

EXERCICE 1 (7 points)

Dans cet exercice on se propose d'étudier la réaction d'acide éthanóique avec :

- l'eau ;
- une solution aqueuse de méthanoate de sodium ;
- le méthanol.

1- Etude d'une solution aqueuse d'acide éthanóique

On prépare un volume V d'une solution aqueuse S_A d'acide éthanóique CH_3COOH de concentration molaire $C_A = 5.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Son pH est $\text{pH} = 3,05$.

1.1- Écrire l'équation de la réaction de l'acide éthanóique avec l'eau. **(0,5 pt)**

1.2- On définit la proportion de l'espèce CH_3COOH dans la solution S_A à l'état d'équilibre par :

$$\alpha(\text{CH}_3\text{COOH}) = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}$$

En vous aidant du tableau d'avancement, montrer que $\alpha(\text{CH}_3\text{COOH}) = 1 - \tau$ avec τ étant le taux d'avancement final de la réaction de l'acide éthanóique avec l'eau.

Calculer alors la valeur de $\alpha(\text{CH}_3\text{COOH})$. **(0,75pt)**

1.3- Montrer que la valeur du $\text{pK}_{A1} = \text{pK}_A(\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} / \text{CH}_3\text{COO}^-_{(\text{aq})})$ est : $\text{pK}_{A1} \approx 4,79$. **(0,5 pt)**

2-Etude de la réaction de l'acide éthanóique avec l'ion méthanoate

On mélange un volume V_1 de la solution S_A avec un volume $V_2 = V_1$ d'une solution aqueuse S_B de méthanoate de sodium $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HCOO}^-_{(\text{aq})}$ de concentration molaire $C_B = C_A$.

2.1- Ecrire l'équation de la réaction qui se produit entre les ions méthanoate et l'acide éthanóique. **(0,75pt)**

2.2- Trouver l'expression du quotient de réaction à l'équilibre $Q_{r,\text{éq}}$ associée à cette réaction en fonction des

constantes d'acidité K_{A1} et K_{A2} des couples intervenant. Calculer sa valeur sachant que

$$\text{pK}_{A2} = \text{pK}_A(\text{HCOOH}_{(\text{aq})} / \text{HCOO}^-_{(\text{aq})}) = 3,75. \quad \textbf{(0,75pt)}$$

2.3- Trouver l'expression du pH du mélange réactionnel en fonction de pK_{A1} et pK_{A2} .

Calculer sa valeur. **(0,5pt)**

3- Etude de la réaction de l'acide éthanóique avec le méthanol

On réalise deux mélanges équimolaires de l'acide éthanóique avec du méthanol CH_3OH :

$$n_0(\text{CH}_3\text{COOH}) = n_0(\text{CH}_3\text{OH}) = 0,9 \text{ mol}.$$

Le suivi temporel de la quantité de matière n_a de l'acide éthanóique dans chaque mélange, à une même température θ , a permis d'obtenir les courbes C_1 et C_2 de la figure ci-contre. L'une des deux courbes est obtenue en utilisant un catalyseur pour l'un des deux mélanges.

3.1- Ecrire l'équation modélisant la réaction qui se produit en utilisant les formules semi-développées. **(0,5 pt)**

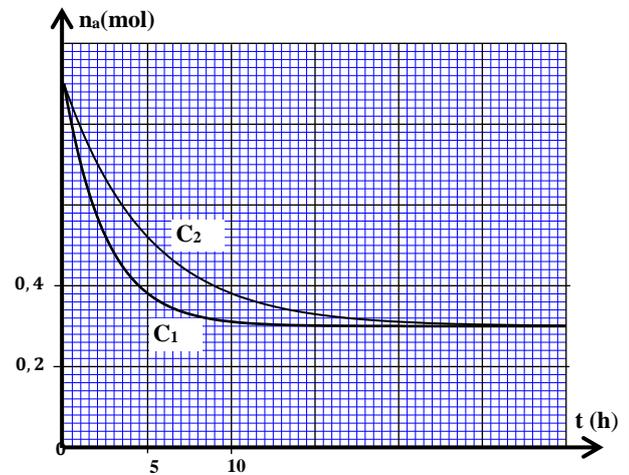
3.2- Indiquer, en justifiant la réponse, la courbe correspondant à la réaction utilisant le catalyseur. **(0,5pt)**

3.3- Déterminer la composition du mélange réactionnel à l'équilibre. **(0,5pt)**

3.4- Trouver la valeur de $t_{1/2}$, le temps de demi-réaction dans le cas de la transformation chimique correspondant à la courbe C_2 . **(0,5 pt)**

3.5- Calculer le rendement de la transformation chimique étudiée. **(0,75 pt)**

3.6- Quand l'état d'équilibre est atteint, on ajoute à l'un des deux mélanges réactionnels la quantité de matière $n = 0,1 \text{ mol}$ d'acide éthanóique.



Sachant que la constante d'équilibre de la transformation chimique étudiée est $K=4$, trouver la nouvelle valeur du rendement de cette transformation. (0,5 pt)

EXERCICE 2 (2,5 points)

Dans cet exercice on se propose d'étudier la désintégration du tritium ${}^3_1\text{H}$ et sa réaction de fusion avec le deutérium ${}^2_1\text{H}$. ${}^2_1\text{H}$ et ${}^3_1\text{H}$ sont deux isotopes de l'élément hydrogène.

Données : - On prend la masse molaire du tritium : $M({}^3_1\text{H})=3\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$;

- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;

- Demi-vie du tritium ${}^3_1\text{H}$: $t_{1/2}=12,32 \text{ an}$;

- Energies de liaison de quelques noyaux :

Noyau	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$
E_ℓ (MeV)	2,366	8,475	28,296

- On prend : $1\text{an}=3,16\cdot 10^7 \text{ s}$.

1- Désintégration du tritium

Le tritium est un isotope radioactif émetteur β^- . Le noyau formé est l'un des isotopes de l'hélium.

