



### تمرين 1 (7 نقط)

يهدف هذا التمرين إلى دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع:  
- الماء،

- محلول مائي لميثانوات الصوديوم،  
- الميثانول.

#### 1- دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

نحضر حجما  $V$  من محلول مائي  $S_A$  لحمض الإيثانويك  $CH_3COOH$  تركيزه المولي  $C_A = 5.10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . أعطى قياس  $pH$  هذا المحلول القيمة:  $pH = 3,05$ .

1.1- اكتب معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء. (0,5 ن)

1.2- نعرف نسبة الحمض  $CH_3COOH$  في المحلول  $S_A$  عند حالة التوازن كما يلي:

$$\alpha(CH_3COOH) = \frac{[CH_3COOH]_{\text{éq}}}{[CH_3COOH]_{\text{éq}} + [CH_3COO^-]_{\text{éq}}}$$

باستعانتك بالجدول الوصفي، بيّن أن  $\alpha(CH_3COOH) = 1 - \tau$  مع  $\tau$  نسبة التقدم النهائي لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء. استنتج

قيمة  $\alpha(CH_3COOH)$ . (0,75 ن)

1.3- بين أن قيمة  $pK_{A1} = pK_A(CH_3COOH_{(aq)} / CH_3COO^-_{(aq)})$  هي  $pK_{A1} \approx 4,79$ . (0,5 ن)

#### 2- دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع أيون الميثانوات

نمزج حجما  $V_1$  من المحلول  $S_A$  مع حجم  $V_2 = V_1$  من محلول مائي  $S_B$  لميثانوات الصوديوم  $Na^+_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)}$  تركيزه المولي  $C_B = C_A$ .

2.1- اكتب معادلة التفاعل الذي يحدث بين أيونات الميثانوات و حمض الإيثانويك. (0,75 ن)

2.2- أوجد تعبير خارج التفاعل عند التوازن  $Q_{r,\text{éq}}$  الموافق للتفاعل بدلالة ثابتي الحمضية  $K_{A1}$  و  $K_{A2}$  للمزدوجتين المتدخلتين

في هذا التفاعل. أحسب قيمته علما أن  $pK_{A2} = pK_A(HCOOH_{(aq)} / HCOO^-_{(aq)}) = 3,75$ . (0,75 ن)

2.3- أوجد تعبير  $pH$  الخليط التفاعلي بدلالة  $pK_{A1}$  و  $pK_{A2}$ . احسب قيمته. (0,5 ن)

#### 3- دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الميثانول

ننجز خليطين متساويي المولات من حمض الإيثانويك مع الميثانول  $CH_3OH$  :  $n_0(CH_3COOH) = n_0(CH_3OH) = 0,9 \text{ mol}$ .

مكن التتبع الزمني لكمية المادة  $n_a$  لحمض الإيثانويك في كل من الخليطين، عند نفس درجة الحرارة  $\theta$ ، من الحصول على المنحنيين  $C_1$  و  $C_2$  الممثلين في الشكل جانبه. تم الحصول على أحد المنحنيين باستعمال حفاز بالنسبة لأحد الخليطين.

3.1- اكتب معادلة التفاعل المنمذج للتحويل الذي يحدث باستعمال الصيغ

نصف المنشورة. (0,5 ن)

3.2- عين، معللا الجواب، المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه

الحفاز. (0,5 ن)

3.3- حدد تركيب الخليط التفاعلي عند التوازن. (0,5 ن)

3.4- أوجد قيمة  $t_{1/2}$  زمن نصف التفاعل في حالة التحويل الكيميائي

الموافق للمنحنى  $C_2$ . (0,5 ن)

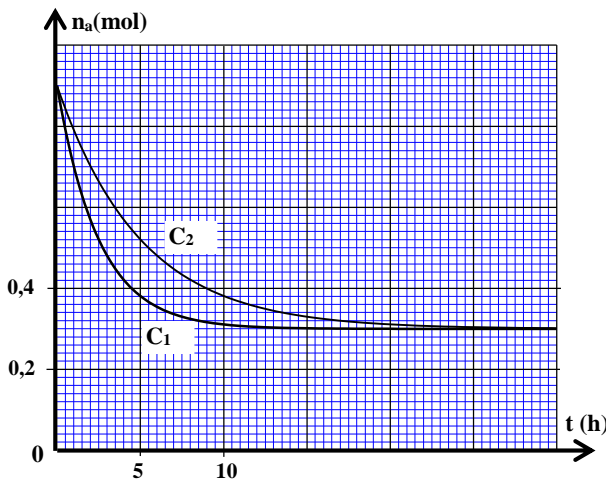
3.5- احسب مردود التحويل الكيميائي المدروس. (0,75 ن)

3.6- عند حالة توازن المجموعة الكيميائية، نضيف لأحد الخليطين

التفاعليين كمية المادة  $n = 0,1 \text{ mol}$  من حمض الإيثانويك.

علما أن ثابتة التوازن للتحويل الكيميائي المدروس هي  $K = 4$ ، أوجد من

جديد مردود هذا التحويل الكيميائي. (0,5 ن)



تمرين 2 : (2,5 نقط)

نقترح في هذا التمرين دراسة تفتت التريتيوم  ${}^3_1\text{H}$  و تفاعل اندماجه مع الدوتوريوم  ${}^2_1\text{H}$  و  ${}^3_1\text{H}$  نظيران لعنصر الهيدروجين.  
معطيات: - نأخذ الكتلة المولية للتريتيوم:  $M({}^3_1\text{H}) = 3\text{g.mol}^{-1}$  ،  
- عدد أفوكادرو:  $N_A = 6,02.10^{23}\text{ mol}^{-1}$  ،  
- عمر النصف للتريتيوم  ${}^3_1\text{H}$ :  $t_{1/2} = 12,32\text{ an}$  ،  
- طاقات الربط لبعض النوى:

النواة	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$
$E_\ell(\text{MeV})$	2,366	8,475	28,296

- نأخذ:  $1\text{an} = 3,16.10^7\text{ s}$ .

1- تفتت التريتيوم:

التريتيوم نظير مشع من طراز  $\beta^-$  ينتج عن تفتته نواة أحد نظائر الهيليوم.

