الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSS | الموضوع | NS 22F

3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude de fonctions numériques, calcul intégral et suites numériques	11 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et par $|z|$ son module
- ✓ ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 (*3points*) :

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,1,4)$, $B(2,1,2)$, $C(2,5,0)$ et $\Omega(3,4,4)$.

0.25 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\left(2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\right)$

0.5 b) En déduire l'aire du triangle ABC et la distance $d\left(B,(AC)\right)$

2) Soit D le milieu du segment $[AC]$

0.25 a) Vérifier que $\overrightarrow{D\Omega}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)$

0.5 b) En déduire que $d\left(\Omega,(ABC)\right)=3$.

3) Soit (S) la sphère d'équation $x^2+y^2+z^2-6x-8y-8z+32=0$

0.5 a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S)

0.5 b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

0.5 4) Soient (Q_1) et (Q_2) les deux plans parallèles à (ABC) tels que chacun d'eux coupe (S) suivant un cercle de rayon $\sqrt{5}$

Déterminer une équation cartésienne pour chacun des deux plans (Q_1) et (Q_2)

Exercice 2 (*3points*) :

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$, $b=1+\sqrt{2}+i$, $c=\overline{b}$ et $d=2i$

0.25 1) Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique.

0.25 2) a) Vérifier que $b-d=c$

0.5 b) Montrer que $\left(\sqrt{2}+1\right)(b-a)=b-d$ et déduire que les points A, B et D sont alignés.

0.25 3) a) Vérifier que $ac=2b$

0.5 b) En déduire que $2arg(b)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

4) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme chaque point M du plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'.

0.25 a) Montrer que $z'=\frac{1}{2}az$

0.5 b) En déduire que $R(C)=B$ et que $R(A)=D$

0.5 c) Montrer que $\frac{b-a}{c-a}=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$

Exercice 3 (*3points*) :

Une urne U_1 contient six boules portant les nombres : $0\,;0\,;1\,;1\,;1\,;2$ et une urne U_2 contient cinq boules portant les nombres: $1\,;1\,;1\,;2\,;2$.
On suppose que les boules des deux urnes sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience aléatoire suivante :
« On tire une boule de l'urne U_1 et on note le nombre a qu'elle porte, puis on la met dans l'urne U_2, ensuite on tire une boule de l'urne U_2 et on note le nombre b qu'elle porte ».

On considère les événements suivants :

A : "la boule tirée de l'urne U_1 porte le nombre 1"

B : "le produit ab est égal à 2"

0.5 1) a) Calculer $p(A)$; la probabilité de l'événement A .

0.5 b) Montrer que $p(B)=\frac{1}{4}$ (On peut utiliser l'arbre des possibilités)

0.75 2) Calculer $p\left(A/B\right)$; probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

3) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience, le produit ab

0.25 a) Montrer que $p(X=0)=\frac{1}{3}$

0.5 b) Donner la loi de probabilité de X (Remarquer que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 et 4)

0.5 c) On considère les événements :

M : " le produit ab est pair non nul" et N : "le produit ab est égal à 1 "

Montrer que les événements M et N sont équiprobables.

Problème (*11points*) :

On considère la fonction numérique f définie sur $\left]0,+\infty\right[$ par $f\left(x\right)=2-\frac{2}{x}+\left(1-\ln x\right)^2$

Soit $\left(\mathrm{C}_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : $1cm$).

0.25 1) a) Vérifier que pour tout $x\in\left]0,+\infty\right[$: $f\left(x\right)=\frac{3x-2-2x\ln x+x\left(\ln x\right)^2}{x}$

0.5 b) Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+}x\left(\ln x\right)^2=0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\left(\ln x\right)^2}{x}=0$ (On peut poser : $t=\sqrt{x}$)

0.5 c) Déduire que $\lim\limits_{x\to0^+}f\left(x\right)=-\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.