1-1- Choisir parmi les affirmations suivantes l'affirmation juste : (0,5 pt)

A	Le noyau ${}^3_2\text{He}$ a un nombre de masse égal à 5.
B	La radioactivité β^- est caractéristique des noyaux très lourds.
C	Au bout du temps $t = 2t_{1/2}$, à partir du début de désintégration, le nombre de noyaux désintégrés dans un échantillon radioactif représente 25% du nombre de noyaux initial.
D	La masse d'un noyau atomique est égale à la somme des masses de ses nucléons.
E	Lors d'une réaction de fission nucléaire, de la masse est convertie en énergie.

1-2- Ecrire l'équation de la réaction de désintégration du noyau du tritium. (0,25pt)

1-3- Etablir la relation entre la demi-vie $t_{1/2}$ et la constante radioactive λ . (0,25pt)

1-4- A un instant $t_0=0$ on a un échantillon du tritium radioactif de masse $m_0 = 2 \mu\text{g}$.

Calculer en unité Bq, l'activité a_1 de l'échantillon à l'instant où 90% des noyaux du tritium sont désintégrés. (0,5pt)

2- Réaction de fusion du tritium ${}^3_1\text{H}$ et de deutérium ${}^2_1\text{H}$

La réaction de fusion entre un noyau de deutérium et un noyau de tritium conduit à la formation d'un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ et s'accompagne de l'émission d'un neutron.

2-1- Pour chaque affirmation suivante répondre par vrai ou faux en justifiant :

a- L'énergie qu'il faut fournir à un noyau de tritium au repos pour le dissocier en ces nucléons au repos est de 8,475 MeV. (0,25pt)

b- Le tritium est plus stable que le deutérium. (0,25pt)

2-2- Calculer, en unité MeV, l'énergie libérée $E_{\text{lib}} = |\Delta E|$ par la réaction de fusion d'un noyau de tritium et d'un noyau de deutérium. (0,5pt)

EXERCICE 3 (5 points)

Cet exercice se propose d'étudier :

- la réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ;
- un circuit oscillant LC ;
- la modulation d'amplitude d'un signal.

1- Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

On réalise le montage électrique, représenté sur le schéma de la figure 1, comportant :

- un générateur de tension de force électromotrice $E = 24 \text{ V}$;
- un conducteur ohmique de résistance R ;
- une bobine (b) d'inductance L et de résistance négligeable ;
- un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à l'instant de date $t_0 = 0$. Un système d'acquisition informatisé adéquat permet d'obtenir la courbe représentant l'évolution temporelle de l'intensité du courant électrique $i(t)$ dans le circuit (figure 2). La droite (T) représente la tangente à la courbe au point d'abscisse $t_0 = 0$.

1-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. (0,25 pt)

1-2- L'expression de l'intensité du courant circulant dans le

circuit est : $i(t) = A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec A et B deux constantes et τ la constante de temps du circuit.

1-2-1- Déterminer les expressions de A et B en fonction de E et R . (0,5 pt)

1-2-2- Montrer que $L = 1 \text{ H}$. (0,5 pt)

1-3- Déterminer, en unité SI, l'expression numérique de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine lors de l'établissement du courant. (0,5 pt)

2- Circuit oscillant LC

On réalise un circuit oscillant LC en associant la bobine (b) précédemment utilisée avec un condensateur de capacité C chargé totalement par un générateur de tension de force électromotrice E_0 (figure 3).

2-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ entre les bornes du condensateur. (0,25 pt)

2-2- La courbe de la figure 4 représente les variations de la tension $u_C(t)$ en fonction du temps.

2-2-1- Trouver la valeur de la capacité C du condensateur. (On prend $\pi^2 = 10$). (0,5 pt)

2-2-2- Trouver l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine à l'instant $t = 1,8 \text{ ms}$. (0,75 pt)

3- Modulation d'amplitude d'un signal

La courbe de la figure 5 représente l'évolution temporelle de la tension $u(t)$ associée à un signal modulé en amplitude.

