



I. دالة أصلية لدالة عددية:

01. تقديم دالة أصلية لدالة :

a. نشاط: لنعتبر الدالة : $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$

(1) هل توجد دالة $F(x)$ تحقق ما يلي $F'(x) = f(x)$ على \mathbb{R} ؟

(2) إذا كان الجواب بنعم أكتب صيغة الدالة $F(x)$.

b. مفردات:

كل دالة $F(x)$ تحقق $F'(x) = f(x)$ تسمى دالة أصلية للدالة $f(x)$

c. تعريف :

لتكن f دالة معرفة على مجال I . نقول إن دالة F هي

دالة أصلية للدالة f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I و $\forall x \in I : F'(x) = f(x)$

1. أمثلة :

(1) دالة أصلية للدالة $f(x) = 4x + 2$ على \mathbb{R} هي $F(x) = 2x^2 + 2x$

(2) دالة أصلية للدالة $f(x) = \cos x$ على \mathbb{R} هي $F(x) = \sin x$

02. تحديد جميع الدوال الأصلية لدالة f :

نشاط: دالة أصلية للدالة $f : x \rightarrow 2x + 3$ على \mathbb{R} هي $F : x \rightarrow x^2 + 3x$.

هل هناك دالة أخرى $G(x)$ حيث G دالة أصلية للدالة f ؟

2. خاصية :

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية F على مجال I .

مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على I هي المجموعة المكونة من الدوال التي هي على شكل: $F(x) + c$ مع $c \in \mathbb{R}$

3. مثال:

نعتبر الدالة $f(x) = 10x - 2$ المعرفة على \mathbb{R} .

(1) هل الدالة : $F(x) = 5x^2 - 2x + 3$ هي دالة أصلية للدالة $f(x) = 10x - 2$ على \mathbb{R} .

(2) حدد جميع الدوال الأصلية للدالة f على \mathbb{R} .

03. الدالة الأصلية $G(x)$ حيث: $G(x_0) = y_0$.

1. نشاط: لنعتبر الدالة العددية المعرفة ب: $f(x) = 2x + 3$.

(1) حدد الدوال الأصلية ل f :

(2) حدد دوال الأصلية G ل f (إذا كان ممكن) حيث $G(1) = 7$.

(3) كم من دالة تحقق ذلك ؟

2. خاصية

لتكن f دالة عددية تقبل دالة أصلية F على مجال I . ليكن x_0 من I و y_0 و \mathbb{R} .

توجد دالة أصلية وحيدة G للدالة f على المجال I حيث: $G(x_0) = y_0$.

d. مثال: نحدد الدالة الأصلية للدالة f على \mathbb{R} حيث $f(x) = x^3 - 2x + 3$ و التي تأخذ القيمة -7 عند 0 .



04. الاتصال و الدوال الأصلية:

1. خاصية:

كل دالة متصلة f على مجال I تقبل دالة أصلية F على I .

2. أمثلة: مثال 1: كل دالة حدودية تقبل دالة أصلية على \mathbb{R} . مثال 2: كل دالة جذرية تقبل دالة أصلية على مجموعة تعريفها.
 مثال 3: $f(x) = \sqrt{x}$ تقبل دالة أصلية على $]0, +\infty[$.

05. دالة أصلية: لمجموع الدالتين - جداء دالة في عدد حقيقي α

1. نشاط: F دالة أصلية للدالة f على I . G دالة أصلية للدالة g على I .
 (1) حدد دالة أصلية لدالة $f+g$. (2) حدد دالة أصلية لدالة $\alpha \times f$.
 2. خاصية

إذا كانت F و G دالتين أصليتين للدالتين f و g على مجال I على التوالي و $\alpha \in \mathbb{R}$.▪ $F+G$ هي دالة أصلية ل $f+g$.▪ $\alpha \times F$ هي دالة أصلية ل $\alpha \times f$.

3. مثال: لنعتبر الدوال: $g(x) = \cos(x)$ و $f(x) = 3x$ و $h(x) = 3x + 2\cos(x)$.

III جدول دوال أصلية لدوال اعتيادية		II الدوال الأصلية و العمليات	
الدوال الأصلية ل f	الدالة f	دالة الأصلية ل h هي F	الدالة h
$F(x) = ax + c$	$f(x) = a; (a \in \mathbb{R})$	$F = f + g$	$h = f' + g'$
$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$	$f(x) = x$	$F = \alpha f$	$h = \alpha f'$
$F(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$	$f(x) = x^n; (n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\})$	$F = f \times g$	$h = f' \times g + f \times g'$
$F(x) = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$	$f(x) = x^r; (r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\})$	$F = \frac{1}{g}$	$h = -\frac{g'}{g^2}$
$F(x) = 2\sqrt{x} + c$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$F = \frac{f}{g}$	$h = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}$
$F(x) = -\cos(x) + c$	$f(x) = \sin(x)$	$F = \frac{1}{n+1}f^{n+1}$	$n \neq -1$ مع $h = f' \times f^n$
$F(x) = -\frac{1}{a}\cos(ax+b) + c$	$f(x) = \sin(ax+b) \ a \neq 0$	$F = \frac{1}{r+1}f^{r+1}$	$r \neq -1$ مع $h = f' \times f^r$
$F(x) = \sin(x) + c$	$f(x) = \cos(x)$	$F = g \circ f$	$h = f' \times g' \circ f$
$F(x) = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$	$f(x) = \cos(ax+b) \ a \neq 0$	$F = \frac{1}{a}f(ax+b)$	$a \neq 0$ مع $h = f'(ax+b)$
$F(x) = \tan(x) + c$	$f(x) = 1 + \tan^2(x)$		
$F(x) = 2\sqrt{f(x)} + c$	$f(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$	$\arctan(u(x)) + c$	$\frac{u'(x)}{1+u^2(x)}$
$F(x) = -\frac{1}{x} + c$	$f(x) = \frac{1}{x^2}$		

ملحوظة: c عدد حقيقي.