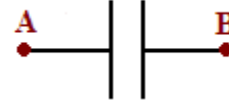
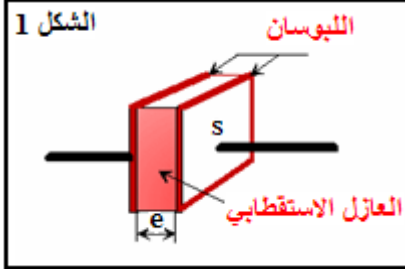


# ثنائي القطب RC Dipôle R C

## المكثف: Condensateur - I

تعريف:

المكثف ثنائي قطب يتكون من موصلين متقابلين يسميان لبوسين Armatures يفصل بينهما عازل استقطابي.



يرمز للمكثف ب :

1 - شحن وتفريغ المكثف:

\* **نشاط تجريبي 1**: ننجز التركيب الممثل أسفله ( الشكل 2 ).

أ - الشحن: نفتح قاطع التيار  $K_2$  ونغلق  $K_1$

بمتابعة مؤشر الفولطمتر ومؤشر الأمبيرمتر صف ما يحدث للتوتر بين مربطي المكثف و شدة التيار المار في الدارة - كيف تفسر شحن المكثف

ب - التفريغ: نفتح قاطع التيار  $K_1$  ثم نغلق  $K_2$

قارن منحنى مرور التيار الكهربائي مع منحنى مروره عند الشحن . كيف تفسر تفريغ المكثف.

### الشحن: Charge

- يشير الأمبيرمتر إلى مرور تيار كهربائي تتناقص شدته إلى أن ينعدم،

يتزايد التوتر  $U_{AB}$  إلى أن يصبح مساويا للقوة الكهرومحرركة للمواد  $U_{AB} = E$ .

- تنتقل الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وتجد أمامها عازلا فتتركم عليه ،

فيشحن اللبوس A بشحنة  $q_A$  موجبة  $q_A > 0$  بينما يشحن اللبوس B بشحنة  $q_B$

سالبة  $q_B < 0$  ، بحيث :  $q_A = -q_B$ .

- نسمي شحنة المكثف  $q$  ، الكمية الكهربائية التي يتوفر عليها أحد لبوسيه، حيث

- عندما يشحن المكثف كليا ( $i = 0$ ) يصبح  $U_{AB} = E$ .

### التفريغ: Décharge

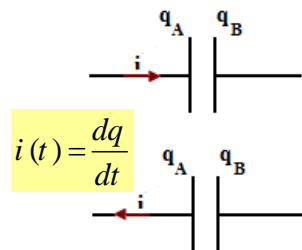
- نلاحظ مرور تيار عكس المنحنى الذي مر فيه أثناء الشحن، حيث الإلكترونات المتراكمة على اللبوس B تغادره نحو

اللبوس A عبر الأمبيرمتر نقول إن المكثف ينفرد (se décharge) ينتهي التفريغ ( $i = 0$ ) عندما يصبح  $U_{AB} = 0$ .

2 العلاقة بين الشحنة وشدة التيار  $i$  :

نختار المنحنى الموجب لشدة التيار بحيث يدخل من اللبوس A.

إذا مر التيار في المنحنى المختار بحسب موجبا  $i > 0$  وإذا مر عكس المنحنى المختار بحسب سالبا  $i < 0$



- عند تزايد  $q_A$  أي  $\frac{dq_A}{dt} > 0$  أي  $i > 0$

- عند تناقص  $q_A$  أي  $\frac{dq_A}{dt} < 0$  أي  $i < 0$

شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحنات الكهربائية أي كمية الكهرباء  $dq$  التي تمر في وحدة الزمن:

$$q = q_A = -q_B \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$dq = dq_A = -dq_B$$

المكثف مركبة تخزن كمية من الكهرباء وترجعها عند الحاجة.