0.75 d) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$, puis montrer que la courbe $\left(\mathrm{C}_f\right)$ admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

0.5 2) Montrer que pour tout $x\in\left]0,+\infty\right[$: $f'(x)=\frac{2\left(1-x+x\ln x\right)}{x^2}$

3) En exploitant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction dérivée f' de f sur $]0,+\infty[$:

x	0		1		β		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$f'(\beta)$	$\searrow$	0

(On donne $\beta \approx 4.9$)

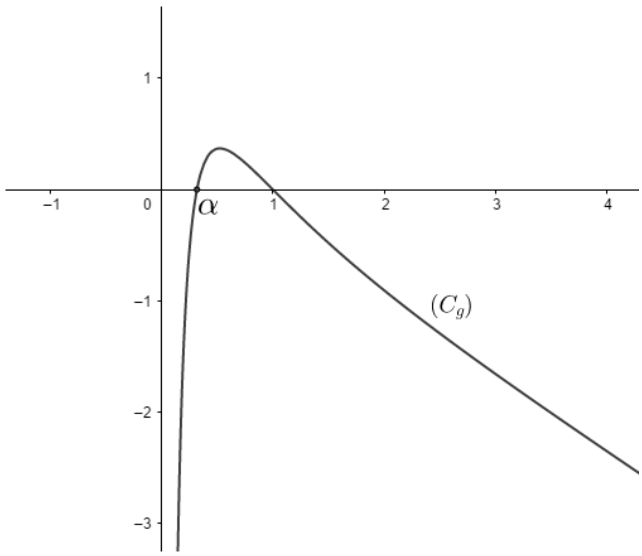
0.5 a) Prouver que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f

0.5 b) Donner le tableau de signe de la dérivée seconde f'' de la fonction f sur $]0,+\infty[$

1 c) Déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant les abscisses de ses deux points d'inflexion.

4) La courbe (C_g) ci-contre est la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$ et qui s'annule en α et 1 $(\alpha \approx 0,3)$

Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$.



0.5 a) A partir de la courbe (C_g), déterminer le signe de la fonction g sur $]0,+\infty[$

0.5 b) Déduire que la droite (Δ) est en dessous de (C_f) sur l'intervalle $[\alpha,1]$ et au-dessus de (C_f) sur les intervalles $]0,\alpha]$ et $[1,+\infty[$

1.5 5) Construire la courbe (C_f) et la droite (Δ) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(On prend : $\alpha \approx 0.3$, $\beta \approx 4.9$ et $f(\beta) \approx 1.9$)

0.5 6) a) Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha,1]$

1 b) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_{\alpha}^{1}(1-\ln x)^2 dx = 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln\alpha)\ln\alpha$

0.75 c) Déduire en fonction de α l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$

7) Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in]\alpha,1[$ et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

0.5 a) Montrer par récurrence que $\alpha < u_n < 1$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est croissante. (on peut utiliser la question 4) b)

0.75 c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا لمسلك علوم الحياة والأرض

الدورة العادية 2023

www.svt-assilah.com

CHIMIE

Partie 1

1-Expression de K_A :

D'après l'équation de la réaction :

$$C_2H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows C_2H_5CO_2^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

$$\boxed{K_A = Q_{r,éq} = \frac{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}}$$

-Déduction de l'expression de pH:

$$K_A = Q_{r,éq} = \frac{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[C_2H_5CO_2H]_{éq}} \Leftrightarrow [H_3O^+]_{éq} = \frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}}.K_A$$

$$pH = -\log[H_3O^+]_{éq} = -\log\left(\frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}}.K_A\right)$$

$$pH = -\log.K_A - \log\frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}} = pK_A - \log\frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}}$$

$$\boxed{pH = pK_A + \log\frac{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}}{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}}$$

2. Expression de τ :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$$

D'après le tableau d'avancement :

