{éq} = 0,03\ mol$

$$r' = \frac{n_f(ester)}{n_{max}(ester)} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + x_{éq}}{0,6 + x_{max}} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + 0,03}{0,6 + 0,3} = 0,70 \Rightarrow \boxed{r' = 70\ \%}$$

تمرين 2:

1-تفتت التريتيوم

1.1-الإقتراح الصحيح: ه

1.2-معادلة التفتت:

$${}^{3}_{1}H \xrightarrow{\beta^-} {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$$

تطبيق قانونا صودي للانحفاظ:

$$\begin{cases} 3 = A + 0 \\ 1 = Z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ Z = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{{}^{A}_{Z}X \equiv {}^{3}_{2}He}$$

$${}^{3}_{1}H \xrightarrow{\beta^-} {}^{3}_{2}He + {}^{0}_{-1}e$$

3.1-العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ :

حسب قانون التناقص الاشعاعي: $N(t) = N_0.e^{-\lambda.t}$

حسب تعريف عمر النصف، لدينا : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda.t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda.t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda.t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda.t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda.t_{1/2}$$

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

1.4-حساب a_1 :

عند تفتت $90\ \%$ من نوى العينة يتبقى منها 10% من نوى العينة البدئية أي: $N_1 = 10\%\ N_0 = 0{,}1\ N_0$

نشاطها الاشعاعي a_1 حيث:

$$a_1 = \lambda.N_1 = 0{,}1\lambda.N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad ; \quad \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{m({}^3_2He)} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0.N_A}{m({}^3_1H)}$$

ت.ع: $\mathbf{a_1 = 0,1.\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.\frac{m_0.N_A}{m({}^3_1H)}} \Rightarrow a_1 = \frac{\ln 2}{12{,}32 \times 3{,}16.10^7} \times \frac{2.10^{-6} \times 6{,}02.10^{23}}{3} \Rightarrow \boxed{a_1 = 7{,}145.10^8\ Bq}$

2-تفاعل الاندماج

2.1-الجواب بصحيح او خطأ:

أ-طاقة الربط بالنسبة لنواة التريتيوم $E_l({}^3_1H) = 8{,}475MeV$	صحيح
ب-نواة التريتيوم ${}^3_1H$ أكثر استقرارا من الدوتريوم ${}^2_1H$.	صحيح

$$\begin{cases} \xi\left(({}^3_1H)\right) = \frac{E_l({}^3_1H)}{3} = \frac{8{,}475}{3} = 2{,}825\ MeV/Nucléon \\ \xi({}^2_1H) = \frac{E_l({}^2_1H)}{2} = \frac{2{,}366}{2} = 1{,}183\ MeV/Nucléon \end{cases} \Rightarrow \xi({}^3_1H) > \xi({}^2_1H)$$

نستنتج ان نواة التريتيوم ${}^3_1H$ أكثر استقرارا من الدوتريوم ${}^2_1H$.

2.2-الطاقة المحررة E_{lib} :

$${}^3_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_2He + {}^1_0n$$

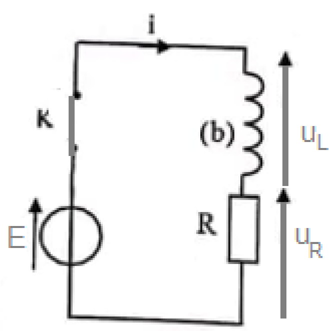
E_{lib} الطاقة التي يحررها تفاعل اندماج نواة واحدة من ${}^2_1H$ مع نواة واحدة من ${}^3_1H$ حيث: $E_{lib} = |\Delta E|$

$$\Delta E = E_l({}^3_1H) + E_l({}^2_1H) - E_l({}^3_2He)$$

$$|\Delta E| = |8{,}475 + 2{,}366 - 28{,}296| = 17{,}455\ MeV$$

$$E_{lib} = |\Delta E| \Rightarrow \boxed{E_{lib} = 17{,}455\ MeV}$$

تمرين 3:



الشكل 1

1-استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات : $u_L + u_R = E$

حسب قانون أوم : $u_R = R.i$ و $u_L = L\frac{di}{dt}$

$$L\frac{di}{dt} + R.i = E \Leftrightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}.i = \frac{E}{L}}$$

1.2.1 -تعبير كل من A و B :

$$\begin{cases} i(t) = A + B.e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{d(A + B.e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = -\dfrac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L}\left(A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$$

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L}.A + \frac{R}{L}.B.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$B.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{R}{L} - \frac{1}{\tau}\right) + \frac{R}{L}.A - \frac{E}{L} = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة كيف ما كانت قيمة t يجب ان يكون:

$$\begin{cases} \dfrac{R}{L} - \dfrac{1}{\tau} = 0 \\ \dfrac{R}{L}.A - \dfrac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{R}{L} = \dfrac{1}{\tau} \\ R.A = E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \dfrac{L}{R} \\ \boxed{A = \dfrac{E}{R}} \end{cases}$$

لتحديد B نستعمل الشروط البدئية:

$$i(0) = 0 \Rightarrow A + B.e^{0} = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow \boxed{B = -\frac{E}{R}}$$

تعبير شدة التيار : $i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

1.2.2-لنبين ان $L = 1H$:

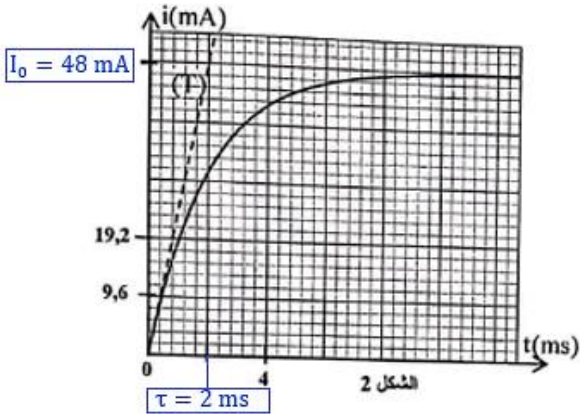
تعبير ثابتة الزمن: $\tau = \frac{L}{R}$ أي: $L = \tau.R$

تعبير شدة التيار في النظام الدائم، حسب المعادلة التفاضلية :

$\frac{R}{L}.I_0 = \frac{E}{L}$ ومنه : $I_0 = \frac{E}{R}$

$$R = \frac{E}{I_0}$$

$$L = \tau.\frac{E}{I_0}$$



مبيانيا حسب الشكل 2 نجد : $\tau = 2$ ms و $I_0 = 48$ mA .

ت.ع: $L = 2.10^{-3} \times \frac{24}{48.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{L = 1\ H}$

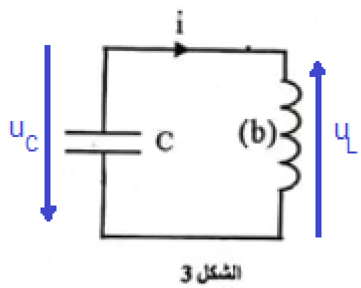
1.3-التعبير العددي ل $u_L(t)$:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{d\,\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} = \frac{L.E}{R}.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{L.E}{R}.\frac{R}{L}.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_L(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = 24\,e^{-\frac{t}{2.10^{-3}}} \Rightarrow \boxed{u_L(t) = 24\,e^{-500.t}}$$

2-دارة متذبذبة LC

2.1-إثبات المعادلة التفاضلية:



حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_C = 0$

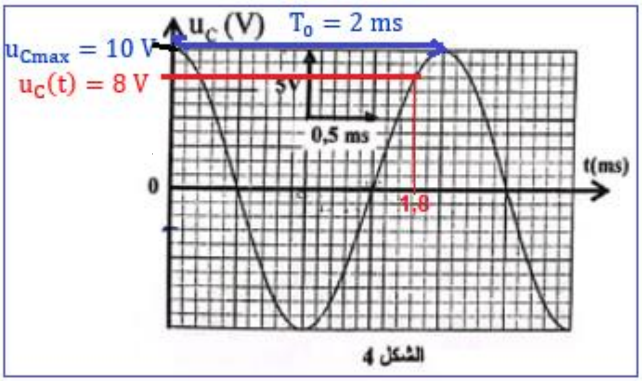
حسب قانون اوم: $u_L = L\frac{di}{dt}$ مع : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$$L.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0$$

2.2.1-سعة المكثف C :

حسب تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وبالتالي: $T_0^2 = 4\pi^2 L.C$ نحصل على: $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$

حسب الشكل 3: قيمة الدور الخاص هي: $T_0 = 2\ ms$



ت.ع: $C = \frac{(2.10^{-3})^2}{4\times10\times1} = 10^{-7}\ F \Leftrightarrow \boxed{C = 0,1\ \mu F}$

2.2.2-الطاقة المغنطيسية عند $t = 1,8\ ms$:

الطاقة الكلية للدارة الكهربائية :

$$E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$E_m(t) = E_T(t) - E_e(t)$$

-عند اللحظة $t = 0$ لدينا $u_C(0) = u_{Cmax} = 10\ V$ و $i(0) = 0$ ومنه : $E_T(0) = E_{emax} = \frac{1}{2}Cu_{C\ max}^2$

-عند اللحظة $t = 1,8\ ms$ يكون $u_C(t) = 8\ V$

$$E_m(t) = \frac{1}{2}C.u_{C\ max}^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2(t) = \frac{1}{2}C.\left(u_{C\ max}^2 - u_C^2(t)\right)$$

$$E_m(t) = \frac{1}{2}\times10^{-7}\times(10^2 - 8^2) \Longrightarrow \boxed{E_m(t) = 1,8.10^{-6}\ J}$$

www.svt-assilah.com

3-تضمين الوسع

3.1-الاقتراح الصحيح: ب

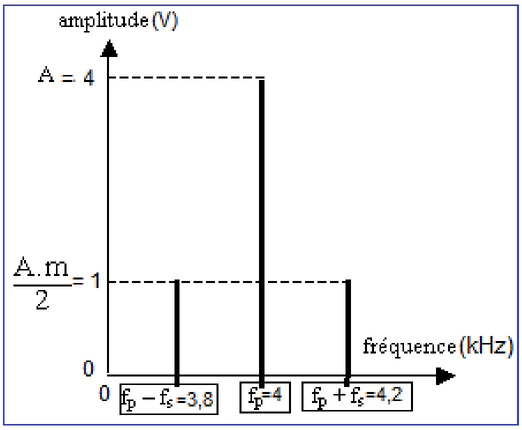
لدينا :

$$T_S = 5ms = 5.10^{-3}\ s$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5.10^{-3}} = 200\ Hz$$

$$T_s = 20T_P \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{20}{F_p} \Leftrightarrow F_p = 20f_s \Longrightarrow F_p = 20\times200 = 4000\ Hz = 4kHz$$

3.2-أ-نسبة التضمين: خطأ



$$m = \frac{U_{m\ max} - U_{m\ min}}{U_{m\ max} + U_{m\ min}}$$

$$\begin{cases} U_{m\ max} = 3\times2 = 6V \\ U_{m\ min} = 1\times2 = 2V \end{cases} \Longrightarrow m = \frac{6-2}{6+2} = 0,5$$

3.2-ب-المركبة المستمرة: خطأ

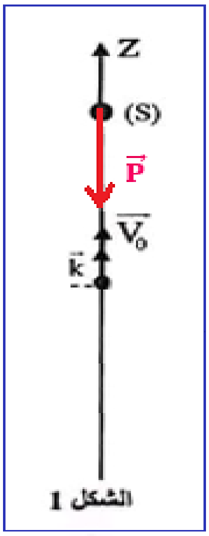
$$U_0 = \frac{U_{m\ max} + U_{m\ min}}{2} = \frac{6+2}{2} = 4V$$

3.3-طيف ترددات الإشارة المضمنة:

تمرين 4:

الجزء I :

1-حركة السقوط الحر



1.1-المعادلات الزمنية $V_Z(t)$ و $z(t)$:

المجموعة المدروسة: $\{(S)\text{الكرة}\}$

جرد القوى: تخضع الكرة لوزنها $\vec{P}$ فقط (لأنها في سقوط حر).