2 - العلاقة بين شحنة المكثف  $q$  والتوتر بين مربطيه  $U$ : سعة المكثف (Capacité)

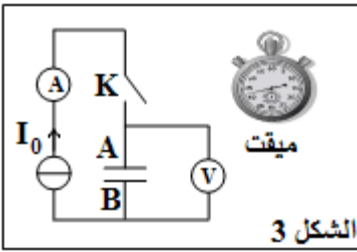
### \* نشاط تجريبي 2

يشحن المكثف بواسطة مولد مؤمئل للتيار (يعطي شدة ثابتة  $I_0$ ).

نضبط  $I_0$  على القيمة  $0,46\text{mA}$  ثم نفسر التوتر  $U_{AB}$  بين مربطي المكثف كل خمس ثوان بفتح K وتوقيف الميقت في

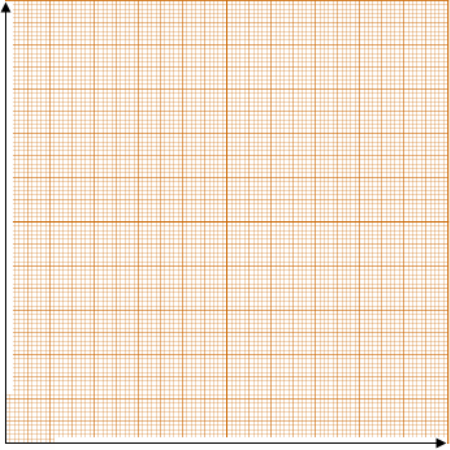
نفس الوقت (أنظر التركيب التجريبي جانبه).  
نحصل على النتائج التالية:

t(s)	0	5	10	15	20
$U_{AB}(V)$	0	1	2	3	4



الشكل 3

$U_{AB}(V)$



t(s)

### \* استثمار

- 1 - مثل المنحنى  $U_{AB} = f(t)$  باختيار سلم مناسب.
- 2 - حدد K المعامل الموجه للمستقيم المحصل عليه.
- 3 - اعط تعبير  $q_A$  شحنة اللبوس A بدلالة شدة التيار  $I_0$  والزمن t.
- 4 - استنتج تعبير  $q_A$  بدلالة  $I_0$  ، K و  $U_{AB}$ .
- 5 - نضع :  $C = \frac{I_0}{K}$  سعة المكثف احسب C.

$$C = \frac{I_0}{K}$$

**C** : سعة المكثف وحدتها في النظام العالمي الفاراد Farad ، رمزها F. وبالتالى :

أجزاء الفاراد:

- (ميلي فاراد)  $1mF = 10^{-3} F$
- (ميكروفاراد)  $1\mu F = 10^{-6} F$
- (نانوفاراد)  $1nF = 10^{-9} F$
- (بيكوفاراد)  $1pF = 10^{-12} F$

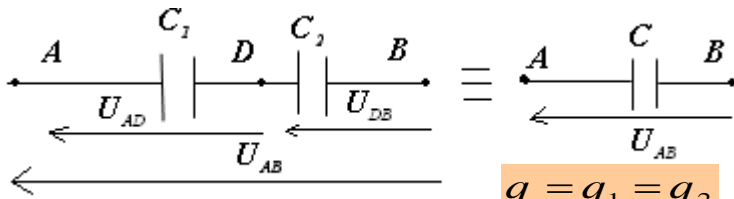
$$q_A = C \cdot U_{AB}$$

$\uparrow$        $\uparrow$        $\swarrow$   
 C      F      V

تتناسب شحنة  $q_A$  للمكثف مع التوتر  $U_{AB}$  بين مرتبطيه.

### II - تجميع المكثفات

1 - التركيب على التوالي:



$$q = q_1 = q_2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{C} &= \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \\ \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{aligned} \right\}$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

وبالتالى:  
**C** : سعة المكثف المكافئ.