Etat du système	Avancement	$C_2H_5CO_2H_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ ⇄	$C_2H_5CO_2^-{}_{(aq)}$ +		$H_3O^+{}_{(aq)}$
Initial	0	$C_A.V$	En excès	---	0	0
intermédiaire	x	$C_A.V - x$	En excès	---	x	x
Etat d'équilibre	$x_{éq}$	$C_A.V - x_{éq}$	En excès	---	$x_{éq}$	$x_{éq}$

D'après le tableau d'avancement :

$$x_{éq} = [C_2H_5CO_2^-]_{éq}.V = [H_3O^+]_{éq}.V = 10^{-pH}.V$$

L'eau est en excès le réactif limitant est l'acide :

$$C_A.V - x_{max} = 0 \implies x_{max} = C_A.V$$

$$[C_2H_5CO_2H]_{éq} + [C_2H_5CO_2^-]_{éq} = \frac{C_A.V - x_{éq}}{V} + \frac{x_{éq}}{V} = \frac{C_A.V}{V} - \frac{x_{éq}}{V} + \frac{x_{éq}}{V} = C_A$$

$$x_{max} = C_A.V = \left([C_2H_5CO_2H]_{éq} + [C_2H_5CO_2^-]_{éq}\right).V$$

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = \frac{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}.V}{([C_2H_5CO_2H]_{éq} + [C_2H_5CO_2^-]_{éq}).V} = \frac{1}{1 + \frac{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}}{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}}$$

$$pH = pK_A - \log\frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}} \Leftrightarrow \log\frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}} = pK_A - pH$$

$$\frac{[C_2H_5CO_2H]_{éq}}{[C_2H_5CO_2^-]_{éq}} = 10^{pK_A - pH}$$

$$\boxed{\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A - pH}}}$$

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{4,85-3,59}} = 0,052 \Leftrightarrow \boxed{\tau = 5,2\,.10^{-2}}$$

3-détermination de C_A :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{C_A.V} = \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

$$C_A = \frac{10^{-pH}}{\tau}$$

$$C_A = \frac{10^{-3,59}}{0,052} \Leftrightarrow \boxed{C_A = 4,94.10^{-3}\ mol.L^{-1}}$$

4.1-L'équation de la réaction du dosage :

$$C_2H_5CO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow C_2H_5CO_2^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

4.2-Nature de la solution en équivalence :

A l'équivalence les deux réactifs $C_2H_5CO_2H$ et HO^-sont limitants la solution contient la base $C_2H_5CO_2^-$, l'ion Na^+et l'eau donc la solution est basique.

4.3-La valeur de C_A :

Relation d'équivalence : $C_A.V_A = C_B.V_{B,E} \Leftrightarrow C_A = \frac{C_B.V_{B,E}}{V_A}$

$$C_A = \frac{10^{-2} \times 9,8}{20} \Longrightarrow \boxed{C_A = 4,9.10^{-3}\ mol.L^{-1}}$$

4.4-a-L'expression de $[C_2H_5CO_2H]$:

Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$C_2H_5CO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow C_2H_5CO_2^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$				
Etat de système	Avancement	Quantité de matière en (mol)				
E. initial	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_B$		0	0
E. intermédiaire	x	$C_A.V_A - x$	$C_B.V_B - x$		x	x
E. d'équilibre	$x_{éq}$	$C_A.V_A - x_{éq}$	$C_B.V_B - x_{éq}$		$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$[C_2H_5CO_2H] = \frac{C_A.V_A - x_{éq}}{V_A + V_B}$$

Quand on ajoute le volume $V_B = \frac{V_{B,E}}{2}$ e réactif limitant est : HO^-

$$x_{éq} = C_B.V_B = \frac{C_B.V_{B,E}}{2} \quad \text{avec} \quad C_A.V_A = C_B.V_{B,E}$$

$$[C_2H_5CO_2H] = \frac{C_B.V_{B,E} - \frac{C_B.V_{B,E}}{2}}{V_A + \frac{V_{B,E}}{2}} = \frac{\frac{2C_B.V_{B,E} - C_B.V_{B,E}}{2}}{\frac{2V_A + V_{B,E}}{2}}$$

$$\boxed{[C_2H_5CO_2H] = \frac{C_B.V_{B,E}}{2V_A + V_{B,E}}}$$

4.4-b- La valeur de pH :