1.1- اختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية: (0,5 ن)

أ	عدد الكتلة بالنسبة للنواة ${}^3_2\text{He}$ هو 5.
ب	يميز النشاط الإشعاعي $\beta^-$ النوى الثقيلة جدا.
ج	خلال المدة $t = 2t_{1/2}$ ، انطلقا من بداية التفتت، يمثل عدد النوى المتفتتة لعينة مشعة 25% من عدد النوى البدئية.
د	تساوي كتلة نواة ذرة مجموع كتل نوياتها.
هـ	خلال تفاعل الانشطار النووي، تتحول الكتلة إلى طاقة.

1.2- اكتب معادلة التفتت لنواة التريتيوم. (0,25 ن)

1.3- أثبت العلاقة بين عمر النصف  $t_{1/2}$  وثابتة النشاط الإشعاعي  $\lambda$ . (0,25 ن)

1.4- تتوفر عند اللحظة  $t_0 = 0$  على عينة من التريتيوم المشع كتلتها  $m_0 = 2\mu\text{g}$ .

احسب بالوحدة Bq النشاط الإشعاعي  $a_1$  للعينة عند تفتت 90% من نوى التريتيوم. (0,5 ن)

2- تفاعل اندماج التريتيوم  ${}^3_1\text{H}$  و الدوتوريوم  ${}^2_1\text{H}$

ينتج عن اندماج نواة الدوتوريوم و نواة التريتيوم نواة الهيليوم  ${}^4_2\text{He}$  وانبعاث نوترون.

2.1- أجب بصحيح أو خطأ، معلا الجواب، على كل اقتراح من الاقتراحين التاليين:

أ- الطاقة التي ينبغي منحها لنواة التريتيوم في حالة سكون قصد فصل نوياته وتبقى في حالة سكون هي  $8,475\text{ MeV}$ . (0,25 ن)

ب- التريتيوم أكثر استقرارا من الدوتوريوم. (0,25 ن)

2.2- احسب، بالوحدة MeV، الطاقة  $E_{\text{lib}} = |\Delta E|$  التي يحررها تفاعل اندماج نواة واحدة من الدوتوريوم مع نواة واحدة من

التريتيوم. (0,5 ن)

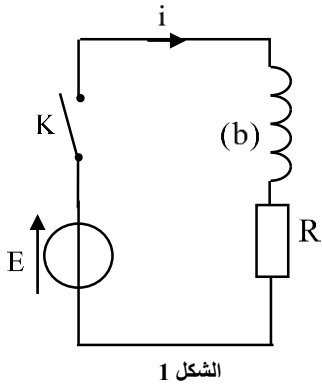
تمرين 3 : (5 نقط)

يهدف هذا التمرين إلى دراسة:

- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر ،

- دائرة متذبذبة LC،

- تضمين الوسع لإشارة.



الشكل 1

### 1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1 والمكون من:

- مولد للتوتر قوته الكهرومحرركة  $E = 24\text{ V}$  ؛

- موصل أومي مقاومته  $R$  ؛

- وشيعة (b) معامل تحريضها  $L$  ومقاومتها مهملة ؛

- قاطع التيار  $K$  .

نغلق قاطع التيار  $K$  عند لحظة تاريخها  $t_0 = 0$  . مكن نظام مسك معلوماتي ملائم من الحصول على

المنحنى الذي يمثل التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي  $i(t)$  في الدارة (الشكل 2).

يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى عند النقطة ذات الأفضول  $t_0 = 0$  .

1.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة

التيار الكهربائي  $i(t)$  . (0,25 ن)

1.2- تعبير شدة التيار الكهربائي المار في الدارة هو :  $i(t) = A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}$

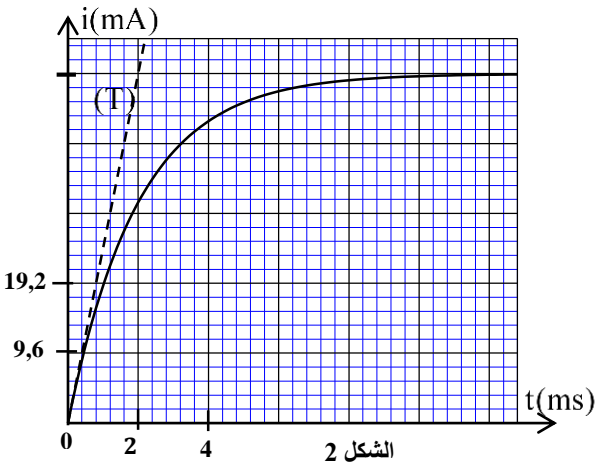
مع  $A$  و  $B$  ثابتتين و  $\tau$  ثابتة الزمن للدارة.

1.2.1- حدد تعبير كل من الثابتين  $A$  و  $B$  بدلالة  $E$  و  $R$  . (0,5 ن)

1.2.2- بين أن  $L = 1\text{ H}$  . (0,5 ن)

1.3- حدد ، في النظام العالمي للوحدات، التعبير العددي للتوتر  $u_L(t)$

بين مربطي الوشيعة أثناء إقامة التيار. (0,5 ن)



الشكل 2

### 2- دارة متذبذبة LC

ننجز دارة متذبذبة LC بتركيب الوشيعة (b) التي تم استعمالها سابقا مع مكثف سعته  $C$  مشحونا كليا

بمولد للتوتر قوته الكهرومحرركة  $E_0$  (الشكل 3).

2.1- اثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C(t)$  بين مربطي المكثف. (0,25 ن)

2.2- يمثل منحنى الشكل 4 تغيرات التوتر  $u_C(t)$  بدلالة الزمن.

2.2.1- أوجد قيمة السعة  $C$  للمكثف. (نأخذ  $\pi^2 = 10$ ) (0,5 ن)

2.2.2- أوجد الطاقة المغنطيسية  $E_m$  المخزونة في الوشيعة عند اللحظة

$t = 1,8\text{ ms}$ . (0,75 ن)

### 3- تضمين الوسع لإشارة

يمثل منحنى الشكل 5 التطور الزمني للتوتر  $u(t)$  الموافق لإشارة مضمّنة

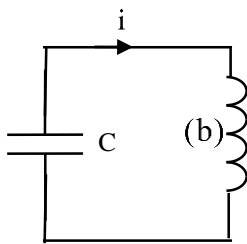
الوسع. يكتب التعبير الرياضي لـ  $u(t)$  على شكل:

$$u(t) = A(1 + m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t)) \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$$

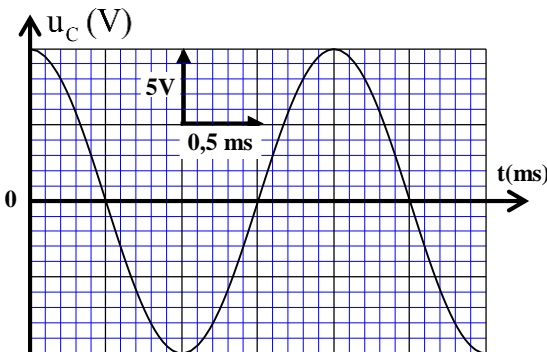
التضمين و  $f_p$  و  $f_s$  على التوالي تردد الإشارة الحاملة و الإشارة المضمّنة.

