درس : تقديم الأعداد الحقيقية

ذ : ياسني نورالدين

سؤال 1 :

احسب المسافة AB في كل حالة ؛ حالة1: $AB^2 = 9$ ؛ حالة2: $AB^2 = 25$ ؛ حالة3: $AB^2 = 7$ (اتبع الحل) ☺

1- لدينا $AB^2 = 9$ يعني $AB^2 = 3^2$ ومنه $AB = 3$ (لدينا $9 = 3^2$ نقول إن 9 مربع كامل)

2- لدينا $AB^2 = 25$ يعني $AB^2 = 5^2$ ومنه $AB = 5$ (25 مربع كامل)

3- لدينا $AB^2 = 7$ يعني $AB^2 = ?^2$ مشكلة ؟!! لا أعرف عدد مربعه 7 ؟؟ ☹(7 ليس مربع كامل) ما العمل ؟؟

بسيطة ☺، في مثل هذه الحالة لتحديد قيمة AB يكفي إضافة الرمز : $\sqrt{\ }$ للعدد 7 أي : $AB = \sqrt{7}$ ، فهمت ؟؟ ☺

و هذا يعني أن : $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$ لأن : $AB^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2$ تعني أن : $AB = \sqrt{7}$ ، العدد $\sqrt{7}$ يقرأ جذر مربع 7 ، وهو ليس بعدد عشري نسبي ولا جذري و إنما يسمى عدد حقيقي (اسم جديد ، كل عدد يحتوي على هذا الرمز يسمى عدد حقيقي☺)

أمثلة : x عدد موجب ، **1)-** لدينا $x^2 = 15$ يعني $x^2 = \left(\sqrt{15}\right)^2$ ومنه $x = \sqrt{15}$.

2)- لدينا $x^2 = 3$ تعني $x = \sqrt{3}$ ؛ **3)-** لدينا $x^2 = \frac{8}{3}$ يعني $x = \sqrt{\frac{8}{3}}$ ؛ **4)-** لدينا $x^2 = 1{,}8$ يعني $x = \sqrt{1{,}8}$

خـلاصة 1:

a عدد موجب ، لدينا : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ و $a = \left(\sqrt{a}\right)^2$ ، العدد $\sqrt{a}$ يسمى جذر مربع العدد a ومربعه هو a

يعني إذا كان : $x^2 = a$ (x موجب) فإن $x = \sqrt{a}$ ☺ .

لا حظ أنه في $x^2 = a$ أن أس x زوجي يعني أن x^2 موجب دائما وهذا يفرض على a أن يكون موجبا دائما لأنهما متساويان

ونعلم أن a متواجد داخل الجذر ، من هنا سنستخرج شرط مهم للجذر المربع وهو أن داخله يحتوي على أعداد موجبة فقط ؟؟جيد▲

ملاحظة : الكتابة $\left(\sqrt{a}\right)^2$ مثلها مثل الكتابة $\sqrt{a}^2$ (انتبه▲: الأس فوق الجذر المربع وليس داخله كما سنرى لاحقا ، فهناك اختلاف)

أمثلة : $\left(\sqrt{6}\right)^2 = 6$ ؛؛ $\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$ ؛؛ $\sqrt{54}^2 = 54$ ؛؛ $8 = \left(\sqrt{8}\right)^2$ ؛؛ $11 = \sqrt{11}^2$ ؛؛ $\sqrt{\cancel{-5}}$ ▲ -5 سالب

؛؛ $\sqrt{\frac{9}{2{,}5}}^2 = \frac{9}{2{,}5}$ ؛؛ $\sqrt{-3}^2$ فهو غير موجود ▲ لأن -3 عدد سالب لا يمكن وضعه داخل الجذر المربع ؟!!

سؤال 2 : اكتب على شكل مربع بطريقتين مختلفتين العدد 9 (ركز مع الحل 🙂)

من جهة : $9 = 3^2$ ، ومن جهة أخرى باستعمال الجذر المربع : $9 = \left(\sqrt{9}\right)^2$ ، سهلة ، أليس كذلك ؟؟ 🙂

بمقارنة الطريقتين سنجد أن $3^2 = \left(\sqrt{9}\right)^2 = 9$ تعني $\left(\sqrt{9}\right)^2 = 3^2$ بإزالة الأسين (²) نحصل على : $\sqrt{9} = 3$ ، هل فهمت ؟ 🙂

لنستمر، في العلاقة: $\sqrt{9} = 3$ سنعوض 9 الموجودة داخل الجذر بـ 3² أي : $\sqrt{3^2} = 3$ (الأس داخل الجذر ▲) يعني

نتيجة أخرى هي : $\sqrt{3^2} = 3$ (إزالة الأس ² و رمز الجذر حتى وإن كان الأس داخل الجذر المربع كما رأينا في الأول▲)

خلاصة 2:

a عدد موجب ، لدينا $\sqrt{a^2} = a$ (تذكر أن الكتابتين $\sqrt{a^2}$ و $\sqrt{a}^2$ مختلفتين رغم أن لهما غالبا نفس النتيجة وهي a)

نعلم أن : $(-a)^2 = a^2$ تابع ... هل هذا صحيح <= $\sqrt{(-a)^2} = -a$ ؟؟ الجواب : خطأ▲، لأن النتيجة سالبة و الجذر

المربع يعطي دائما نتيجة موجبة ، هل فهمت ؟ (قليلا 🙂)، لكن ما هو الجواب الصحيح ؟) حسنا : $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$

> نتخلص أولا من إشارة "-" لأن الأس ² زوجي وبعدها نزيل الأس والجذر حسب الخلاصة ، هذا كل ما في الأمر 🙂 .

