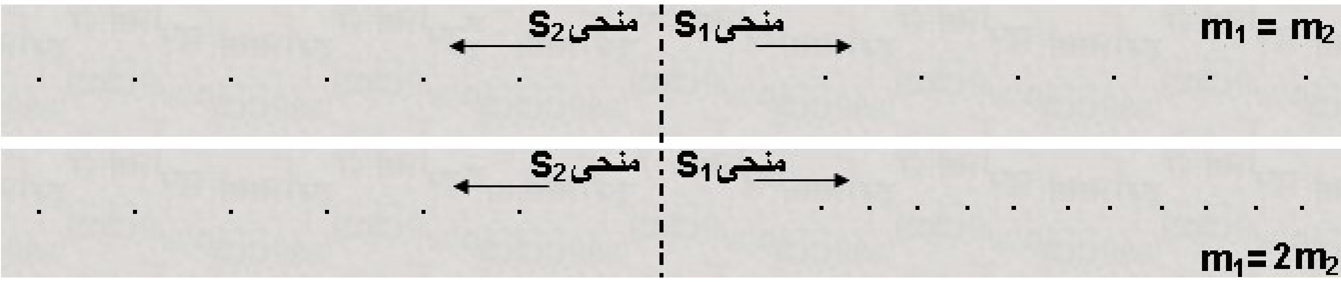
1. متجهة كمية الحركة لجسم صلب :

1. 1. النشاط 1 :

نضع فوق منضدة هوائية أفقية حاملان ذاتيان (S_1) و (S_2) كتلتاهما m_1 و m_2. نشد الحاملان بواسطة خيط و نابض، فنحرق الخيط فنلاحظ أن الحاملان يتحركان في منحيان متعاكسان. نقول أن المجموعة انفجرت.

نسجل حركة مركزي قصور الحاملان بعد الانفجار. $\tau = 20ms$.



أ – نتائج التجربة :

في كلتا الحالتين يتبين من خلال التسجيل أن حركة مركزي قصور الحاملين حركة مستقيمية منتظمة. وأن متجهتي سرعتهما :

- لهما نفس الإتجاه
- لهما منحيان متعاكسان

✓ في حالة : $m_1 = m_2$

لدينا $\vec{V}_1 = - \vec{V}_2$

✓ في حالة : $m_1 = 2m_2$

لدينا $\vec{V}_1 = - 2 \vec{V}_2$

سؤال : ما العلاقة بين متجهتي السرعتين $\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2$ و الكتلتين m_2 و m_1 ؟

باعتبار الحالة $m_1 = 2m_2$ لدينا:

من جهة لدينا :

$$\frac{\vec{V}_2}{\vec{V}_1} = -2$$

من جهة أخرى لدينا :

$$\frac{m_1}{m_2} = 2$$

نستنتج أن

$$\frac{\vec{V}_2}{\vec{V}_1} = -\frac{m_1}{m_2}$$

أي

$$m_2 \vec{V}_2 = - m_1 \vec{V}_1 \quad \Leftrightarrow \quad m_1 \times \vec{V}_1 + m_2 \times \vec{V}_2 = 0$$

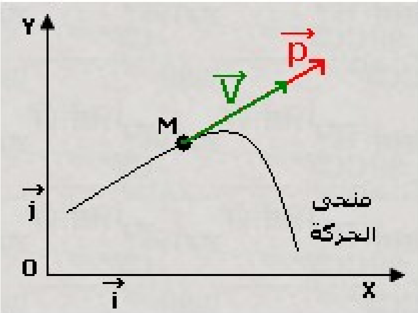
ب – تعريف :

إن متجهة كمية الحركة $\vec{p}$ لجسم صلب عند لحضة معينة t هي جداء كتلته m و متجهة سرعة مركز قصوره G عند نفس اللحضة. ونكتب :

$$\vec{p} = m \times \vec{V}_G$$ عند لحظة t.

ج – مميزات متجهة كمية الحركة :

من العلاقة : $\vec{p} = m \ \vec{V}_G$ نلاحظ أن للمتجهتين نفس الإتجاه و نفس المنحى.