On a : $$pH = pK_A + \log\frac{[C_2H_5CO_2^-]}{[C_2H_5CO_2H]}$$

$$[C_2H_5CO_2^-] = \frac{x_{éq}}{V_A + \frac{V_{B,E}}{2}} = \frac{\frac{C_B.V_{B,E}}{2}}{\frac{2V_A + V_{B,E}}{2}} = \frac{C_B.V_{B,E}}{2V_A + V_{B,E}} = [C_2H_5CO_2H]$$

$$\frac{[C_2H_5CO_2^-]}{[C_2H_5CO_2H]} = \frac{1}{1} = 1$$

$$pH = 4{,}85 + \log 1 \Longrightarrow \boxed{pH = 4{,}85}$$

Partie 2 :

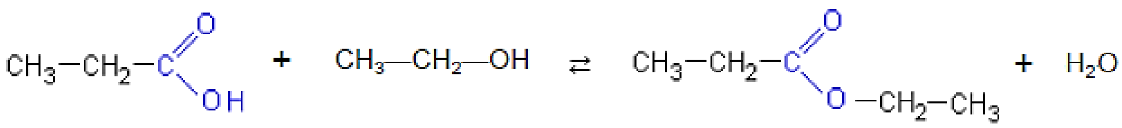
1. Nom du montage et des éléments :

Nom du montage de la figure 1 : chauffage à reflux

1-sortie d'eau 2-réfrigérant à boules

3-mélange réactionnel 4-chauffe ballon

2. L'équation chimique :



Nom de l'ester : propanaote d'éthyle

3.a- Détermination de $t_{1/2}$:

Graphiquement on trouve : $\boxed{t_{1/2} = 0{,}8\ h}$

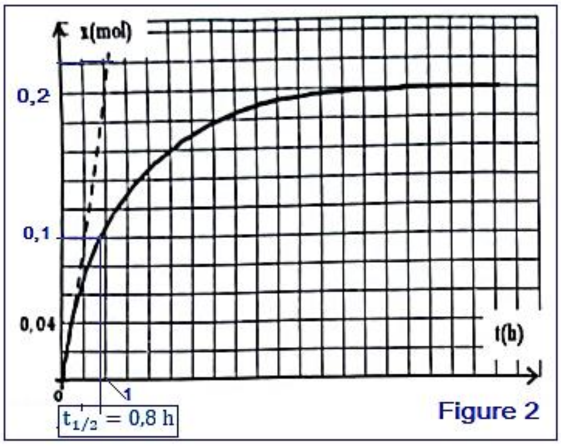


Figure 2

3.b- Vitesses volumiques :

$$v(t) = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$$

$$V_0 = \frac{1}{V}.\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{t_0} = \frac{1}{40.10^{-3}} \times \left(\frac{0{,}2-0}{1-0}\right)$$

$$\Longrightarrow \boxed{V_0 = 5\ mol.L^{-1}.h^{-1}}$$

$$\boxed{V_1 = 0}$$

La vitesse volumique de la réaction diminue à cause de la diminution de la concentration des réactifs.