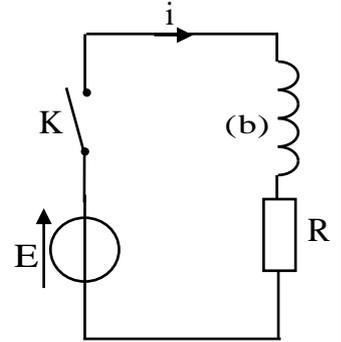


Figure 1

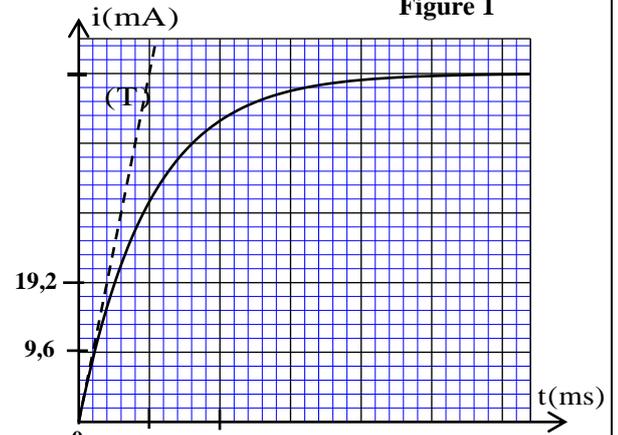


Figure 2

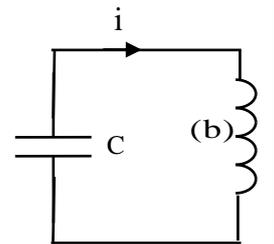


Figure 3

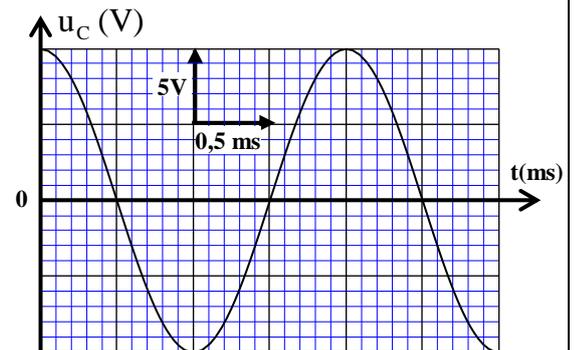
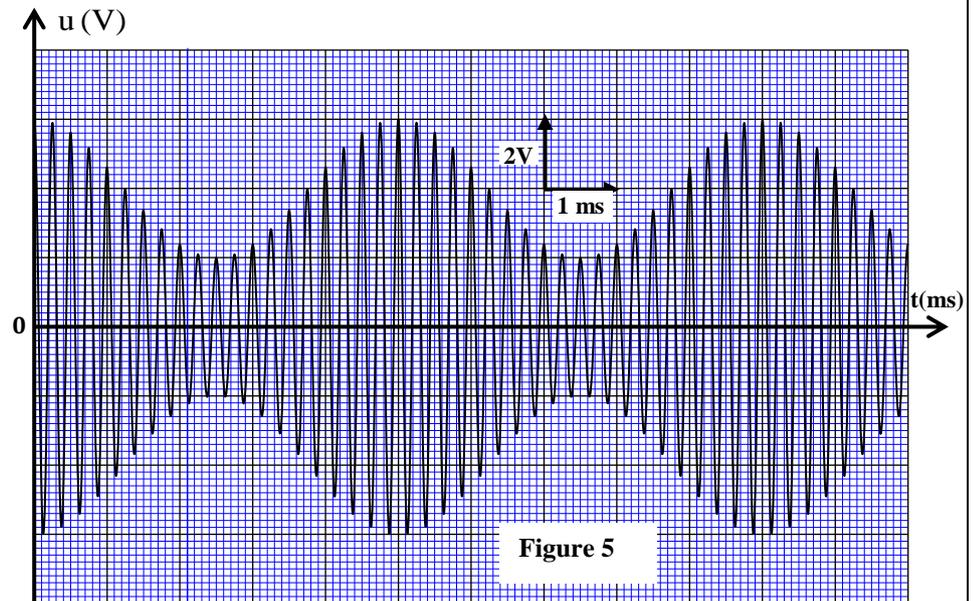


Figure 4

L'expression mathématique de $u(t)$ est de la forme : $u(t) = A(1 + m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t)) \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$ avec A est une constante, m est le taux de modulation, f_s et f_p sont respectivement les fréquences du signal modulant et de la porteuse.

3-1- Choisir la bonne proposition : (0,5 pt)

A	La fréquence du signal modulant est de 4 kHz .
B	La fréquence de la porteuse est de 4 kHz .
C	La fréquence du signal modulant est de 100 Hz
D	La fréquence de la porteuse est de 200 Hz .



3-2- Répondre par vrai ou faux en justifiant :

a- Le taux de modulation est $m = 0,4$. (0,5 pt)

b- La valeur de la composante continue de la tension est : $U_0 = 2V$. (0,25 pt)

3-3- Représenter l'allure du spectre de fréquences du signal modulé $u(t)$ sans respect d'échelle très précise. (0,5 pt)

EXERCICE 4 (5,5 points)

Les deux parties sont indépendantes

Partie I : Etude de la chute d'une balle

Dans le champ de pesanteur, on lance verticalement vers le haut à l'instant $t = 0$, à partir d'un point O , une balle (S) de masse m et de centre d'inertie G , avec une vitesse initiale de valeur $V_0 = 12 \text{ ms}^{-1}$ (figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la balle dans un repère $(O; \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen en deux phases:

- mouvement de chute libre de la balle dans la première phase.
- mouvement de chute de la balle avec frottement dans la deuxième phase.

Données : - La masse : $m = 80 \text{ g}$;

- L'intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1- Mouvement de la balle en chute libre

Pendant son mouvement le centre d'inertie G de la balle est considéré en chute libre.

1-1- En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires numériques donnant la vitesse $v_z(t)$ et la position $z(t)$ du centre d'inertie G de la balle. (0,75 pt)

1-2- En utilisant les équations $v_z(t)$ et $z(t)$ déterminer :

1-2-1- la hauteur maximale h atteinte par G . (0,5 pt)

1-2-2- la valeur algébrique v_{OZ} de la vitesse de G lors de son passage vers le bas par le point O . (0,5 pt)

2- Mouvement de chute de la balle avec frottement

A partir de l'instant du passage du centre d'inertie G par le point O vers le bas, qu'on prend comme nouvelle origine des dates $t_0 = 0$, la balle est soumise, en plus de son poids \vec{P} , à une force de

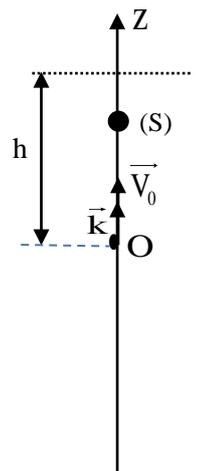


Figure 1

frottement fluide modélisée par $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$ avec $\vec{v} = v_z \vec{k}$ et $\lambda = 0,12$ S.I. (On néglige la poussée d'Archimède devant ces deux forces).

2-1- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_z du centre d'inertie G de la balle

s'écrit : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau} v_z + g = 0$ avec τ le temps caractéristique du mouvement. **(0,5 pt)**

2-2- Déduire la norme de la vitesse limite du mouvement du centre d'inertie G de la balle. **(0,25 pt)**

2-3- Déterminer, en utilisant la méthode d'Euler, la valeur algébrique $v_z(t_i)$ de la vitesse à l'instant t_i sachant que l'accélération du mouvement à l'instant t_{i-1} est $a_{i-1} = 5 \text{ m.s}^{-2}$ et on prend le pas de calcul

$\Delta t = 66 \text{ ms}$. **(0,75 pt)**

Partie II : Etude du mouvement d'une balançoire

Un enfant oscille à l'aide d'une balançoire (figure2).