حسب قانون إضافيات التوترات:

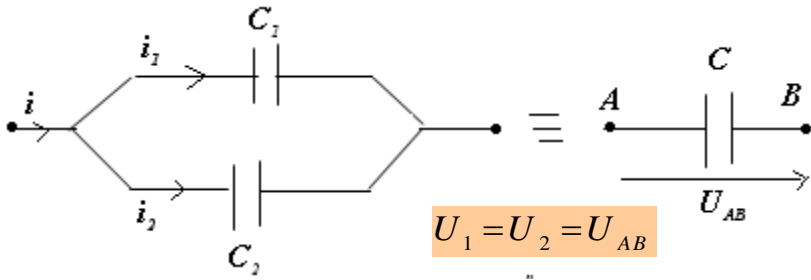
$$\left\{ \begin{aligned} U_{AB} &= U_{AD} + U_{DB} \\ U_{AD} &= \frac{q_1}{C_1} \Leftarrow q_1 = C_1 U_{AD} \\ U_{DB} &= \frac{q_2}{C_2} \Leftarrow q_2 = C_2 U_{DB} \\ U_{AB} &= \frac{q}{C} \Leftarrow q = C U_{AB} \end{aligned} \right.$$

\* **بصفة عامة** : التركيب على التوالي لمكثفات سعاتها  $C_1, C_2, \dots, C_n$  يكافئ مكثفا سعته C بحيث:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

\* **فائدة التركيب على التوالي**: يمكن هذا التركيب من الحصول على سعة قيمتها اصغر مع تطبيق توتر عال قد لا يتحملة كل مكثف إذا استعمل لوحده.

## 2 - التركيب على التوازي:



$$U_1 = U_2 = U_{AB}$$

$$C U_{AB} = C_1 U_1 + C_2 U_2$$

$$C = C_1 + C_2$$

وبالتالي:

$$\left\{ \begin{array}{l} q = q_1 + q_2 \\ q_1 = C_1 U_1 \\ q_2 = C_2 U_2 \\ q = C U_{AB} \end{array} \right. \text{ لدينا:}$$

**C : سعة المكثف المكافئ.**

\* **بصفة عامة :** التركيب على التوازي لمكثفات سعاتها  $C_1, C_2, \dots, C_n$  يكافئ مكثفا سعته  $C$  بحيث:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

\* **فائدة التركيب على التوازي:** يستعمل هذا التركيب لتضخيم السعة وتخزين شحنة كبيرة باستعمال مكثفات سعاتها صغيرة.

## III - استجابة ثنائي قطب RC لرتبة توتر: Echelon de tension

**تعريف:**

- ثنائي قطب RC هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته  $R$  ومكثف سعته  $C$ .  
- رتبة توتر هي إشارة كهربائية تعرف كالتالي:

* رتبة التوتر النازلة:	* رتبة التوتر الصاعدة:
$U = 0 \quad t > 0$	$U = E \quad t > 0$
$U = E \quad t < 0$	$U = 0 \quad t < 0$

الشكل 2

الشكل 1

### 1 - الدراسة التجريبية

#### 1-1 - نشاط تجريبي: شحن مكثف:

بعد تفريغ المكثف، ننجز التركيب الكهربائي جانبه حيث  $R = 1250\Omega$  و  $C = 0,4\mu F$  ، (الشكل 4)

نضبط مولد GBF ذا توتر مربعي توتره القصوي  $E = 6V$  وتردده  $f = 200Hz$  ،

نغلق قاطع التيار  $K$  في الموضع 1 ونعاين بواسطة كاشف التذبذب التوتر  $u_C(t)$  بين

مربطي المكثف بدلالة الزمن.

1 - ما هو المنحنى الذي نشاهده على المدخل  $Y_1$  وما هو المنحنى الذي نشاهده على المدخل  $Y_2$  ؟

2 - نعتبر حالة توتر ذي رتبة صاعدة. يبرز منحنى تغيرات  $u_C(t)$  وجود نظامين:

❖ نظام انتقالي: يتغير خلاله التوتر  $u_C(t)$  .

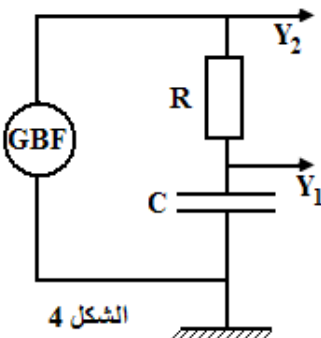
❖ نظام دائم: يصل خلاله التوتر إلى قيمة حدية ثابتة.