4. Calcul du rendement :

$$r_1 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)} = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$$

Equation de la réaction	$C_2H_5CO_2H$ +	C_2H_5OH	$\rightleftarrows$	$C_2H_5CO_2C_2H_5$ +	H_2O
Etat initial	n_1	$n_2 = n_1$		0	0
Etat intermédiaire	$n_1 - x$	$n_2 - x$		x	x
Etat d'équilibre	$n_1 - x_{éq}$	$n_2 - x_{éq}$		$x_{éq}$	$x_{éq}$

Le mélange est steochiométique les 2 réactifs sont limitants :

$$n_1 - x_{max} = 0 \quad \Leftrightarrow x_{max} = n_1 = n_2 = 0{,}3\ \text{mol}$$

Graphiquement : $x_{éq} = n_f(E) = 0{,}3\ \text{mol}$

$$r_1 = \frac{0{,}2}{0{,}3} = 0{,}667 \ \Leftrightarrow \boxed{r_1 = 66{,}7\ \%}$$

Pour augmenter le rendement on utilise un des réactifs en excès ou on élimine un des produits.

5.a- Groupe caractéristique :

Anhydride d'acide $-\mathbf{CO} - \mathbf{O} - \mathbf{CO} -$

5.b- Comparaison des deux rendements :

En utilisant l'aldéhyde d'acide au lieu d'acide le rendement devient $r_2 = 100\ \%$ donc $r_2 > r_1$.

PHYSIQUE

Exercice 1 :

Partie 1 :

1. Les ondes ultrasonores sont :

Des ondes mécaniques car il nécessité un milieu matériel pour se propager.

2. Valeur de la célérité V:

L'équation de la courbe $\tau = f(d)$ s'écrit : $\tau = a.d \quad (1)$

a est le coefficient directeur : $a = \frac{\Delta\tau}{\Delta d} = \frac{1{,}5.10^{-3}\ s - 0}{0{,}5\ m - 0} = 3.10^{-3}\ s.m^{-1}$

On a : $V = \frac{d}{\tau} \ \Longrightarrow \tau = \frac{1}{V}.d \quad (2)$

On comparant (1) et (2) : $a = \frac{1}{V} \ \Longrightarrow V = \frac{1}{a} \Longrightarrow V = \frac{1}{3.10^{-3}} \Longrightarrow \boxed{V = 333{,}3\ m.s^{-1}}$

3. La longueur d'onde λ :

$$V = \lambda.N \ \Longrightarrow \lambda = \frac{V}{N}$$

$$\lambda = \frac{333.3}{40.10^3} \ \Longrightarrow \boxed{\lambda = 8{,}3.10^{-3}\ m}$$

Partie 2 :

1. Définition :

Une lumière est dite chromatique, si elle n'est pas dispersée à la traversée d'un prisme.

2. Expression de λ_0 :

On a : $\theta = \frac{\lambda_0}{a} \quad (1)$ et $\tang\theta = \frac{L_0/2}{D} = \frac{L_0}{2D}$

θ très petite, on écrit : $\tang\theta \approx \theta = \frac{L_0}{2D} \quad (2)$

$$(1) = (2) \Leftrightarrow \frac{\lambda_0}{a} = \frac{L_0}{2D} \Leftrightarrow \boxed{\lambda_0 = \frac{a.L_0}{2D}}$$

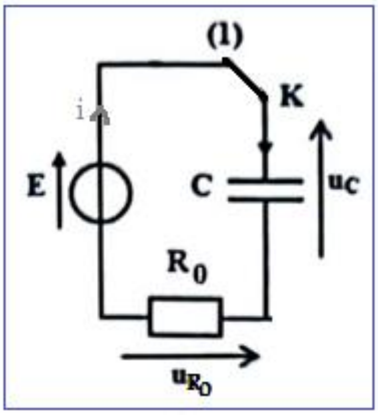
3. L'expression de n :

On a : $\lambda = \frac{a.L}{2D}$ et $\lambda_0 = \frac{a.L_0}{2D}$ avec : $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$

$$n = \frac{\frac{a.L_0}{2D}}{\frac{a.L}{2D}} = \frac{a.L_0}{2D} \cdot \frac{2D}{a.L} \Longrightarrow \boxed{n = \frac{L_0}{L}}$$

$$n = \frac{1,9}{1,4} \Longrightarrow \boxed{n = 1,357}$$

Exercice 2 :