3.1- اختر الاقتراح الصحيح: (0,5 ن)

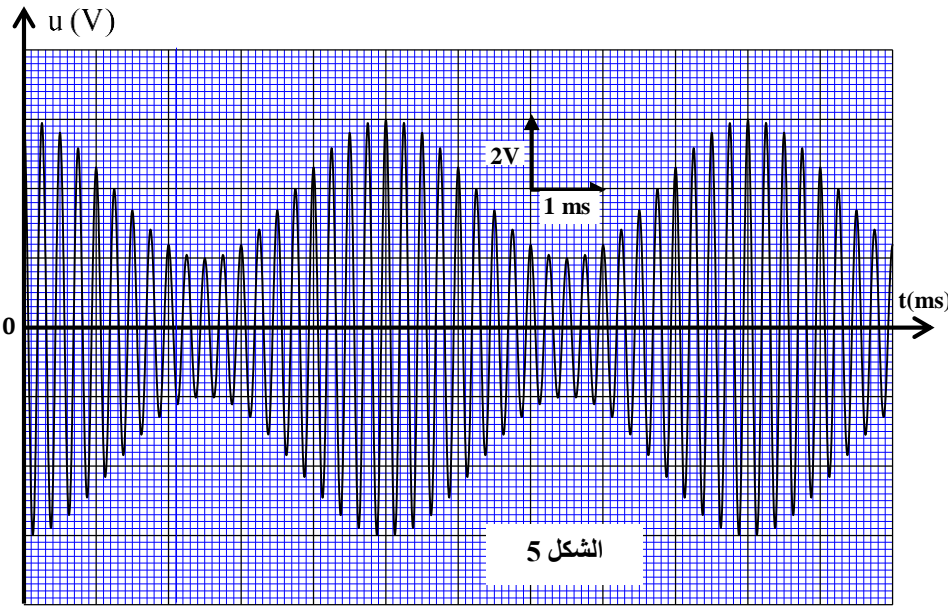
أ	تردد الإشارة المضمّنة هو 4 kHz .
ب	تردد الإشارة الحاملة هو 4 kHz .
ج	تردد الإشارة المضمّنة هو 100 Hz .
د	تردد الإشارة الحاملة هو 200 Hz .



الشكل 3



الشكل 4



3.2- أجب بصحيح أو خطأ ، معللاً

الجواب، على كل اقتراح من

الاقتراحين التاليين:

أ- قيمة نسبة التضمين هي :

$m=0,4$  . (0,5 ن)

ب- قيمة المركبة المستمرة للتوتر هي:

$U_0=2V$  . (0,25 ن)

3.3- مثل شكل طيف ترددات الإشارة

المضمّنة  $u(t)$  بدون احترام سلم

دقيق. (0,5 ن)

تمرين 4 : (5,5 نقط)

الجزءان مستقلان

الجزء I : دراسة حركة سقوط كرة

نرسل رأسياً نحو الأعلى في مجال الثقالة ، عند اللحظة  $t_0=0$  ، انطلاقاً من نقطة O ، كرة (S) كتلتها  $m$  ومركز قصورها G بسرعة بدئية قيمتها  $V_0=12\text{ m.s}^{-1}$  (الشكل 1).

ندرس على مرحلتين، حركة G مركز القصور الكرة في معلم  $(O; \vec{k})$  مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

- حركة السقوط الحر للكرة في مرحلة أولى؛

- حركة سقوط الكرة باحتكاك في مرحلة ثانية.

معطيات:

- الكتلة:  $m=80\text{ g}$  ،

- شدة الثقالة:  $g=10\text{ m.s}^{-2}$  .

1- حركة السقوط الحر للكرة

خلال الحركة نعتبر أن مركز القصور G للكرة يكون في سقوط حر.

1.1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، حدد المعادلة الزمنية العددية لكل من السرعة  $v_z(t)$  والموضع  $z(t)$  لمركز

القصور G للكرة. (0,75 ن)

1.2- بالاعتماد على المعادلتين الزمنيةتين  $z(t)$  و  $v_z(t)$  حدد:

1.2.1- الارتفاع الأقصى  $h$  الذي يصل عنده G. (0,5 ن)

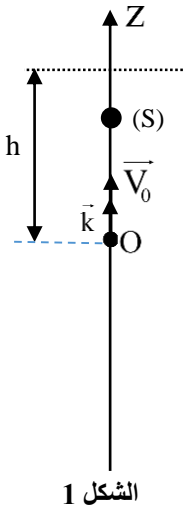
1.2.2- القيمة الجبرية  $v_{oz}$  لسرعة G عند مروره من النقطة O نحو الأسفل. (0,5 ن)

2- حركة سقوط الكرة باحتكاك

انطلاقاً من لحظة مرور مركز القصور G من النقطة O نحو الأسفل، التي نأخذها أصلاً جديداً للتواريخ ( $t_0=0$ )، تخضع الكرة

بالإضافة إلى وزنها  $\vec{P}$  لقوة احتكاك مائع نمذجة بالمتجهة  $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$  مع  $\vec{v} = v_z \vec{k}$  و  $\lambda = 0,12\text{ S.I.}$  (نهمل دافعة أرخميدس

أمام القوتين).



2.1- بيّن أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة  $v_z$  لمركز القصور  $G$  للكرة تكتب:  $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau} v_z + g = 0$  مع الزمن المميز للحركة. (0,5 ن)

2.2- استنتج منظم السرعة الحدية لحركة مركز القصور  $G$  للكرة. (0,25 ن)

2.3- حدد، باستعمال طريقة أولير (Euler)، القيمة الجبرية  $v_z(t_i)$  للسرعة عند اللحظة  $t_i$  علما أن تسارع الحركة عند اللحظة  $t_{i-1}$  هو  $a_{i-1} = 5 \text{ m.s}^{-2}$  و نأخذ خطوة الحساب  $\Delta t = 66 \text{ ms}$ . (0,75 ن)

### الجزء II: دراسة حركة أرجوحة

يتأرجح طفل بواسطة أرجوحة (الشكل 2).