أ - عين  $u_C(0)$  و  $u_C(\infty)$  عندما تؤول  $t$  إلى ما لا نهاية.

ب - نعبر عن المنحنى  $u_C(t)$  بدلالة الزمن، بالدالة  $u_C(t) = k.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

حيث  $k$  و  $\tau$  ثابتان، حدد الثابتة  $k$  . ماذا تمثل؟

نعطي:  $e^{-\infty} = 0$



الشكل 4

3 - تسمى  $\tau$  ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وتبين الدراسة النظرية أن:  $\tau = RC$  باستعمال معادلة الأبعاد، بين أن  $\tau$  عبارة عن زمن.

4 - نعتبر الدالة الممثلة للمنحنى  $u_C(t)$ .

أ - عبر عن  $u_C(t = \tau)$  بدلالة E التي تم التعرف عليها في السؤال (2 - ب).  
ب - استنتج مبيانيا قيمة  $\tau$ .

د - يمكن أن نحدد  $\tau$  بطريقة مبيانية ثانية حيث تمثل أفصول تقاطع المماس لمنحنى  $u_C(t)$  عند  $t = 0$  مع المنحنى (1). حدد  $\tau$  باستعمال هذه الطريقة.

الأجوبة:

1 - المنحنى الذي نشاهده على المدخل  $Y_1$  هو رقم 2 ،  
المنحنى الذي نشاهده على المدخل  $Y_2$  هو رقم 1.

2 - أ -  $u_C(0) = 0$  و  $u_C(\infty) = E$

2 - ب - 
$$\left\{ \begin{array}{l} u_C(\infty) = k.(1 - e^{-\infty}) \\ = E \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{إذن } K = E \text{ القوة الكهرومحركة للمنبع.}$$

3 - معادلة الأبعاد

باستعمال معادلة الأبعاد بين أن للثابتة  $\tau$  بُعد زمني.

لدينا:  $C = \frac{q}{U}$   $\leftarrow [C] = \frac{[Q]}{[U]}$  وبالتالي:  $[C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]}$

ولدينا:  $u = R \cdot i$  بالتالي:  $[R] = \frac{[U]}{[I]}$  إذن:  $[R] \cdot [C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]} \times \frac{[U]}{[I]} = [t]$

إذن للمقدار  $\tau = RC$  بُعد زمني، نسمي  $\tau$  **ثابتة الزمن** لثنائي القطب RC ونعبر عنه بالثانية (s)  
4 - أ - تعبير  $u_C(t = \tau)$ :

$$\begin{aligned} u_C(t = \tau) &= E.(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) \\ &= E.(1 - e^{-1}) \\ &= 0,63E \end{aligned}$$

4 - ب - نستنتج مبيانيا قيمة  $\tau$ :

$\tau$  الأفصول الذي يوافق الأرتوب  $0,63.E$  . ت ع : .....

4 - ج -  $RC = 1250 \times 0,4 \cdot 10^{-6} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,5 \text{ ms}$

4 - د - تحديد ثابتة الزمن مبيانيا:

يقطع مماس المنحنى  $U_C = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  المقارب  $U_C = E$  في اللحظة  $t = \tau$ .

2-1 - تفريغ مكثف:

نؤرجح قاطع التيار عند الموضع 2 .

يفرغ المكثف في المقاومة R ويتناقص التوتر  $U_C$  بين مربطيه.