وبالتالي نستنتج مميزات كمية الحركة $\vec{p}$:

- ✓ *الأصل :* هو مركز قصور الجسم عند اللحظة t.
- ✓ *الإتجاه :* هو إتجاه $\vec{V}_G$ أي مماس لم سار م ركز ق صور الجسم عند اللحظة t.
- ✓ *المن حى :* هو من حى $\vec{V}_G$ أي من حى الح ركة ع ند اللحظة t.
- ✓ *المنظم :* **$p = m \times V$**.

1. 2. متجهة كمية الحركة لمجموعة مكونة من جسمين صلبين :

أ – تعريف :

نعتبر جسما S_1 كتلته m_1 يتحرك بسرعة $\vec{V}_1$ عند اللحظة t.

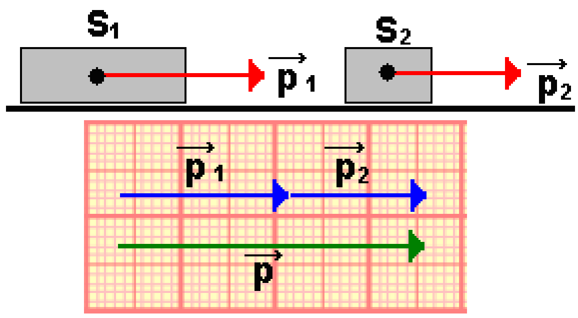
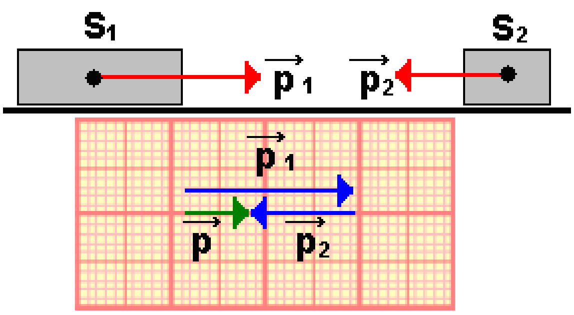
نعتبر جسما S_2 كتلته m_2 يتحرك بسرعة $\vec{V}_2$ عند اللحظة t.

إن متجهة كمية الحركة للمجموعة عند اللحظة t هي مجموع متجهتي لكمية الحركة لـــ S_1 , S_2 عند اللحظة t.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

ب –. الإنشاء الهندسي لمجموع متجهتي كمية حركة جسمين :

لإنشاء المتجهة $\vec{p}$ في الحالة الخاصة (متجهتا السرعة للجسمين اهما نفس الإتجاه) يمكن اعتبار حالتين خاصتين :

✓ المتجهتان $\vec{p}_1$ و $\vec{p}_2$ لهما نفس المنحى	✓ المتجهتان $\vec{p}_1$ و $\vec{p}_2$ لهما منحيان متعاكسان
	
نـ ستنتج مميزات متجـ هة كمـ ية الحـ ركة للمجموعة عند اللحظة t.	نـ ستنتج مميزات متجـ هة كمـ ية الحـ ركة للمجموعة عند اللحظة t.

✓ الأصل : مركز قصور المجموعة ✓ الإتجاه : هو إتجاه p_1 و p_2. ✓ هو منحى p_1 و p_2. ✓ المنظم : $= p_1 + p_2$ $p = p_1 + p_2$	✓ الأصل : مركز قصور المجموعة ✓ الإتجاه : هو إتجاه p_1 و p_2. ✓ هو منحى p_1. ✓ المنظم : $= p_1 - p_2$ $P = \| p_1 + p_2 \|$

2. إنحفاظ كمية الحركة لمجموعة شبه معزولة ميكانيكيا :

2. 1. النص القانوني :

إذا كانت مجموعة صلبة أو قابلة للتشويه معزولة أو شبه معزولة ميكانيكيا، فإن متجهة كمية حركتها تبقى ثابتة أي :

$$\vec{p}\,(t) = \vec{p}\,'\,(t') = \vec{Cste}$$

2. 2. تطبيقات :

أ – انفجار مجموعة :

نعتبر بندقية كتلتها m_1 ورصاصة كتلتها m_2.

البندقية و الرصاصة تكونان مجموعة شبه معزولة ميكانيكيا وتوجد في حالة سكون.

تنطلق الرصاصة بسرعة V_2.