ننمذج الأرجوحة مع الطفل بنواس مكون من جسم صلب  $(S)$  كتلته  $m$  ومركز قصوره  $G$  معلق في نقطة  $O$  بواسطة ساق كتلتها مهملة و طولها  $\ell$ . يمكن للساق أن تنجز حركة دوران في المستوى الرأسي حول محور  $(\Delta)$  أفقي يمر من النقطة  $O$  (الشكل 3).

ندرس حركة النواس في معلم  $(G_0, \vec{k})$  مرتبط بمراجع أرضي نعتبره غاليليا.

نزيج النواس عن موضع توازنه المستقر بزواوية صغيرة  $\theta_0 = 9^\circ$  في المنحنى الموجب، و نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة  $t_0 = 0$ .

نمعلم موضع النواس عند كل لحظة تاريخها  $t$  بالأفصول الزاوي  $\theta$ .

نهمل جميع الاحتكاكات و نختار المستوى الأفقي المار من  $G_0$  (موضع  $G$  عند التوازن المستقر) كمراجع لطاقة الوضع الثقالية  $(E_{pp} = 0)$ .

معطيات: - عزم قصور النواس بالنسبة لمحور الدوران  $(\Delta)$  هو:  $J_\Delta = m \cdot \ell^2$  ،  
- شدة الثقالة:  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  ،  
-  $\ell = 2,4 \text{ m}$  -

- بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير نأخذ:  $\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$  مع  $\theta$  بالراديان.

1- بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير، بيّن أن تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس عند لحظة  $t$  يكتب كما يلي:

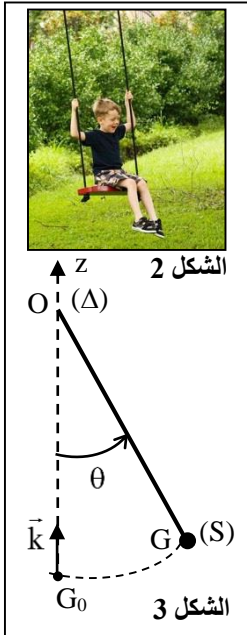
$$E_{pp} = \frac{1}{2} mg \ell \theta^2 \quad (0,5 \text{ ن})$$

2- باستغلال انحفاظ الطاقة الميكانيكية للنواس:

2.1- حدد قيمة السرعة الزاوية القصوى  $\dot{\theta}_{\max}$  لمركز القصور  $G$ . (0,5 ن)

2.2- أثبت المعادلة التفاضلية للحركة التي يحققها الأفصول الزاوي  $\theta(t)$ . (0,75 ن)

3- احسب الدور الخاص لهذا النواس علما أنه مطابق لنواس بسيط طوله  $\ell$  و كتلته  $m$ . (0,5 ن)



**تمرين 1:**

**1-دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك**

**1.1-معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء:**



**2.1-إثبات العلاقة:**

لدينا:

$$\alpha = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} - [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} = 1 - \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}$$

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$				
البدئية	0	$C_A \cdot V$	بوفرة	---	0	0
الوسيطة	x	$C_A \cdot V - x$	بوفرة	---	x	x
التوازن	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V - x_{\text{éq}}$	بوفرة	---	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

حسب الجدول الوصفي:

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V - x_{\text{éq}}}{V} = C_A - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C_A - [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}$$

$$C_A = [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}$$

تعبير نسبة التقدم النهائي:

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}}$$

المتفاعل المحد هو الحمض :  $x_{\text{max}} = C_A \cdot V$  ومنه  $C_A \cdot V - x_{\text{max}} = 0$

$$x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V = [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot V$$

$$\tau = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot V}{C_A \cdot V} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1 - \tau}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-\text{pH}}}{C_A}$$

ت.ع:

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-3,05}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0,982 \Rightarrow \boxed{\alpha = 98,2 \%}$$

**1.3-إثبات قيمة  $\text{pK}_{A1}$  :**

$$K_{A1} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = C_A - 10^{-\text{pH}} \end{cases}$$

$$K_{A1} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{C_A - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_A - 10^{-\text{pH}}}$$

$$pK_{A1} = -\log K_{A1} \Rightarrow pK_{A1} = -\log \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}} \Rightarrow pK_{A1} = -\log \left( \frac{10^{-2 \times 3,05}}{5 \cdot 10^{-2} - 10^{-3,05}} \right) \Rightarrow \boxed{pK_{A1} = 4,79}$$

## 2- دراسة التفاعل بين حمض الايثانويك وأيون الميثانوات

### 2.1- معادلة التفاعل:



### 2.2- تعبير $Q_{r, \text{éq}}$ :

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}} = K_{A1} \cdot \frac{1}{K_{A2}} \Rightarrow \boxed{Q_{r, \text{éq}} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{pK_{A2} - pK_{A1}}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = 10^{3,75 - 4,79} = 0,091 \Rightarrow \boxed{Q_{r, \text{éq}} = 9,1 \cdot 10^{-2}}$$

ت.ع:

### 2.3- تعبير pH:

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{HCOO}^-_{(aq)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{HCOOH}_{(aq)}$				
البدئية	0	$C_A \cdot V_1$	$C_B \cdot V_2$	--	0	0
الوسيطة	x	$C_A \cdot V_1 - x$	$C_B \cdot V_2 - x$	--	x	x
التوازن	$x_{\text{éq}}$	$C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}$	$C_B \cdot V_2 - x_{\text{éq}}$	--	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

$$[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}{2V_1}$$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{2V_1}$$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{\left( \frac{x_{\text{éq}}}{2V_1} \right)^2}{\left( \frac{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}}{2V_1} \right)^2} = \left( \frac{x_{\text{éq}}}{2V_1} \right)^2 \cdot \left( \frac{2V_1}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} \right)^2 = \left( \frac{x_{\text{éq}}}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} \right)^2$$

$$\frac{x_{\text{éq}}}{C_A \cdot V_1 - x_{\text{éq}}} = \sqrt{Q_{r, \text{éq}}}$$