On modélise la balançoire avec l'enfant par un pendule formé par un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G, suspendu en un point O par une tige rigide, de masse négligeable et de longueur ℓ pouvant effectuer un mouvement de rotation dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par O (figure 3). On étudie le mouvement du pendule dans un repère $(G_0; \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre stable d'un angle petit $\theta_0 = 9^\circ$, dans le sens positif, puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant de date $t_0 = 0$.

On repère la position du pendule à un instant de date t par l'abscisse angulaire θ .

On néglige tous les frottements et on choisit le plan horizontal passant par G_0 (position de G à l'équilibre stable) comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$).

Données :

- Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation (Δ) est : $J_\Delta = m \ell^2$;

- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $\ell = 2,4 \text{ m}$;

- Pour les oscillations de faible amplitude, on prend $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; θ en radian.

1- Montrer que l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule à un instant t pour les

oscillations de faible amplitude est : $E_{pp} = \frac{1}{2} mg \ell \theta^2$. **(0,5 pt)**

2- En exploitant la conservation de l'énergie mécanique du pendule :

2-1- Déterminer la vitesse angulaire maximale $\dot{\theta}_{\max}$ du centre d'inertie G. **(0,5 pt)**

2-2- Etablir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse angulaire $\theta(t)$. **(0,75 pt)**

3- Calculer la période propre de ce pendule sachant qu'il est analogue à un pendule simple de longueur ℓ et de masse m . **(0,5 pt)**



Figure 2

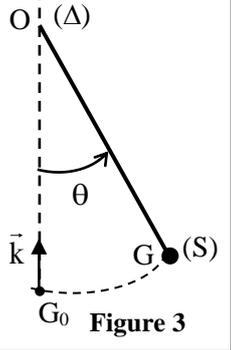


Figure 3

Correction de l'examen national du baccalauréat Physique chimie-Session normal 2023

www.svt-assilah.com

Exercice 1 :

1-Etude d'une solution aqueuse d'acide éthanóique

1-1- Equation de la réaction :



1-2-Montrons la relation $\alpha = 1 - \tau$:

Equation de la réaction		$\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$				
Etat	Avancement	Les quantités de matière en (mol)				
Initial	0	$C_A \cdot V$	En excès	--	0	0
Intermédiaire	x	$C_A \cdot V - x$	En excès	--	x	x
A l'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V - x_{\text{éq}}$	En excès	--	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

Tableau d'avancement :

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V - x_{\text{éq}}}{V} = C_A - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C_A - [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}$$

$$C_A = [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}$$

Expression de taux d'avancement : $\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}}$

Le réactif limitant est l'acide : $C_A \cdot V - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow x_{\text{max}} = C_A \cdot V$

$$x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V = [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot V$$

$$\tau = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot V}{C_A \cdot V} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1 - \tau}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-3,05}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0,982 \Rightarrow \boxed{\alpha = 98,2 \%}$$

1-3-montros $\text{pK}_{A1} = 4,79$:

$$K_{A1} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = C_A - 10^{-\text{pH}} \end{cases}$$

$$K_{A1} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}}$$

$$\text{pK}_{A1} = -\log K_{A1} \Rightarrow \text{pK}_{A1} = -\log \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}} \Rightarrow \text{pK}_{A1} = -\log \left(\frac{10^{-2 \times 3,05}}{5 \cdot 10^{-2} - 10^{-3,05}} \right) \Rightarrow \boxed{\text{pK}_{A1} = 4,79}$$

2-Etude de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'ion éthanoate

2-1- L'équation de la réaction :



2-2-L'expression de $Q_{r,\text{éq}}$:

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = K_{A1} \cdot \frac{1}{K_{A2}} \Rightarrow \boxed{Q_{r,\text{éq}} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{10^{-\text{p}K_{A1}}}{10^{-\text{p}K_{A2}}} = 10^{\text{p}K_{A2} - \text{p}K_{A1}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = 10^{3,75 - 4,79} = 0,091 \Rightarrow \boxed{Q_{r,\text{éq}} = 9,1 \cdot 10^{-2}}$$

2-3-L'expression du pH :

Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} + \text{HCOO}^-_{(\text{aq})} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(\text{aq})} + \text{HCOOH}_{(\text{aq})}$				
Etat	Avancement	Les quantités de matière en (mol)				
Initial	0	$C_A \cdot V_1$	$C_B \cdot V_2$	--	0	0
Intermédiaire	x	$C_A \cdot V_1 - x$	$C_B \cdot V_2 - x$	--	x	x
A l'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}$	$C_B \cdot V_2 - x_{\text{éq}}$	--	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}{2V_1}$$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{2V_1}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{\left(\frac{x_{\text{éq}}}{2V_1}\right)^2}{\left(\frac{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}{2V_1}\right)^2} = \left(\frac{x_{\text{éq}}}{2V_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{2V_1}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}\right)^2 = \left(\frac{x_{\text{éq}}}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}\right)^2$$

$$\frac{x_{\text{éq}}}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} = \sqrt{Q_{r,\text{éq}}}$$

D'après l'expression du pH :

$$\text{pH} = \text{p}K_{A1} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}$$

$$\text{pH} = \text{p}K_{A2} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

$$2\text{pH} = \text{p}K_{A1} + \text{p}K_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

$$2\text{pH} = \text{p}K_{A1} + \text{p}K_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \\ [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} \end{cases}$$

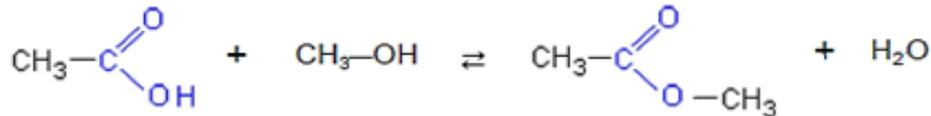
$$2\text{pH} = \text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2} + \log \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = \text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2}$$

$$\text{pH} = \frac{1}{2} (\text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2})$$

$$\text{pH} = \frac{1}{2} (4,79 + 3,75) \Rightarrow \boxed{\text{pH} = 4,27}$$

3-Etude de la réaction d'acide éthanoïque avec le méthanol

3-1-L'équation de la réaction :



3-2-La courbe correspondant à la réaction utilisant le catalyseur :

Le catalyseur permet d'accélérer la transformation chimique, **la courbe C₁** correspondant à la réaction utilisant le catalyseur car la réaction arrive à son état final dans une petite durée.