1.1. L'équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_C + u_{R_0} = E$

On a : $q = C.u_C \Longrightarrow u_C = \frac{q}{C}$

D'après la loi d'ohm : $u_{R_0} = R_0.i = R_0.\frac{dq}{dt}$

$$R_0.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \Leftrightarrow R_0C.\frac{dq}{dt} + q = C.E \Leftrightarrow \boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R_0C}.q = \frac{E}{R_0}}$$

1.2. La Détermination graphique de E ; τ ; R_0 et I_0 :

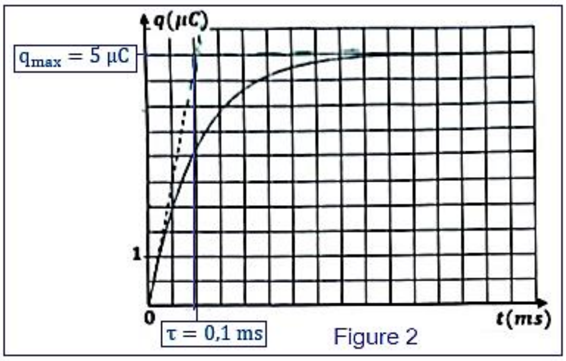


Figure 2

D'après le graphe de la figure 2 : $q_{max} = 5\ \mu C$

On a : $q_{max} = C.E \Longrightarrow E = \frac{q_{max}}{C} = \frac{5.10^{-6}}{1.10^{-6}} \Leftrightarrow \boxed{E = 5V}$

$$\boxed{\tau = 0,1\ ms}$$

L'expression de la constante de temps : $\tau = R_0.C$

$$R_0 = \frac{\tau}{C} = \frac{0,1.10^{-3}}{10^{-6}} \Longrightarrow R_0 = 100\ \Omega$$

A t_0=0 l'équation : $R_0.i(0) + u_C(0) = E$ s'écrit : $R_0.I_0 = E \Leftrightarrow I_0 = \frac{E}{R_0} = \frac{5}{100} \Longrightarrow \boxed{I_0 = 5.10^{-2}\ A}$

1.3. L'expression de q est: D

Justification (n'est pas demandé) :

$$q(t) = C.E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 10^{-6} \times 5\left(1 - e^{-\frac{t}{10^{-4}}}\right) = 5.10^{-6}\left(1 - e^{-10^4 t}\right)$$

2.1.La résistance correspondant à chaque figure :

La courbe (1) $\longrightarrow$ la résistance $R_2 = 2\ k\Omega$

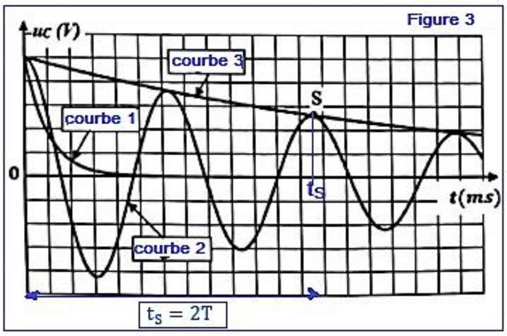
La courbe (2) $\longrightarrow$ la résistance $R_1 = 100\ \Omega$

La courbe (3) $\longrightarrow$ la résistance $R_3 = 20\ k\Omega$

2.2. Le nom des régimes :

Courbe (2)→ régime pseudopériodique.

Courbe (3)→ régime apériodique.