1 – بين أن البندقية تراعجت إلى الوراء.

2 – إوجد تعبير السرعة V'_1 للبندقيةبدلالة V'_2, m_1, m_2.

الجواب :

1 –

بما أن المجموعة شبه معزولة ميكانيكيا قبل الانفجار فإنها تكون كذلك بعد الانفجار. ومنه فإن متجهة كمية الحركة للمجموعة تنحفظ.

$$\vec{p}\,'_{\text{بعد الإطلاق}} = \vec{p}_{\text{قبل الإطلاق}}$$

قبل الإطلاق، المجموعة كانت ساكنة وبالتالي

$$\vec{p} = \vec{0}$$

إذن $\vec{p}\,' = \vec{0}$

أي $\vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = \vec{0}$

وبالتالي $\vec{p}\,'_1 = -\vec{p}\,'_2$

تبين هذه العلاقة أن البندقية والرصاصة بعد الإطلاق تتحركان في نفس المسار لكن منحيان متعاكسان.

2 -

لدينا $\vec{p}\,'_1 = -\vec{p}\,'_2$

أي $\|\vec{p}\,'_1\| = \|\vec{p}\,'_2\|$

ومنه $m_1 \times V'_1 = m_2 \times V'_2$

$$\boxed{V'_1 = \frac{m_2}{m_1} \times V'_2}$$

ب. – اصطدام جسمين :

نعتبر جسما صلبا S_1 يتحرك فوق مسار أفقي بسرعة ثابتة متجهتها V_1 فيصطدم مع جسم S_2 متوقف في وسط المسار فيلتصقلن.

1 – بين أن المجموعة $\{ S_1 ، S_2 \}$ الملتصقة تتحرك في نفس منحى حركة S_1.
2 – أوجد تعبير السرعة V' للمجموعة الملتصقة بعد لانفجار بدلالة m_1 ،V_1 و m_2.
(m_1 هي كتلة S_1 و m_2 هي كتلة S_2)

الجواب :

- 1

المجموعة $\{ S_1 ، S_2 \}$ شبه معزولة ميكانيكيا قبل وبعد الاصطدام :

$$\vec{p} = \vec{p}\,'$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,' \qquad (\vec{p}_2 = \vec{0} \;,\; \vec{V}_2 = \vec{0})$$

ومنه $\vec{p}_1 = \vec{p}\,'$

تبين هذه العلاقة أن المجموعة $\{ S_1 ، S_2 \}$ بعد الاصطدام تتحرك في نفس المسار ونفس منحى حركة S_1 قبل الاصطدام.

- 2

لدينا $\vec{p}_1 = \vec{p}\,'$

$$\vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = \vec{p}_1$$

$$m_1 \times \vec{V}\,'_1 + m_2 \times \vec{V}\,'_2 = m_1 \times \vec{V}_1$$

المجموعة $\{ S_1 ، S_2 \}$ بقيت ملتصقة بعد الاصطدام يعني أن الجسمين لهما نفس السرعة.

$$\vec{V}\,'_1 = \vec{V}\,'_2 = \vec{V}\,'$$

وبالتالي $(m_1 + m_2) \times \vec{V}\,' = m_1 \times \vec{V}\,'_1$

$$\boxed{V' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \times V_1}$$

3. تغير كمية الحركةلجسم صلب :

3. 1. تعريف :

نعتبر جسما S ينتقل بين موضعين M_1 و M_2. نسمي $\Delta \vec{p}$ تغيير متجهة كمية الحركة لجسم صلب بين موضعين 1 و 2

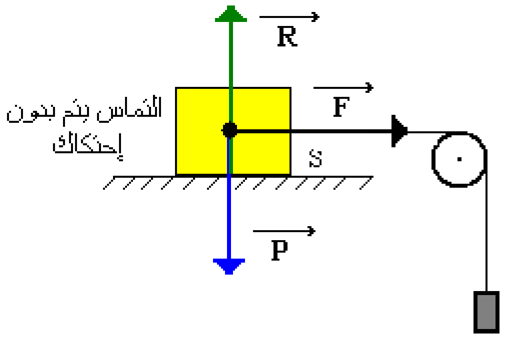
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

ملحوظة :