3-3- La composition du mélange à l'équilibre :

Equation de la réaction		A _(l)	+	B _(l)	⇌	E _(l)	+	H ₂ O _(l)
Etat	Avancement	Les quantités de matière en (mol)						
Initial	0	C _A · V ₁		C _B · V ₂	--	0		0
Intermédiaire	x	C _A · V ₁ - x		C _B · V ₂ - x	--	x		x
Final	x _f	C _A · V ₁ - x _f		C _B · V ₂ - x _f	--	x _f		x _f

La quantité d'acide restant à l'état d'équilibre : $n_{\text{af}} = n_0 - x_f \Rightarrow x_f = n_0 - n_{\text{af}}$

En utilisant le graphe, on trouve : $n_{\text{af}} = 0,3 \text{ mol}$ c.à.d : $x_f = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ mol}$

3-4-La valeur de $t_{1/2}$:

A $t = t_{1/2}$, on a : $x(t_{1/2}) =$

$$\frac{x_f}{2} = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ mol}$$

La quantité d'acide restant : $n_a(t_{1/2}) = n_0 - (t_{1/2}) = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ mol}$

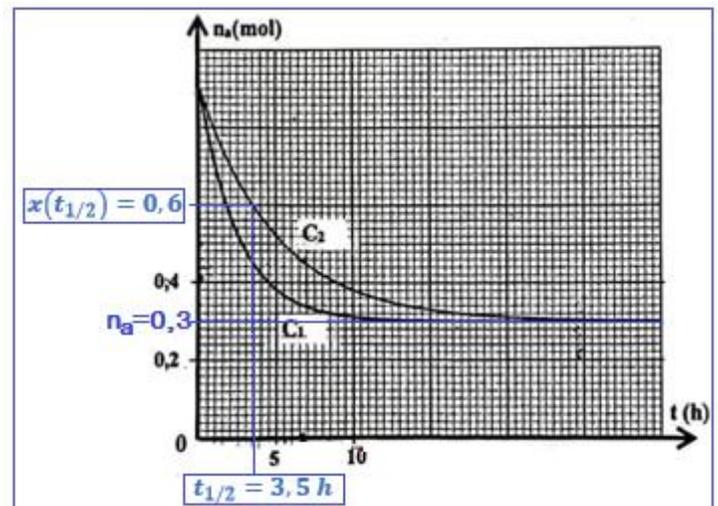
Par projection, on trouve : $t_{1/2} = 3,5 \text{ h}$

3-4-Le rendement r :

$$r = \frac{n_{\text{exp(ester)}}}{n_{\text{th(ester)}}} = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$$

$$x_{\text{max}} = n_0 = 0,9 \text{ mol} \quad \text{g} \quad x_f = 0,6 \text{ mol}$$

$$r = \frac{0,6}{0,9} = 0,667 \Rightarrow \boxed{r = 66,7 \%}$$



3-6- le rendement r' :

Le tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$A_{(l)}$	+	$B_{(l)}$	\rightleftharpoons	$E_{(l)}$	+	$H_2O_{(l)}$
Etat	Avancement	Les quantités de matière en (mol)						
Initial	0	$C_A \cdot V_1$		$C_B \cdot V_2$	--	0		0
Intermédiaire	x	$C_A \cdot V_1 - x$		$C_B \cdot V_2 - x$	--	x		x
A l'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}$		$C_B \cdot V_2 - x_{\text{éq}}$	--	$x_{\text{éq}}$		$x_{\text{éq}}$

$$K = \frac{[E]_f \cdot [H_2O]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\left(\frac{0,6 + x_{\text{éq}}}{V}\right)^2}{\frac{(0,4 - x_{\text{éq}})(0,3 - x_{\text{éq}})}{V^2}} = \frac{(0,6 + x_{\text{éq}})^2}{(0,4 - x_{\text{éq}})(0,3 - x_{\text{éq}})} = \frac{0,6^2 + 2 \times 0,6x_{\text{éq}} + x_{\text{éq}}^2}{0,12 - 0,4x_{\text{éq}} - 0,3x_{\text{éq}} + x_{\text{éq}}^2}$$

$$4 \times (0,12 - 0,7x_{\text{éq}} + x_{\text{éq}}^2) = 0,36 + 1,2x_{\text{éq}} + x_{\text{éq}}^2$$

$$0,48 + 0,28x_{\text{éq}} + 4x_{\text{éq}}^2 - 0,36 - 1,2x_{\text{éq}} - x_{\text{éq}}^2 = 0$$

$$3x_{\text{éq}}^2 - 4x_{\text{éq}} + 0,12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 0,12 = 14,56$$

$$\begin{cases} x_{\text{éq}1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 0,0131 \text{ mol} \\ x_{\text{éq}2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 1,3 \text{ mol} \end{cases}$$

$$x_{\text{éq}} = 0,03 \text{ mol} \quad ; \quad x_{\text{éq}} < x_{\text{max}} = 0,3 \text{ mol}$$

$$r' = \frac{n_f(\text{ester})}{n_{\text{max}}(\text{ester})} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + x_{\text{éq}}}{0,6 + x_{\text{max}}} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + 0,03}{0,6 + 0,3} = 0,70 \Rightarrow \boxed{r' = 70 \%}$$

Exercice 2 :

1-La désintégration du tritium

1-1-L'affirmation juste :