حسب تعبير pH:

$$\text{pH} = pK_{A1} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}$$

$$\text{pH} = pK_{A2} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

$$2\text{pH} = pK_{A1} + pK_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

$$2\text{pH} = pK_{A1} + pK_{A2} + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \begin{cases} [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = [\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \\ [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} \end{cases}$$



$$2\text{pH} = \text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2} + \log \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = \text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2}$$

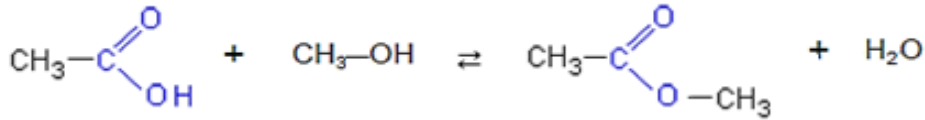
$$\text{pH} = \frac{1}{2}(\text{pK}_{A1} + \text{pK}_{A2})$$

$$\text{pH} = \frac{1}{2}(4,79 + 3,75) \Rightarrow \boxed{\text{pH} = 4,27}$$

: حساب pH

### 3-دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الإيثانول

#### 3.1-معالجة التفاعل:



#### 3.2-المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز:

يسرع الحفاز التحول وبالتالي المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز هو المنحنى  $C_1$  لأن التفاعل يصل إلى قيمته النهائية في مدة زمنية اقل مقارنة مع المنحنى  $C_2$ .

#### 3.3. تركيب الخليط عند التوازن:

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A + B → E + H <sub>2</sub> O				
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البديية	0	n <sub>0</sub>	n <sub>0</sub>	---	0	0
الوسيطة	x	n <sub>0</sub> - x	n <sub>0</sub> - x	---	x	x
النهائية	x <sub>f</sub>	n <sub>0</sub> - x <sub>f</sub>	n <sub>0</sub> - x <sub>f</sub>	---	x <sub>f</sub>	x <sub>f</sub>

كمية مادة حمض الإيثانويك المتبقية في الحالة النهائية :  $n_{af} = n_0 - x_f$  أي :  $x_f = n_0 - n_{af}$

باستعمال المبيان نجد :  $n_{af} = 0,3 \text{ mol}$

$$x_f = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ mol}$$

تركيب الخليط:

$$n_f(\text{ester}) = n_f(\text{eau}) = x_f = 0,6 \text{ mol}$$

$$n_f(\text{acide}) = n_f(\text{alcool}) = n_0 - x_f = 0,3 \text{ mol}$$

#### 3.4-قيمة $t_{1/2}$ :

$$\text{عند } t_{1/2} \text{ لدينا : } x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ mol}$$

كمية مادة الحمض المتبقية:

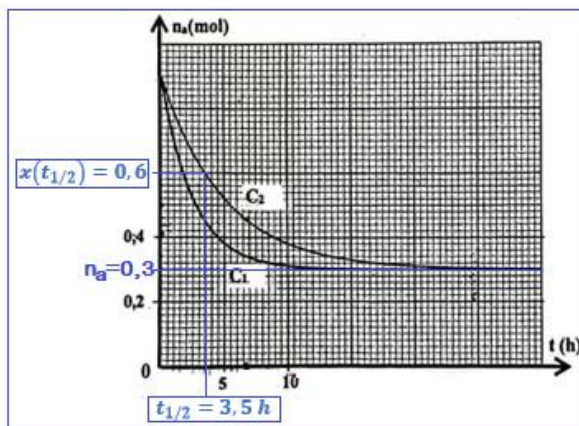
$$n_a(t_{1/2}) = n_0 - (t_{1/2}) = 0,9 - 0,3 = 0,6 \text{ mol}$$

بالاسقاط نحصل على :  $\boxed{t_{1/2} = 3,5 \text{ h}}$

#### 3.5-مردود التفاعل:

$$r = \frac{n_{\text{exp(ester)}}}{n_{\text{th(ester)}}} = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$$

$$x_{\text{max}} = n_0 = 0,9 \text{ mol} \text{ و } x_f = 0,6 \text{ mol}$$



$$r = \frac{0,6}{0,9} = 0,667 \Rightarrow \boxed{r = 66,7 \%}$$

3.6- مردود التحول  $r'$  :

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A	+	B	→	E	+	H <sub>2</sub> O
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)						
البدئية	0	0,3 + 0,1 = 0,4		0,3	-	0,6		0,6
الوسيطة	x	0,4 - x		0,3 - x	-	0,6 + x		0,6 + x
التوازن	x <sub>éq</sub>	0,4 - x <sub>éq</sub>		0,3 - x <sub>éq</sub>	-	0,6 + x <sub>éq</sub>		0,6 + x <sub>éq</sub>

$$K = \frac{[E]_f \cdot [H_2O]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\left(\frac{0,6 + x_{éq}}{V}\right)^2}{\frac{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})}{V^2}} = \frac{(0,6 + x_{éq})^2}{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})} = \frac{0,6^2 + 2 \times 0,6x_{éq} + x_{éq}^2}{0,12 - 0,4x_{éq} - 0,3x_{éq} + x_{éq}^2}$$

$$4 \times (0,12 - 0,7x_{éq} + x_{éq}^2) = 0,36 + 1,2x_{éq} + x_{éq}^2$$

$$0,48 + 0,28x_{éq} + 4x_{éq}^2 - 0,36 - 1,2x_{éq} - x_{éq}^2 = 0$$

$$3x_{éq}^2 - 4x_{éq} + 0,12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 0,12 = 14,56$$

$$\begin{cases} x_{éq1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 0,0131 \text{ mol} \\ x_{éq2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 1,3 \text{ mol} \end{cases}$$

$$x_{éq} = 0,03 \text{ mol} \quad \text{أي} \quad x_{éq} < x_{\max} = 0,3 \text{ mol}$$

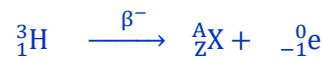
$$r' = \frac{n_f(\text{ester})}{n_{\max}(\text{ester})} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + x_{éq}}{0,6 + x_{\max}} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + 0,03}{0,6 + 0,3} = 0,70 \Rightarrow \boxed{r' = 70 \%}$$

تمرين 2:

1- تفتت التريتيوم

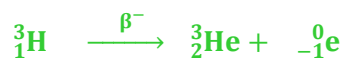
1.1- الإقتراح الصحيح: هـ

1.2- معادلة التفتت:



تطبيق قانونا صودي للانحفاظ:

$$\begin{cases} 3 = A + 0 \\ 1 = Z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ Z = 2 \end{cases}$$



3.1- العلاقة بين  $t_{1/2}$  و  $\lambda$  :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

حسب قانون التناقص الاشعاعي:

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

حسب تعريف عمر النصف، لدينا :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

1.4- حساب  $a_1$  :

عند تفتت 90 % من نوى العينة يتبقى منها 10% من نوى العينة البدئية أي:  $N_1 = 10\% N_0 = 0,1 N_0$  نشاطها الاشعاعي  $a_1$  حيث:

$$a_1 = \lambda \cdot N_1 = 0,1 \lambda \cdot N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} ; \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{m(^3\text{He})} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0 \cdot N_A}{m(^3\text{H})}$$

$$a_1 = 0,1 \cdot \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{m_0 \cdot N_A}{m(^3\text{H})} \Rightarrow a_1 = \frac{\ln 2}{12,32 \times 3,16 \cdot 10^7} \times \frac{2 \cdot 10^{-6} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{3} \Rightarrow a_1 = 7,145 \cdot 10^8 \text{ Bq} \quad \text{ت.ع.}$$

2- تفاعل الاندماج

2.1- الجواب بصحيح او خطأ:

صحيح	أ- طاقة الربط بالنسبة لنواة التريتيوم $E_1(^3\text{H}) = 8,475 \text{ MeV}$
صحيح	ب- نواة التريتيوم $^3\text{H}$ أكثر استقرارا من الدوتريوم $^2\text{H}$ .

$$\begin{cases} \xi(^3\text{H}) = \frac{E_1(^3\text{H})}{3} = \frac{8,475}{3} = 2,825 \text{ MeV/Nucléon} \\ \xi(^2\text{H}) = \frac{E_1(^2\text{H})}{2} = \frac{2,366}{2} = 1,183 \text{ MeV/Nucléon} \end{cases} \Rightarrow \xi(^3\text{H}) > \xi(^2\text{H})$$

نستنتج ان نواة التريتيوم  $^3\text{H}$  أكثر استقرارا من الدوتريوم  $^2\text{H}$ .

2.2- الطاقة المحررة  $E_{lib}$  :



$E_{lib} = |\Delta E|$  الطاقة التي يحررها تفاعل اندماج نواة واحدة من  $^2\text{H}$  مع نواة واحدة من  $^3\text{H}$  حيث:  $E_{lib} = |\Delta E|$

$$\Delta E = E_1(^3\text{H}) + E_1(^2\text{H}) - E_1(^3\text{He})$$

$$|\Delta E| = |8,475 + 2,366 - 28,296| = 17,455 \text{ MeV}$$

$$E_{lib} = |\Delta E| \Rightarrow E_{lib} = 17,455 \text{ MeV}$$

تمرين 3:

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات :

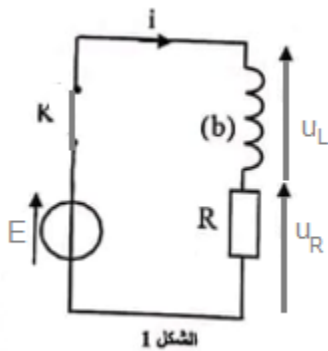
حسب قانون أوم :

$$u_L + u_R = E$$

$$u_R = R \cdot i \quad \text{و} \quad u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = E \Leftrightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

1.2.1 - تعبير كل من A و B :



$$\begin{cases} i(t) = A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \frac{di}{dt} = \frac{d(A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L} (A + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L}$$

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L} \cdot A + \frac{R}{L} \cdot B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{R}{L} - \frac{1}{\tau} \right) + \frac{R}{L} \cdot A - \frac{E}{L} = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة كيف ما كانت قيمة  $t$  يجب ان يكون:

$$\begin{cases} \frac{R}{L} - \frac{1}{\tau} = 0 \\ \frac{R}{L} \cdot A - \frac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{R}{L} = \frac{1}{\tau} \\ R \cdot A = E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{R} \\ A = \frac{E}{R} \end{cases}$$

لتحديد  $B$  نستعمل الشروط البدئية:

$$i(0) = 0 \Rightarrow A + B \cdot e^0 = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow B = -\frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

تعبير شدة التيار:

1.2.2- لنبين ان  $L = 1H$ :

$$L = \tau \cdot R \quad \text{أي} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

تعبير ثابتة الزمن:

تعبير شدة التيار في النظام الدائم، حسب المعادلة التفاضلية:

$$I_0 = \frac{E}{R} \quad \text{ومنه} \quad \frac{R}{L} \cdot I_0 = \frac{E}{L}$$

$$R = \frac{E}{I_0}$$

$$L = \tau \cdot \frac{E}{I_0}$$

مبانيا حسب الشكل 2 نجد:  $\tau = 2ms$  و  $I_0 = 48mA$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} \times \frac{24}{48 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow L = 1H$$

ت.ع:

1.3- التعبير العددي ل  $u_L(t)$ :

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \frac{d \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = \frac{L \cdot E}{R} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{L \cdot E}{R} \cdot \frac{R}{L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_L(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = 24 e^{-\frac{t}{2 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow u_L(t) = 24 e^{-500 \cdot t}$$

2- دائرة متذبذبة LC

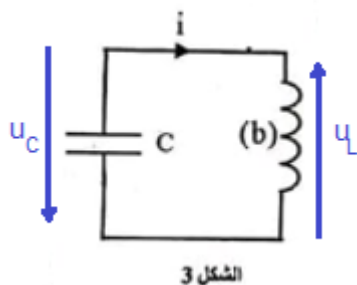
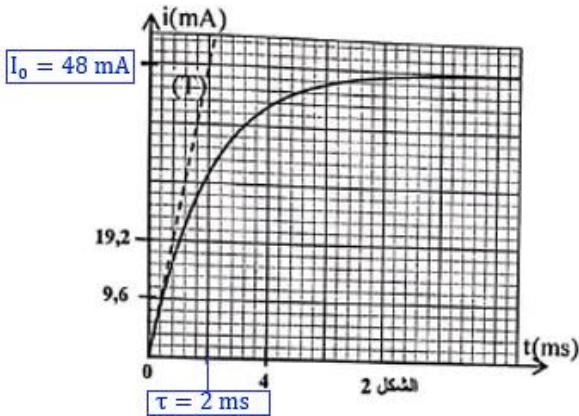
2.1- إثبات المعادلة التفاضلية:

$$u_L + u_C = 0$$

حسب قانون إضافية التوترات:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{مع} \quad u_L = L \frac{di}{dt} \quad \text{حسب قانون اوم:}$$

$$L \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C = 0$$



## 2.2.1- سعة المكثف C :

حسب تعبير الدور الخاص :  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  وبالتالي  $T_0^2 = 4\pi^2 L.C$  نحصل على :  $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$