- ✓ إذا كان الجسم شبه معزول ميكانيكيا فإن : $\Delta \vec{p} = \vec{0}$
- ✓ إذا كان الجسم غير معزول ميكانيكيا فإن : $\Delta \vec{p} \neq \vec{0}$

3. 2. مفعول قوة على تغيير متجهة كمية الحركة :

تطبيق 1 : حركة خيال مجرور بواسطة خيط



◈ الحالة الميكانيكية للجسم (S)

نربط خيالا (C) كتلته $m = 300g$ على نضد هوائي أفقي، بواسطة خيط يمر عبر بكرة، يرتبط الطرف الآخر للخيط بجسم (S) (أنظر الشكل).

الجسم (S) يخضع لثلاث قوى حيث :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \Sigma(\vec{f}_{ext})$$

نلاحظ أن $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

ومنه فإن $\vec{F} = \Sigma(\vec{f}_{ext})$

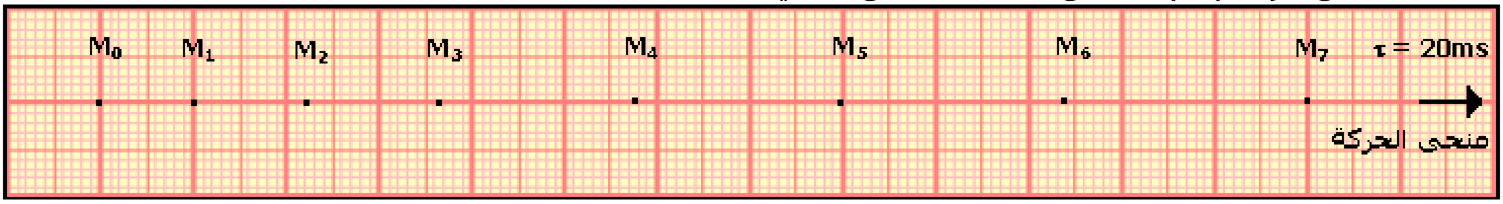
نستنتج أن $\Sigma(\vec{f}_{ext}) \neq \vec{0}$

أي أن (S) غير معزول ميكانيكيا.

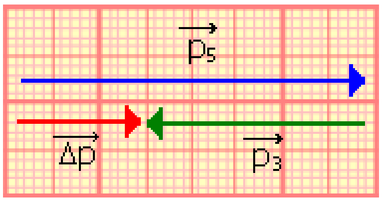
وبالتالي نستنتج كذلك أن $\Delta\vec{p} \neq \vec{0}$

◈ تحديد اتجاه ومنحى $\Delta\vec{p}$

نسجل حركة (S) فنحصل على التسجيل التالي :



$\Delta\vec{p} = \vec{p}_5 - \vec{p}_3$



الحركة مستقيمية متسارعة لأن المسافات تزداد. و منه، عند الموضعين M_3 و M_5 لدينا : $V_5 > V_3$

أي $m \times V_5 > m \times V_3$ أو $p_5 > p_3$

p_5 $\vec{p}_3 = m\frac{M_2M_4}{2\tau}\vec{i}$ $\vec{p}_5 = m\frac{M_4M_6}{2\tau}\vec{i}$

نستنتج أن اتجاه تغيير متجهة كمية الحركة هو المستقيم المنطبق مع المسار، ومنحاها هو منحى القوة المطبقة من طرف الخيط على الجسم.

يمكن أن نتحقق كذلك من أن شدة توتر الخيط هي :

$$T = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 1N$$

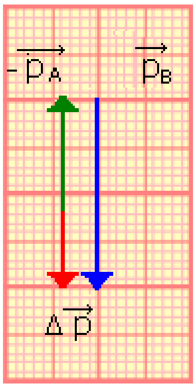
تطبيق 2 : حالة السقوط الحر

نسقط كرة كتلتها $m = 100g$ رأسيا بحيث تمر أثناء سقوطها من A عند اللحظة $t_A = 65ms$ بسرعة $V_A = 2.5m\times s^{-1}$ وتمر من الموضع B عند اللحظة $t_B = 80ms$ بسرعة $V_B = 4m\times s^{-1}$.