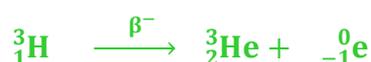
A	Le noyau ${}^3_1\text{H}$ a le nombre de masse égal à 5.	Faux
B	La radioactivité β^- est caractéristique des noyaux très lourds.	Faux
C	Au bout de $t = 2t_{1/2}$ le nombre de noyaux désintégrés d'un échantillon radioactif représente 25% du nombre de noyaux initial.	Faux
D	La masse d'un noyau atomique est égale à la somme des masses de ses nucléons.	Faux
E	Lors d'une réaction de fission nucléaire, la masse est convertie en énergie.	Vrai

1-2-L'équation de la réaction :



Application des lois de conservation :

$$\begin{cases} 3 = A + 0 \\ 1 = Z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ Z = 2 \end{cases}$$



1-3-La relation entre $t_{1/2}$ et λ :

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

D'après la définition de demi-vie : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

1-4-Calcul de a_1 :

Quand 90% des noyaux sont désintégrés, il en reste 10% des noyaux radioactifs dans l'échantillon initial c.à.d : $N_1 = 10\% N_0 = 0,1 N_0$.

L'activité de l'échantillon est a_1 .

$$a_1 = \lambda \cdot N_1 = 0,1 \lambda \cdot N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} ; \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{m({}_2^3\text{He})} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0 \cdot N_A}{m({}_1^3\text{H})}$$

$$a_1 = 0,1 \cdot \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{m_0 \cdot N_A}{m({}_1^3\text{H})} \Rightarrow a_1 = \frac{\ln 2}{12,32 \times 3,16 \cdot 10^7} \times \frac{2 \cdot 10^{-6} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{3} \Rightarrow a_1 = 7,15 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

2- Réaction de fusion de ${}_1^3\text{H}$ et ${}_1^2\text{H}$:

a	L'énergie qu'il faut fournir à un noyau de tritium au repos pour le dissocier en ses nucléons au repos est l'énergie de liaison $E_1({}_1^3\text{H}) = 8,475 \text{ MeV}$.	Vrai
b	Le tritium est plus stable que le deutérium.	Vrai

$$\begin{cases} \xi({}_1^3\text{H}) = \frac{E_1({}_1^3\text{H})}{3} = \frac{8,475}{3} = 2,825 \text{ MeV/Nucléon} \\ \xi({}_1^2\text{H}) = \frac{E_1({}_1^2\text{H})}{2} = \frac{2,366}{2} = 1,183 \text{ MeV/Nucléon} \end{cases} \Rightarrow \xi({}_1^3\text{H}) > \xi({}_1^2\text{H})$$

Le noyau de tritium ${}_1^3\text{H}$ est plus stable que le noyau de deutérium ${}_1^2\text{H}$.

2-2-Calcul de l'énergie libérée E_{lib} :



L'énergie libérée $E_{\text{lib}} = |\Delta E|$

$$\Delta E = E_1({}_1^3\text{H}) + E_1({}_1^2\text{H}) - E_1({}_2^3\text{He})$$

$$|\Delta E| = |8,475 + 2,366 - 28,296| = 17,455 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{lib}} = |\Delta E| \Rightarrow E_{\text{lib}} = 17,46 \text{ MeV}$$

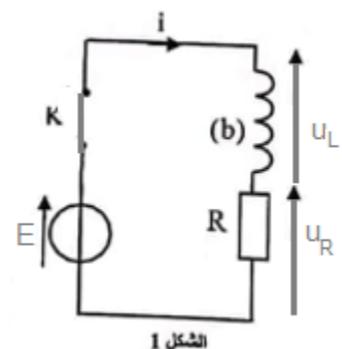
Exercice 3 :

1-Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

1-1-Etablissement de l'équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_L + u_R = E$

D'après loi d'ohm : $u_L = L \frac{di}{dt}$ et $u_R = R \cdot i$



$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = E \Leftrightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{E}{L}}$$

1-2-1-Les expression de A et B :

$$\begin{cases} i(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \frac{di}{dt} = \frac{d(A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

On remplace dans l'équation différentielle :

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L} (A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L}$$

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L} \cdot A + \frac{R}{L} \cdot B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{R}{L} - \frac{1}{\tau} \right) + \frac{R}{L} \cdot A - \frac{E}{L} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{R}{L} - \frac{1}{\tau} = 0 \\ \frac{R}{L} \cdot A - \frac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{R}{L} = \frac{1}{\tau} \\ R \cdot A = E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{R} \\ \boxed{A = \frac{E}{R}} \end{cases}$$

On détermine B en utilisant les conditions initiales :

$$i(0) = 0 \Rightarrow A + B \cdot e^0 = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow \boxed{B = -\frac{E}{R}}$$

L'expression de i(t): $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

1-2-2-Montrons que $L = 1H$:

L'expression de la constante de temps : $\tau = \frac{L}{R}$

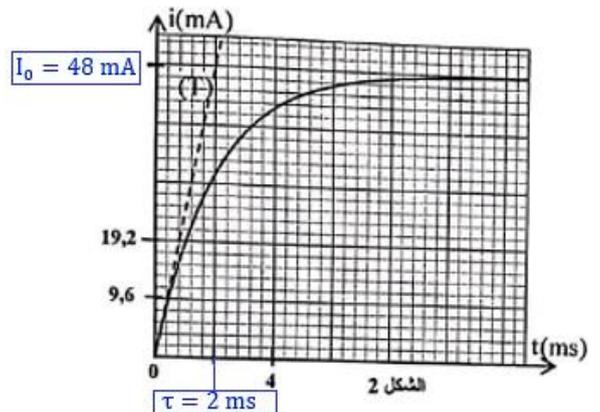
$$L = \tau \cdot R$$

L'expression de l'intensité de courant dans le régime permanent : $\frac{R}{L} \cdot I_0 = \frac{E}{L} \Rightarrow R \cdot I_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{I_0} \Rightarrow$

$$\boxed{L = \tau \cdot \frac{E}{I_0}}$$

D'après la figure 2, on a : $\tau = 2 \text{ ms}$ et $I_0 = 48 \text{ mA}$.