أمثلة : $\sqrt{7^2} = 7$ و $\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{5}$ و $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$ و $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ و $\sqrt{100} = 10$

$\frac{5}{3} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{9}}$ و $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ و ليس" -6 " و $\sqrt{1} = 1$ و $\sqrt{0} = 0$ و ... فهمت ؟!! 🙂

ملاحظات : a عدد موجب وغير منعدم (a > 0)

1- مقابل العدد $\sqrt{a}$ هو العدد " $-\sqrt{a}$ " انتبه ▲: إشارة "-" توجد أمام الجذر و في الخارج وليس داخله ؟؟!!

2- مقلوب العدد $\sqrt{a}$ هو العدد $\frac{1}{\sqrt{a}}$

تسمية :

سبق وأن قلنا بأن كل عدد فيه الجذر المربع يسمى عدد حقيقي مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2,5}$ أعداد حقيقية ، ومع كون $\sqrt{25} = 5$

فهذا يعني أن الأعداد الصحيحة الطبيعية هي أيضا أعداد حقيقية وكذلك الأعداد العشرية النسبية والجذرية هي أعداد حقيقية

أمثلة لأعداد حقيقية : 0 ، 5 ، -3 ، 6,7 ، $\frac{2}{3}$ و $\frac{6,4}{-8}$ ، $\sqrt{19}$ ، $\sqrt{22,41}$ ، $-\sqrt{5}$ ، $\frac{\sqrt{19}}{5}$ ، $\frac{-\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ ، $\frac{-7}{-\sqrt{3}}$ ...

تـطـبـيـقـا ت:

لا تقلق!! فهذه الصفحة لا تحتوي على خاصيات أخرى ، وإنما على أمثلة ستجيب عليها لنرى مدى درجة فهمك للدرس ، لنبدأ ☺

1- أتمم : (x عدد موجب) لدينا $x^2 = 36$ تعني $x^2 = ...$ إذن $x = ...$ ؛؛؛؛ لدينا $x^2 = 5$ إذن $x = ...$.

لدينا $x^2 = 17$ إذن $x = ...$ ؛؛؛؛ لدينا $x^2 = -3$ تعني إذن $x = ...$ ؛؛؛؛ لدينا $x^2 = \frac{5}{3}$ إذن $x = ...$.

$\left(\sqrt{2}\right)^2 = ...$ ؛؛ $\left(\sqrt{-6}\right)^2 = ...$ ★ ؛؛ $\sqrt{13}^2 = ...$ ؛؛ $\sqrt{\frac{10}{4}}^2 = ...$ ؛؛ $\left(\sqrt{\sqrt{7}}\right)^2 = ...$ ؛؛ $8 = ...^2$ ؛؛ $\frac{6}{5} = ...^2$

؟؟؟ الأسئلة سهلة باستثناء $\left(\sqrt{\sqrt{7}}\right)^2 = ...$ لم أفهم ؟!! ☹ الجواب سهل ، يكفي إزالة الأس ² مع رمز الجذر المربع

الموجود في الخارج مادام أن داخله وهو " $\sqrt{7}$ " عدد موجب ، أي : $\left(\sqrt{\sqrt{7}}\right)^2 = \sqrt{7}$ جيد فهمت ☺ ، لننتقل إلى **2**

2- أتمم : $\sqrt{11^2} = ...$ ؛؛ $\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2} = ...$ ؛؛ $\sqrt{49} = ...$ ؛؛ $\sqrt{(-6)^2} = ...$ ★ ؛؛ $\sqrt{\frac{1}{4}} = ...$ ؛؛ $\sqrt{-4} = ...$

لا مشكلة ؟!! ☺ يكفي أن نكتب العدد داخل الجذر المربع على شكل $(...)^2$ ثم نزيل الأس ² مع رمز الجذر المربع ،

لاحظ أن هناك سؤالين متشاهين " النجمتين ★ بالأحمر " ما الفرق بينهما ؟؟؟؟ في الأول : الأس خارج الجذر كما أن هناك

عدد سالب داخل الجذر المربع إذا لا يمكن حسابه $\cancel{\left(\sqrt{-6}\right)^2 = ...}$ نفس الشيء مع $\cancel{\sqrt{-6}^2 = ...}$ أما في الحالة الثانية

فالأس ² داخل الجذر و هنا سيقوم الأس بإزالة "-" داخل الجذر فتصبح صحيحة : $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{6^2} = 6$ ، انتهينا ☺

<u>بصفة عامة (تذكير):</u> a عدد موجب

<< $\cancel{\left(\sqrt{-a}\right)^2 = \sqrt{-a}^2}$ علاقتين لهما نفس المعنى يعني بأقواس أو بدونها ، في هذه الحالة العلاقتين خاطئتين لأن

في داخل الجذر يوجد عدد سالب وهو (a -) و هذا غير ممكن ▲ ؟!!

<< $\sqrt{(-a)^2} \neq -a$ وإنما $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a$ ▲