1 – مثل متجهة تغيير كمية الحركة للكرة عند الموضعين A و B السلم : $1cm \rightarrow 0.2kg\times m\times s^{-1}$.

2 – استنتج اتجاه ومنحى القوة المطبقة على الكرة أثناء سقوطها.

جواب :

	1 - تمثيل $\Delta\vec{p}$ نعلم أن : $\Delta\vec{p} = \vec{p}_B + (-\vec{p}_A)$ $\lVert p_A \rVert = m \times V_A = 0.25 kg \times m \times s^{-1}$. $\lVert p_B \rVert = m \times V_B = 0.4 kg \times m \times s^{-1}$.

نستنتج مميزات $\Delta\vec{p}$:

- ✓ الاتجاه : خط رأسي أي اتجاه $\vec{p}_B$, $\vec{p}_A$.
- ✓ المنحى : هو منحى $\vec{p}_B$, $\vec{p}_A$ من الأعلى إلى الأسفل
- ✓ لمنظم : = $p_B - p_A = 0.15 kg \times m \times s^{-1}$.

2 – اتجاه ومنحى القوة المطبقة على الكرة.

إن اتجاه و منحى تغيير كمية حركة جسم $\Delta\vec{p}$ هو اتجاه و منحى قوة الوزن $\vec{P}$.

يمكن أن نتحقق كذلك من أن :

$$P = m\,g = \Delta p = \frac{p_B - p_A}{\Delta t} = 1N$$

3. نص قانون مفعول القوة على تغيير متجهة كمية الحركة :

إذا كانت $\vec{F}_{ext}$ القوة الحصيلة لكل القوى المطبقة على مجموعة غير معزولة ميكانيكيا، فإن تغير كمية الحركة بالنسبة للزمن يساوي في كل لحظة، القوة الحصيلة المطبقة على المجموعة.

$$\boxed{\vec{F}_{ext} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}}$$

4. تبادل كمية الحركة بين جسمين صلبين :

نعتبر تصادم جسمين صلبين S_1 و S_2 يكونان مجموعة شبه معزولة ميكانيكيا قبل وبعد الاصطدام.

نعلم أن $\vec{p}_{\text{قبل}} = \vec{p}_{\text{بعد}}$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p'}_1 + \vec{p'}_2$$

$$\vec{p}_1 - \vec{p'}_1 = \vec{p'}_2 - \vec{p}_2$$

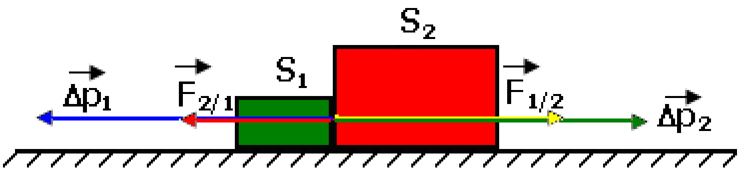
$$-(\vec{p'}_1 - \vec{p}_1) = \vec{p'}_2 - \vec{p}_2$$

$$-\Delta\vec{p}_1 = +\Delta\vec{p}_2$$

بقدر ما ترتفع كمية حركة الجسم S_2 بقدر ما تتناقص كمية حركة الجسم S_1.

✓ **تعليل :**

عند لحظة الإصطدام، يطبق الجسم S_1 على الجسم S_2 قوة $\vec{F}_{2/1}$ ، بينما يطبق الجسم S_2 على الجسم S_1 قوة . $\vec{F}_{1/2}$.



طبقا لمبدأ التأثيرات البينية نكتب :

$$\vec{F}_{1/2} = - \vec{F}_{2/1}$$

حسب قانون مفعول قوة على تغيير كمية حركة جسم فإن :

☜ $\vec{F}_{1/2}$ تحدث $\Delta \vec{p}_2$ بحيث لهما نفس الاتجاه ونفس المنحى .

☜ $\vec{F}_{2/1}$ تحدث $\Delta \vec{p}_1$ بحيث لهما نفس الاتجاه ونفس المنحى .

$$\Delta \vec{p}_1 = - \Delta \vec{p}_2$$

نستنتج أنه لحظة الاصطدام S_1 و S_2 الغير معزولين ميكانيكيا، وقع تبادل كمية الحركة بين الجسمين.