$$\text{A.N : } L = 2 \cdot 10^{-3} \times \frac{24}{48 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{L = 1 \text{ H}}$$



1-3-L'expression de la tension $u_L(t)$:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d \left(\frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right)}{dt} = \frac{L \cdot E}{R} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{L \cdot E}{R} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \boxed{u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

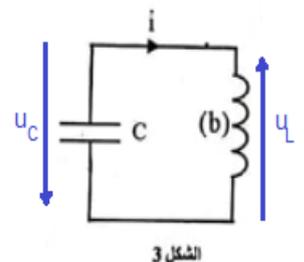
$$u_L(t) = 24 e^{-\frac{t}{2 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow \boxed{u_L(t) = 24 e^{-500 \cdot t}}$$

2-Circuit oscillant LC

2-1-L'équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_L + u_C = 0$

D'après loi d'ohm : $u_L = L \frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$



$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C \cdot \frac{du_C}{dt} \right) = C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C = 0$$

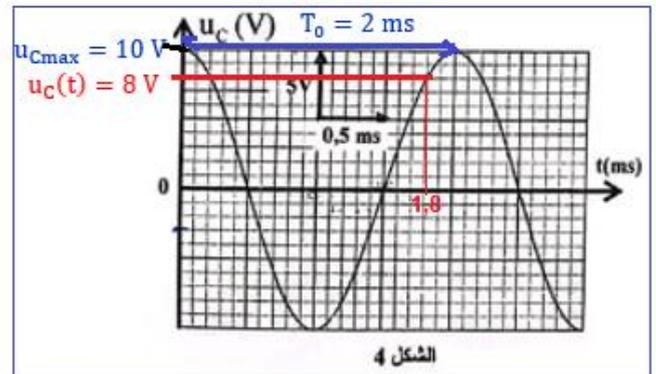
2-2-1-La valeur de la capacité C :

D'après l'expression de la période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ c.à. d: $T_0^2 = 4\pi^2 L \cdot C$ on obtient : $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$

D'après le graphe de la figure 3 : la valeur de T_0 est: $T_0 = 2 \text{ ms}$

A.N : $C = \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times \pi^2 \times 1}$

$10^{-7} \text{ F} \Leftrightarrow \boxed{C = 0,1 \mu\text{F}}$



2-2-2-L'énergie mécanique E_m :

L'énergie totale du circuit :

$$E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$E_m(t) = E_T(t) - E_e(t)$$

A $t = 0$, on a: $u_C(0) = u_{Cmax} = 10 \text{ V}$ et $i(0) = 0$ donc : $E_T(0) = E_{emax} = \frac{1}{2} C u_{Cmax}^2$

A $t = 1,8 \text{ ms}$, on a: $u_C(t) = 8 \text{ V}$

$$E_m(t) = \frac{1}{2} C \cdot u_{Cmax}^2 - \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t) \Rightarrow E_m(t) = \frac{1}{2} C \cdot (u_{Cmax}^2 - u_C^2(t))$$

$$E_m(t) = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \times (10^2 - 8^2) \Rightarrow \boxed{E_m(t) = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

3-Modulation d'amplitude d'un signal

3-1-La bonne réponse :

La proposition juste est **B**

$$T_s = 5 \text{ ms} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ Hz}$$

$$T_s = 20T_p \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{20}{F_p} \Leftrightarrow F_p = 20f_s \Rightarrow F_p = 20 \times 200 = 4000 \text{ Hz} = 4 \text{ kHz}$$

3-2-Vrai ou faux :

a-Faux : Justification :

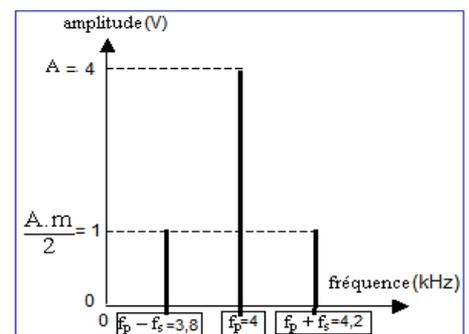
$$m = \frac{U_{m \max} - U_{m \min}}{U_{m \max} + U_{m \min}}$$

$$\begin{cases} U_{m \max} = 3 \times 2 = 6 \text{ V} \\ U_{m \min} = 1 \times 2 = 2 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{6 - 2}{6 + 2} = 0,5$$

b-Faux : Justification :

$$U_0 = \frac{U_{m \max} + U_{m \min}}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4 \text{ V}$$

3-3-Représentation du spectre de fréquence du signal modulé :



Exercice 4 :

Partie I : Etude de la chute d'une balle

1-Mouvement de la balle en chute libre

1-1-Equations horaires de $v_z(t)$ et $z(t)$:

Le système étudié : {La balle (S)}

Bilan des forces : le poids \vec{P} seulement

On considère le repère (o, \vec{k}) , lié à un référentiel terrestre, supposé galiléen.

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$

Projection sur l'axe oz : $P_z = m \cdot a_z$

$$-P = m \cdot a_z \Rightarrow -m \cdot g = m \cdot a_z \Rightarrow a_z = -g \Rightarrow a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g$$

Par dérivation on a : $v_z(t) = -g \cdot t + v_{0z}$ à $t_0 = 0$, on a : $v_z(0) = v_0$

$$v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \mapsto \boxed{v_z(t) = -10 \cdot t + 12}$$

On a : $v_z(t) = \frac{dz}{dt} = -10t + 12$ Par dérivation on a : $z(t) = -\frac{1}{2} \times 10 \cdot t^2 + 12 \cdot t + z_0$

A $t_0 = 0$, on a : $z_0 = 0$ on trouve :

$$\boxed{z(t) = -5 \cdot t^2 + 12t}$$

1-2-1-la hauteur maximale h :

A t_1 le point G arrive à la hauteur maximale, ou sa vitesse s'annule

$$v_z = 0 \Rightarrow -10 \cdot t_1 + 12 = 0 \Rightarrow 10 \cdot t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ s}$$