2.3.a. la valeur deT :

On a : $t_S = 2T \Longrightarrow T = \frac{t_S}{2} = \frac{12{,}6\ ms}{2} \Leftrightarrow \boxed{T = 6{,}3\ ms}$

2.3.b. Déduction de L :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C} \Longrightarrow T_0^2 = 4\pi^2 LC \Longrightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

On a : $T = T_0 = 6{,}3.10^{-3}\ s$ A.N : $L = \frac{(6{,}3.10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 10^{-6}} \Longrightarrow \boxed{L = 1\ H}$

2.3.c. La variation ΔE :

$$\Delta E = E(t_S) - E(t_0)$$

$$\Delta E = E_e(t_S) - E_e(t_0) = \frac{1}{2}C.u_{CS}^2 - \frac{1}{2}C.u_{C0}^2 = \frac{1}{2}C[u_{CS}^2 - u_{C0}^2]$$

A $t_S = 12{,}6\ ms$ on a : $u_{CS} = 2{,}6V$ et à $t_0 = 0$ on a : $u_{C0} = E = 5V$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times [2{,}6^2 - 5^2] \Longrightarrow \boxed{\Delta E = -9{,}12.10^{-6}\ J}$$

2.4. Valeur de R :

Pour obtenir des oscillations électriques sinusoïdales non amorties, il faut régler R à la valeur nulle $\boxed{R = 0}$ on obtient le circuit idéal LC.

Exercice 3 :

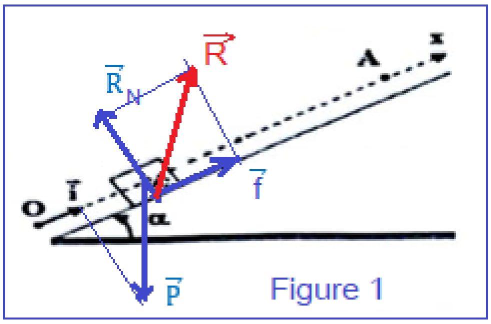
Partie 1 :

1. L'équation différentielle :

Le système étudié : {corps (S)}

Bilan des forces : $\vec{P}$: poids du corps (S)

$\vec{R}$: réaction du plan



Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

Projection sur l'axe $(O,\vec{i})$:

$$P_x + R_x = m.a_x \Longrightarrow -m.g\sin\alpha - f = m.a_x \Longrightarrow a_x = -\frac{m.g\sin\alpha}{m} - \frac{f}{m}$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} = -g.\sin\alpha - \frac{f}{m}}$$

La trajectoire est rectiligne et l'accélération est constante ; donc le mouvement est rectiligne uniformément varié (décéléré).

2. La valeur de a_G :

L'équation de la vitesse : $V_x = a_G.t + V_0$

Au point A on a : $V_A = 0$ on écrit : $V_A = a_G . t_A + V_0 = 0 \Longrightarrow a_G = -\frac{V_0}{t_A}$

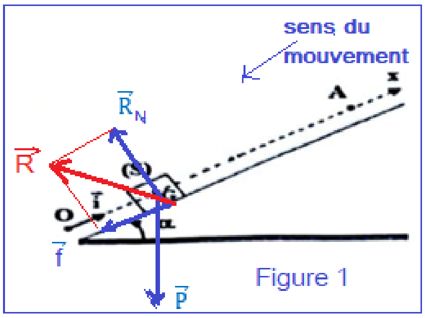
$$A.N: \quad a_G = -\frac{3}{2} \Longrightarrow \boxed{a_G = -1{,}5\ m.s^{-2}}$$

-Valeur de f :

$$-m.g\sin\alpha - f = m.a_G \quad \Longrightarrow \quad f = -m.g\sin\alpha - m.a_G = -m(g\sin\alpha + a_G)$$

A.N : $f = -0{,}2 \times [10 \times 0{,}1 + (-1{,}5)] \Longrightarrow \boxed{f = 0{,}1\ N}$

3.1. L'équation horaire lors de la descente :



La projection de la relation $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$ sur l'axe $(O, \vec{i})$:

$$-m.g\sin\alpha + f = m.a_x$$

$$a_x = a_G = -g.\sin\alpha + \frac{f}{m} \qquad A.N: \quad a_x = -10 \times 0{,}1 + \frac{0{,}1}{0{,}2}$$

$$\Longrightarrow a_G = -0{,}5\ m.s^{-2}$$

L'équation horaire du mouvement : $x(t) = \frac{1}{2}a_G t^2 + V_0\, t + x_0 \quad \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} a_G = -0{,}5\ m.s^{-2} \\ V_0 = V_A = 0 \\ x_0 = x_A = OA = 3m \end{cases}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \times (-0{,}5)t^2 + 0 + 3 \quad \Leftrightarrow \boxed{x(t) = -0{,}25\, t^2 + 3}$$