نختار المعلم الراسي $(O,\vec{i})$ المرتبط بالأرض ونطبق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \quad \Rightarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$$

السقاط على المحورoz : $P_z = m.a_z$

$$-P = m.a_Z \quad \Rightarrow \quad -m.g = m.a_Z \quad \Rightarrow a_z = -g \Rightarrow a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g$$

التكامل : $V_z(t) = -g.t + V_{0z}$ عند $t_0 = 0$ لدينا : $V_z(0) = V_0$

أي : $V_z(t = 0) = -g \times 0 + V_{0z}$: $V_{0z} = V_0$

$$V_z(t) = -g.t + V_0 \mapsto \boxed{V_z(t) = -10.t + 12}$$

كما ان : $V_z(t) = \frac{dz}{dt} = -10t + 12$ بالتكامل نحصل على: $z(t) = -\frac{1}{2} \times 10.t^2 + 12.t + z_0$

عند $t_0 = 0$ لدينا : $z_0 = 0$ وبالتالي: $\boxed{z(t) = -5.t^2 + 12t}$

1.2.1-الارتفاع الأقصى h :

عند اللحظة t_1 يصل G الى الارتفاع الأقصى حيث تنعدم سرعته نكتب :

$$V_z = 0 \Rightarrow -10.t_1 + 12 = 0 \Rightarrow 10.t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{10} = 1,2\ s$$

الارتفاع الأقصى h :

ت.ع : $h = z(t_1) = -5.{t_1}^2 + 12.t_1$ ، $h = -5 \times 1,2^2 + 12 \times 1,2 \rightarrow \boxed{h = 7,2\ m}$

2.2.1-القيمة الجبيرة للسرعة عند O:

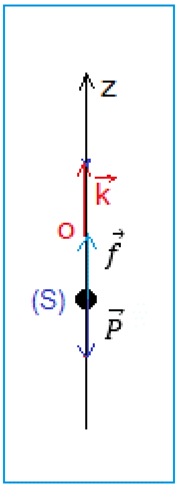
$$z(t_2) = 0 \Leftrightarrow 5.{t_2}^2 + 12.t_2 = 0 \Leftrightarrow t_1(-5t_2 + 12) = 0$$

$t_2 = 0$ حل غير مرغوب فيه أو $-5t_2 + 12 = 0$ أي: $t_2 = \frac{12}{5} = 2,4\ s$

$$V_Z(t_2) = -10.t_2 + 12 \Rightarrow V_Z(t_2) = -10 \times 2,4 + 12 = -12\ m.s^{-1}$$

2-حركة السقوط باحتكاك

2.1-إثبات المعادلة التفاضلية:



جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الكرة

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \quad \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحورoz : $P_z + f_z = m.a_z \Rightarrow -P + f = m.\frac{dv_z}{dt}$

$$-m.g-\lambda V_z = m.\frac{dV_z}{dt} \Rightarrow m.\frac{dV_z}{dt} + \lambda V_z + mg \Rightarrow \boxed{\frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V_z + g = 0}$$

نضع : $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau}$ أي: $\boxed{\tau = \frac{m}{\lambda}}$

نحصل على المعادلة التفاضلية : $\boxed{\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau}.V_z + g = 0}$

2.2-استنتاج منظم السرعة الحدية:

في النظام الدائم لدينا: $V_z = V_{\ell im} = cte > 0$ ومنه: $\frac{dV_{\ell im}}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{1}{\tau}.V_{\ell im} + g = 0 \Rightarrow V_{\ell im} = -g.\tau \Rightarrow \boxed{V_{\ell im} = \left|-\frac{m.g}{\lambda}\right|}$$

$$V_{\ell im} = \left|-\frac{80.10^{-3} \times 10}{0,12}\right| \Rightarrow \boxed{V_{\ell im} = 6,67\ m.s^{-1}}$$

2.3-القيمة الجبرية $V_z\ (t_i)$:

حسب طريقة اولير : $V_{i+1} = V_i + a_i.\Delta t$ ومنه: $V_i = V_{i-1} + a_{i-1}.\Delta t$ (1)

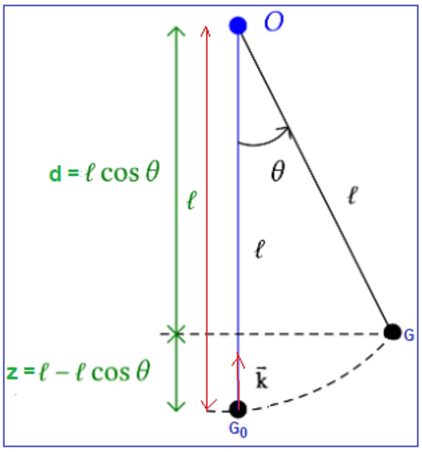
و $a_i + \frac{\lambda}{m}.V_i + g = 0$ أي: $a_{i-1} + \frac{\lambda}{m}.V_{i-1} + g = 0$ (2)

العلاقة (2): $\frac{\lambda}{m}.V_{i-1} = -a_{i-1} - g$ وبالتالي: $V_{i-1} = -\frac{m}{\lambda}(a_{i-1} + 1)$

$$V_{i-1} = -\frac{80.10^{-3}}{0,12}(5+10) = -10\ m.s^{-1}$$

نعوض في (1): $V_i = V_z\ (t_i) = -10 + 5 \times 66.10^{-3} \Rightarrow \boxed{V_z\ (t_i) = -9,67\ m.s^{-1}}$

الجزء II: دراسة حركة ارجوحة



1.إثبات تعبير طاقة الوضع الثقالية:

حسب الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = m.g.z + cte$

$E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ وبالتالي: $cte = 0$ إذن : $E_{pp} = m.g.z$

حسب الشكل: $\ell = d + z$ ومنه: $z = \ell - d$ مع: $d = \ell.\cos\theta$

$$z = \ell - \ell.\cos\theta = \ell(1-\cos\theta)$$

بالنسبة للزاوية θ صغيرة نكتب : $1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

$z = \ell.\frac{\theta^2}{2}$ نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$

2.1-قيمة السرعة الزاوية القصوى:

الحركة تتم بدون احتكاك إذن الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال الزمن نكتب:

$$E_m = E_{cmax} = E_{ppmax}$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}_{max}{}^2 = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta_0{}^2$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_{max}{}^2 = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta_0{}^2$$

$$\ell.\dot{\theta}_{max}{}^2 = g\theta_0{}^2$$

$\dot{\theta}_{max} = \theta_0.\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ت.ع: $\dot{\theta}_{max} = 9° \times \frac{\pi}{180°}\sqrt{\frac{10}{2,4}} \Rightarrow \boxed{\dot{\theta}_{max} = 0,32\ rad.s^{-1}}$

2.2-المعادلة التفاضلية :

$$E_m = Cte \Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + \frac{1}{2}m.g.\ell.2.\theta\dot{\theta} = 0$$

$$m.\ell^2.\left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta\right) = 0$$

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \frac{\mathbf{g}}{\boldsymbol{\ell}}.\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}$$

3-حساب الدور الخاص:

لدينا: $\mathbf{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$ ت.ع: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2,4}{10}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T_0 = 3,08\ s}}$