La hauteur maximale :

$$\mathbf{h} = z(t_1) = -5 \cdot t_1^2 + 12 \cdot t_1 \quad \text{AN : } h = -5 \times 1,2^2 + 12 \times 1,2 \rightarrow \boxed{h = 7,2 \text{ m}}$$

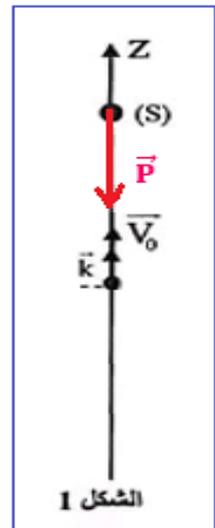
1-2-2-La valeur algébrique v_{0z} :

$$z(t_2) = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot t_2^2 + 12 \cdot t_2 = 0 \Leftrightarrow t_1(-5t_2 + 12) = 0$$

Puisque :

$$t_2 \neq 0 \quad -5t_2 + 12 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ s}$$

$$v_z(t_2) = -10 \cdot t_2 + 12 \Rightarrow v_z(t_2) = -10 \times 2,4 + 12 \Rightarrow \boxed{v_z(t_2) = -12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$



2-Mouvement de chute avec frottement :

2-1-L'équation différentielle :

Le système étudié : {La balle (S)}

Bilan des forces : \vec{P} : le poids

\vec{f} : force de frottement fluide

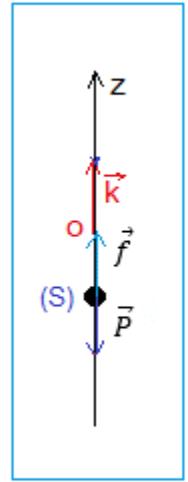
Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

Projection sur l'axe oz : $P_z + f_z = m \cdot a_z \Rightarrow -P + f = m \cdot \frac{dv_z}{dt}$

$$-m \cdot g - \lambda v_z = m \cdot \frac{dv_z}{dt} \Rightarrow m \cdot \frac{dv_z}{dt} + \lambda v_z + mg = 0$$

On pose : $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{m}{\lambda}$

L'équation différentielle : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_z + g = 0$



2-2-La norme de la vitesse limite :

Dans le régime permanent on a : $v_z = v_{\ell\text{im}} = \text{cte} > 0$, c.d.à : $\frac{dv_{\ell\text{im}}}{dt} = 0$

L'équation différentielle : $\frac{1}{\tau} \cdot v_{\ell\text{im}} + g = 0 \Rightarrow v_{\ell\text{im}} = -g \cdot \tau \Rightarrow v_{\ell\text{im}} = \left| -\frac{m \cdot g}{\lambda} \right|$

$$v_{\ell\text{im}} = \left| -\frac{80 \cdot 10^{-3} \times 10}{0,12} \right| \Rightarrow v_{\ell\text{im}} = 6,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2-3-Détermination de $v_z(t_i)$:

La méthode d'Euler : $v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t \Rightarrow v_i = v_{i-1} + a_{i-1} \cdot \Delta t$ (2)

Et $a_i + \frac{\lambda}{m} \cdot v_i + g = 0 \Rightarrow a_{i-1} + \frac{\lambda}{m} \cdot v_{i-1} + g = 0$ (2)

(2) $\Leftrightarrow \frac{\lambda}{m} \cdot v_{i-1} = -a_{i-1} - g$ c.à.d : $v_{i-1} = -\frac{m}{\lambda} (a_{i-1} + 1)$

$$v_{i-1} = -\frac{80 \cdot 10^{-3}}{0,12} (5 + 10) = -10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On remplace dans (1) $v_i = v_z(t_i) = -10 + 5 \times 66 \cdot 10^{-3} \Rightarrow v_z(t_i) = -9,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Partie II : Etude du mouvement d'une balançoire

1-L'expression de E_{pp} :

L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{\text{pp}} = m \cdot g \cdot z +$

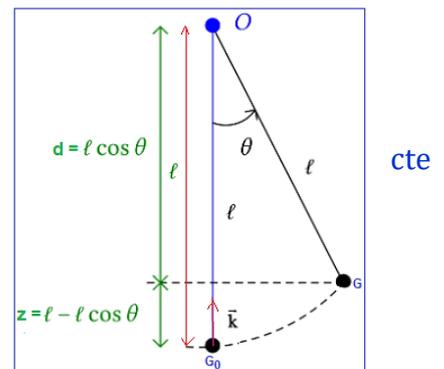
L'état de référentiel de l'énergie potentielle de potentielle :

$E_{\text{pp}} = 0$ à $z = 0$ par suite: cte = 0

$$E_{\text{pp}} = m \cdot g \cdot z$$

D'après la figure : $\ell = d + z \Rightarrow z = \ell - d$ avec $d = \ell \cdot \cos\theta$

$$z = \ell - \ell \cdot \cos\theta = \ell(1 - \cos\theta)$$



Pour des oscillations de faible amplitude : $1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

$$z = \ell \cdot \frac{\theta^2}{2} \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2$$

2-1- La vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$:

Le mouvement se fait sans frottement, l'énergie mécanique se conserve au cours du temps :

$$E_m = E_{cmax} = E_{ppmax}$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_0^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_0^2$$

$$\ell \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = g \theta_0^2$$

$$\dot{\theta}_{max} = \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{A.N :} \quad \dot{\theta}_{max} = 9^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \sqrt{\frac{10}{2,4}} \Rightarrow \boxed{\dot{\theta}_{max} = 0,32 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

2-2-Etablir l'équation différentielle :

$$E_m = \text{Cte} \Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2 \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot 2 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot 2 \cdot \theta \dot{\theta} = 0$$

$$m \cdot \ell^2 \cdot \left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta \right) = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta = 0$$

3-La période propre T_0 :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{A.N :} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2,4}{10}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 3,08 \text{ s}}$$

www.svt-assilah.com