3.2. La valeur de la vitesse V_0 :

Le corps arrive au point O à l'instant t_2 tel que : $x(t_2) = 0 \quad \Leftrightarrow -0{,}25\, {t_2}^2 + 3 = 0$

$${t_2}^2 = \frac{3}{0{,}25} \Longrightarrow t_2 = \sqrt{\frac{3}{0{,}25}} = 3{,}46\ s$$

L'équation de la vitesse : $V_G = \frac{dx}{dt} = -0{,}25 \times 2t = -0{,}5\, t$

Au point O, on écrit : $V_0 = -0{,}5 \times t_0 = -0{,}5 \times 3{,}46 \Longrightarrow \boxed{V_0 = -1{,}73\ m.s^{-1}}$

Partie 2 :

1. Vérification de K :

On a : $\Delta t = 20.T_0 \quad \Longrightarrow \quad T_0 = \frac{\Delta t}{20} = \frac{12{,}6}{20} = 0{,}63\ s$

L'expression de T_0 : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \Longrightarrow \quad T_0^2 = 4\pi^2\frac{m}{K} \Longrightarrow K = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$

$$A.N: \qquad K = \frac{4\pi^2 \times 0{,}2}{0{,}63^2} = 19{,}89\ N.m^{-1} \quad \Longrightarrow \boxed{K \simeq 20\ N.m^{-1}}$$

2.a. L'énergie mécanique E_m :

Graphiquement : $E_m = E_{Cmax} \Longrightarrow \boxed{E_m = 16\ mJ}$

2.b. L'amplitude X_m :

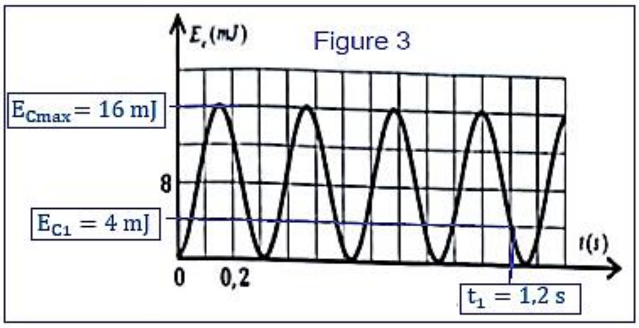
$$E_m = E_{pemax} = \frac{1}{2}KX_m^2 \quad \Leftrightarrow X_m^2 = \frac{2E_m}{K} \quad \Longrightarrow \quad X_m = \sqrt{\frac{2E_m}{K}}$$

A.N : $X_m = \sqrt{\frac{2\times16.10^{-3}}{20}} = 0,04\ \text{m} \Longrightarrow \boxed{X_m = 4.10^{-2}\ \text{m}}$

2.c. L'abscisse x_1 :

Graphiquement à $t_1 = 1,2\ \text{s}$ on trouve : $E_{C1} = 4\ \text{mJ}$

$$E_{m1} = E_{pe1} + E_{C1} \Longrightarrow E_{pe1} = E_{m1} - E_{C1} = 16 - 4 = 12\ \text{mJ}$$



$$E_{pe1} = \frac{1}{2}Kx_1^2 \Longrightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2E_{pe1}}{K}} \quad \text{AN:} \quad x_1 = \sqrt{\frac{2\times12.10^{-3}}{20}} = 0,0346\ \text{m}$$

$$\boxed{x_1 = 3,46.10^{-2}\ \text{m}}$$

www.svt-assilah.com