حسب الشكل 3: قيمة الدور الخاص هي :  $T_0 = 2 \text{ ms}$

$$C = \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 1} = 10^{-7} \text{ F} \Leftrightarrow \boxed{C = 0,1 \mu\text{F}}$$
 ت.ع:

## 2.2.2- الطاقة المغنطيسية عند $t = 1,8 \text{ ms}$ :

الطاقة الكلية للدائرة الكهربائية :

$$E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$E_m(t) = E_T(t) - E_e(t)$$

عند اللحظة  $t = 0$  لدينا  $u_C(0) = u_{Cmax} = 10 \text{ V}$  و  $i(0) = 0$

$$E_T(0) = E_{emax} = \frac{1}{2} C u_{Cmax}^2$$
 ومنه :

عند اللحظة  $t = 1,8 \text{ ms}$  يكون  $u_C(t) = 8 \text{ V}$

$$E_m(t) = \frac{1}{2} C. u_{Cmax}^2 - \frac{1}{2} C. u_C^2(t) = \frac{1}{2} C. (u_{Cmax}^2 - u_C^2(t))$$

$$E_m(t) = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \times (10^2 - 8^2) \Rightarrow \boxed{E_m(t) = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

[www.svt-assilah.com](http://www.svt-assilah.com)

## 3- تضمين الوسع

### 3.1- الاقتراح الصحيح: ب

$$T_s = 5 \text{ ms} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

لدينا :

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ Hz}$$

$$T_s = 20T_p \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{20}{F_p} \Leftrightarrow F_p = 20f_s \Rightarrow F_p = 20 \times 200 = 4000 \text{ Hz} = 4 \text{ kHz}$$

### 3.2-أ-نسبة التضمين: خطأ

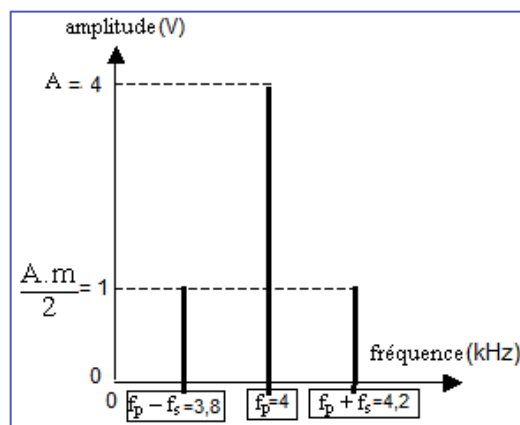
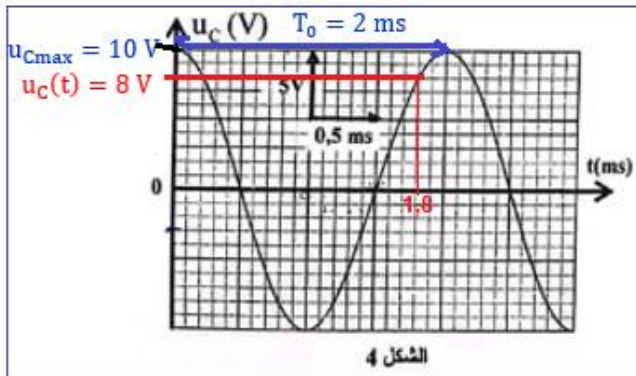
$$m = \frac{U_{m \max} - U_{m \min}}{U_{m \max} + U_{m \min}}$$

$$\begin{cases} U_{m \max} = 3 \times 2 = 6 \text{ V} \\ U_{m \min} = 1 \times 2 = 2 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{6 - 2}{6 + 2} = 0,5$$

### 3.2-ب-المركبة المستمرة: خطأ

$$U_0 = \frac{U_{m \max} + U_{m \min}}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4 \text{ V}$$

### 3.3- طيف ترددات الإشارة المضمنة:



#### تمرين 4:

#### الجزء I:

#### 1- حركة السقوط الحر

1.1- المعادلات الزمنية  $v_z(t)$  و  $z(t)$  :

المجموعة المدروسة: {الكرة (S)}

جاء القوى: تخضع الكرة لوزنها  $\vec{P}$  فقط (لأنها في سقوط حر).

نختار المعلم الراسي  $(O, \vec{i})$  المرتبط بالأرض ونطبق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$P_z = m \cdot a_z$$

السقوط على المحور  $oz$  :

$$-P = m \cdot a_z \Rightarrow -m \cdot g = m \cdot a_z \Rightarrow a_z = -g \Rightarrow a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g$$

التكامل :  $v_z(t) = -g \cdot t + v_{0z}$  عند  $t_0 = 0$  لدينا :  $v_z(0) = v_0$

$$v_{0z} = v_0 : \text{أي } v_z(t=0) = -g \times 0 + v_{0z}$$

$$v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \rightarrow v_z(t) = -10 \cdot t + 12$$

كما ان :  $v_z(t) = \frac{dz}{dt} = -10t + 12$  بالتكامل نحصل على :  $z(t) = -\frac{1}{2} \times 10 \cdot t^2 + 12 \cdot t + z_0$

عند  $t_0 = 0$  لدينا :  $z_0 = 0$  وبالتالي :  $z(t) = -5 \cdot t^2 + 12t$

#### 1.2.1- الارتفاع الأقصى $h$ :

عند اللحظة  $t_1$  يصل  $G$  الى الارتفاع الأقصى حيث تنعدم سرعته نكتب :

$$v_z = 0 \Rightarrow -10 \cdot t_1 + 12 = 0 \Rightarrow 10 \cdot t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ s}$$

الارتفاع الأقصى  $h$  :

$$h = -5 \times 1,2^2 + 12 \times 1,2 \rightarrow h = 7,2 \text{ m} : \text{ت.ع. } h = z(t_1) = -5 \cdot t_1^2 + 12 \cdot t_1$$