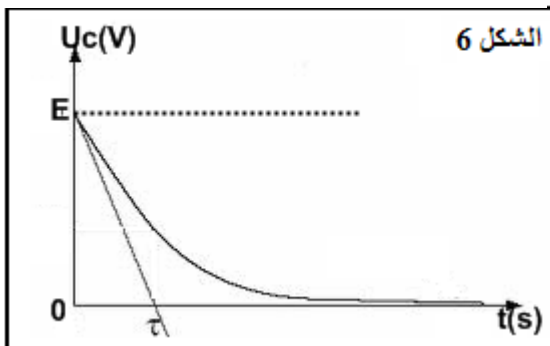
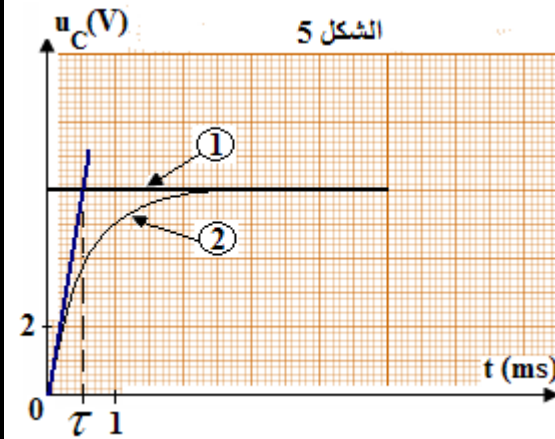
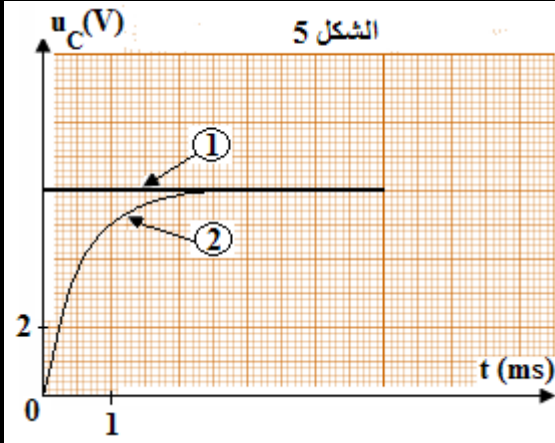
تحديد ثابتة الزمن مبيانيا:

المماس للمنحنى  $U_C = f(t)$ .

2 - النظامان الإنتقالي والدائم.

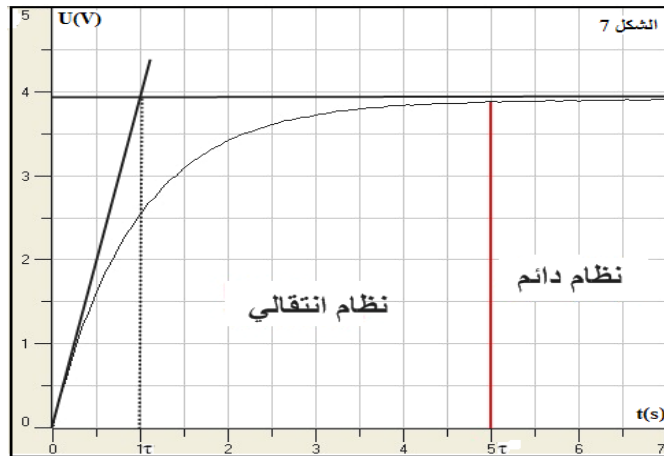
أ - نظام انتقالي: Régime transitoire

يتزايد أو يتناقص خلاله التوتر  $U_C$  ونحصل عليه عندما تكون  $t < 5\tau$



### ب - النظام الدائم: Régime permanent

نحصل عليه عندما يكون  $t > 5\tau$  ويبقى خلاله التوتر  $U_C$  ثابتا  $(U_C = E)$  عند شحن المكثف  $(U_C = 0)$  عند تفريغ المكثف.



### 3 - الدراسة النظرية

#### 3-1 - شحن مكثف

#### أ - المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات لدينا:  $U = U_R + U_C$  و لدينا:  $i = \frac{dq}{dt}$  و  $q = CU_C$   
 $E = Ri + U_C$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

تكتب المعادلة التفاضلية:

$$i = C \frac{dU_C}{dt}$$

يعني:

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

#### ملحوظة:

باعتبار  $U_C = \frac{q}{C}$  المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q:  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$

#### ب - حل المعادلة التفاضلية:

$$U_C = Ae^{-\alpha t} + B$$

يكتب حل المعادلة التفاضلية:  $A$  ،  $B$  و  $\alpha$  ثوابت.