#### 2.2.1- القيمة الجبيرة للسرعة عند $O$ :

$$z(t_2) = 0 \Leftrightarrow 5 \cdot t_2^2 + 12 \cdot t_2 = 0 \Leftrightarrow t_1(-5t_2 + 12) = 0$$

$t_2 = 0$  حل غير مرغوب فيه أو  $-5t_2 + 12 = 0$  أي :  $t_2 = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ s}$

$$v_z(t_2) = -10 \cdot t_2 + 12 \Rightarrow v_z(t_2) = -10 \times 2,4 + 12 = -12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

#### 2- حركة السقوط باحتكاك

#### 2.1- إثبات المعادلة التفاضلية:

جاء القوى :  $\vec{P}$  وزن الكرة

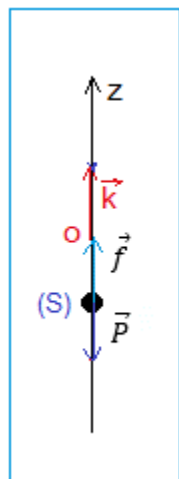
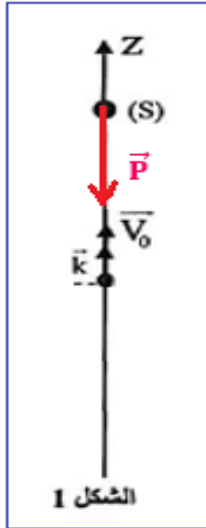
$\vec{f}$  : قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$P_z + f_z = m \cdot a_z \Rightarrow -P + f = m \cdot \frac{dv_z}{dt}$$

الاسقاط على المحور  $oz$  :



$$-m.g - \lambda v_z = m \cdot \frac{d v_z}{dt} \Rightarrow m \cdot \frac{d v_z}{dt} + \lambda v_z + mg \Rightarrow \boxed{\frac{d v_z}{dt} + \frac{\lambda}{m} \cdot v_z + g = 0}$$

$$\tau = \frac{m}{\lambda} \quad \text{أي} \quad \frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau} \quad \text{نضع :}$$

$$\boxed{\frac{d v_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_z + g = 0}$$

نحصل على المعادلة التفاضلية :

## 2.2- استنتاج منظم السرعة الحدية:

في النظام الدائم لدينا:  $v_z = v_{\ell im} = cte > 0$  ومنه:  $\frac{d v_{\ell im}}{dt} = 0$  المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{1}{\tau} \cdot v_{\ell im} + g = 0 \Rightarrow v_{\ell im} = -g \cdot \tau \Rightarrow \boxed{v_{\ell im} = \left| -\frac{m \cdot g}{\lambda} \right|}$$

$$v_{\ell im} = \left| -\frac{80 \cdot 10^{-3} \times 10}{0,12} \right| \Rightarrow \boxed{v_{\ell im} = 6,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

## 2.3- القيمة الجبرية $v_z(t_i)$ :

حسب طريقة اولير:  $v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t$  ومنه:  $v_i = v_{i-1} + a_{i-1} \cdot \Delta t$  (1)

$$\text{و} \quad a_{i-1} + \frac{\lambda}{m} \cdot v_{i-1} + g = 0 \quad \text{أي} \quad a_i + \frac{\lambda}{m} \cdot v_i + g = 0 \quad (2)$$

العلاقة (2):  $\frac{\lambda}{m} \cdot v_{i-1} = -a_{i-1} - g$  وبالتالي:  $v_{i-1} = -\frac{m}{\lambda} (a_{i-1} + 1)$

$$v_{i-1} = -\frac{80 \cdot 10^{-3}}{0,12} (5 + 10) = -10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_i = v_z(t_i) = -10 + 5 \times 66 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{v_z(t_i) = -9,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} \quad \text{نعوض في (1):}$$

## الجزء II :دراسة حركة ارجوحة

### 1.إثبات تعبير طاقة الوضع الثقالية:

حسب الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية:  $E_{pp} = m \cdot g \cdot z + cte$

$$E_{pp} = m \cdot g \cdot z \quad \text{عند} \quad z = 0 \quad \text{و} \quad cte = 0 \quad \text{إذن:} \quad E_{pp} = m \cdot g \cdot z$$

حسب الشكل:  $z = \ell - d$  ومنه:  $\ell = d + z$  مع:  $d = \ell \cdot \cos \theta$

$$z = \ell - \ell \cdot \cos \theta = \ell (1 - \cos \theta)$$

بالنسبة للزاوية  $\theta$  صغيرة نكتب:  $1 - \cos \theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2 \quad \text{نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية:} \quad z = \ell \cdot \frac{\theta^2}{2}$$

### 2.1- قيمة السرعة الزاوية القصوى:

الحركة تتم بدون احتكاك إذن الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال الزمن نكتب:

$$E_m = E_{cmax} = E_{ppmax}$$

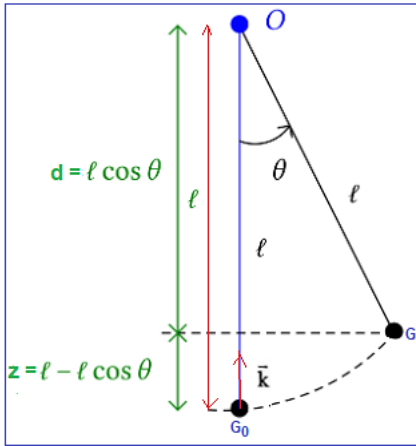
$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_0^2$$

$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta_0^2$$

$$\ell \cdot \dot{\theta}_{max}^2 = g \theta_0^2$$

$$\dot{\theta}_{max} = 9^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \sqrt{\frac{10}{2,4}} \Rightarrow \boxed{\dot{\theta}_{max} = 0,32 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\dot{\theta}_{max} = \theta_0 \cdot \sqrt{\frac{g}{\ell}} \quad \text{ت.ع.}$$



## 2.2-المعادلة التفاضلية :

$$E_m = Cte \Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot \theta^2 \right) = 0$$
$$\frac{1}{2} m \cdot \ell^2 \cdot 2 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \ell \cdot 2 \cdot \theta \dot{\theta} = 0$$
$$m \cdot \ell^2 \cdot \left( \ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta \right) = 0$$
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \cdot \theta = 0$$

## 3-حساب الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2,4}{10}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 3,08 \text{ s}} \quad \text{ت.ع.} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{لدينا:}$$

[www.svt-assilah.com](http://www.svt-assilah.com)