#### ❖ تحديد $B$ و $\alpha$ :

من المعادلة التفاضلية:  $\frac{dU_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$  نعوض:  $-\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{Ae^{-\alpha t} + B}{RC} = \frac{E}{RC}$

$$Ae^{-\alpha t} \left( \frac{1}{RC} - \alpha \right) = \frac{E - B}{RC}$$

تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت  $t$  وعلما أن  $A \neq 0$  نستنتج أن  $\frac{1}{RC} - \alpha = 0$  و  $\frac{E - B}{RC} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{RC} \quad \text{و} \quad E = B$$

ومنه:

#### ❖ تحديد $A$ باستعمال الشروط البدئية:

عند اللحظة  $t = 0$  فإن  $U_C = 0$  (لم يكن المكثف مشحونا).

نعوض في العلاقة التفاضلية فنحصل على:  $A + B = 0$  يعني  $A = -B = -E$

$$U_C = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

نضع  $\tau = RC$  تعبير التوتر بين مربطي مكثف:

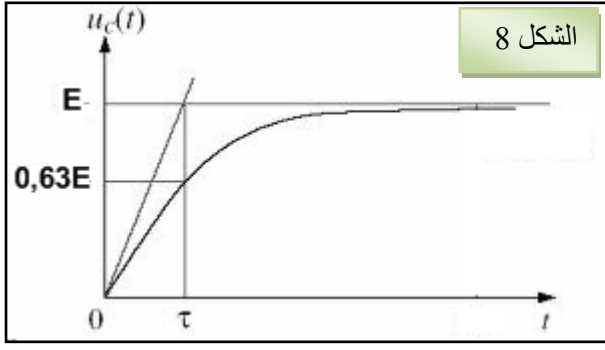
$$U_C = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E$$

إذن:

$$U_C = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

#### ملحوظة:

لدينا  $q = C.U_C$  ومنه:  
 - الشحنة الكهربائية:  $q = CF \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$



- شدة التيار  $i$  :  $i = \frac{dq}{dt}$  ومنه:  $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

- الطريقة الحسابية لتحديد ثابتة الزمن  $\tau$  :

لدينا:  $U_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$  عند  $t = \tau$  فإن الأرتوب:

$U_c(\tau) = E(1 - e^{-1})$   
 $U_c(\tau) = 0,63E$

3-2 - تفريغ المكثف:

أ - المعادلة التفاضلية:

نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 2.

حسب قانون إضافية التوترات  $U_R + U_c = 0$  لدينا  $i = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dU_c}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} U_R + U_c = 0 \\ Ri + U_c = 0 \\ q = C U_c \end{cases}$$

بالتالي:  $RC \cdot \frac{dU_c}{dt} + U_c = 0$  ومنه  $\frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{RC} = 0$

ملحوظة:

باعتبار  $U_c = \frac{q}{C}$  نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q$  :  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$

ب - حل المعادلة التفاضلية:

يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي:  $U_c = A e^{-\alpha t} + B$

❖ تحديد الثوابت  $A$ ,  $B$  و  $\alpha$  :

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A e^{-\alpha t} + B}{RC} = 0 \quad \frac{dU_c}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$$

$$A e^{-\alpha t} \left( \frac{1}{RC} - \alpha \right) = -\frac{B}{RC}$$

$A \neq 0$  فإن  $B = 0$  و  $\alpha = \frac{1}{RC}$

❖ تحديد الثوابت عند الشروط البدئية:

عند  $t = 0$  فإن  $U_c = E$  ومنه:  $A = E$

$\tau = RC$  وبالتالي فإن:  $U_c = E e^{-\frac{t}{\tau}}$

عند  $t = \tau$  فإن الأرتوب:  $U_c(\tau) = 0,37E$

ملحوظة:

لدينا  $q = C \cdot U_c$  ومنه:

- الشحنة الكهربائية:

$q = C \cdot E e^{-\frac{t}{\tau}}$

ومنه:  $i = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

- شدة التيار  $i$  :  $i = \frac{dq}{dt}$

IV - الطاقة المخزونة في مكثف:

يمكن المكثف من تخزين طاقة كهربائية قصد استعمالها عند الحاجة.

تعبير الطاقة المخزونة في المكثف:  $E_e = \frac{1}{2} C U^2$

أو:  $E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  مع  $q = C U$