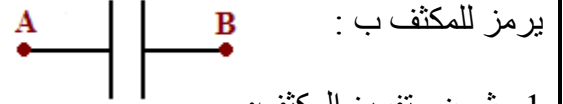
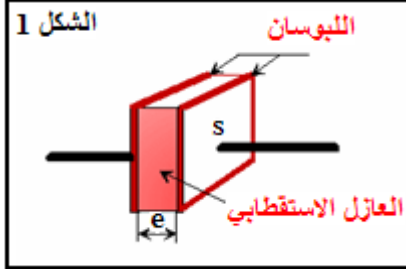


ثنائي القطب RC Dipôle R C

المكثف: Condensateur - I

تعريف:

المكثف ثنائي قطب يتكون من موصلين متقابلين يسميان لبوسين Armatures يفصل بينهما عازل استقطابي.



1 - شحن وتفريغ المكثف:

* **نشاط تجريبي 1:** ننجز التركيب الممثل أسفله (الشكل 2).

أ - الشحن: نفتح قاطع التيار K_2 ونغلق K_1

بمتابعة مؤشر الفولطمتر ومؤشر الأمبيرمتر صف ما يحدث للتوتر بين مربطي المكثف وشدة التيار المار في الدارة - كيف تفسر شحن المكثف

ب - التفريغ: نفتح قاطع التيار K_1 ثم نغلق K_2

قارن منحنى مرور التيار الكهربائي مع منحنى مروره عند الشحن. كيف تفسر تفريغ المكثف.

الشحن: Charge

- يشير الأمبيرمتر إلى مرور تيار كهربائي تتناقص شدته إلى أن ينعدم،

يتزايد التوتر U_{AB} إلى أن يصبح مساويا للقوة الكهرومحرركة للمواد $U_{AB} = E$.

- تنتقل الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وتجد أمامها عازلا فتتركم عليه،

فيشحن اللبوس A بشحنة q_A موجبة $q_A > 0$ بينما يشحن اللبوس B بشحنة q_B

سالبة $q_B < 0$ ، بحيث: $q_A = -q_B$.

- نسمي شحنة المكثف q ، الكمية الكهربائية التي يتوفر عليها أحد لبوسيه، حيث

- عندما يشحن المكثف كلياً ($i = 0$) يصبح $U_{AB} = E$.

التفريغ: Décharge

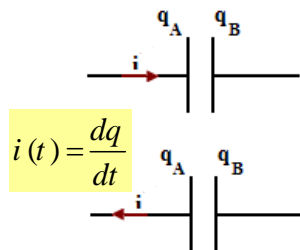
- نلاحظ مرور تيار عكس المنحنى الذي مر فيه أثناء الشحن، حيث الإلكترونات المتراكمة على اللبوس B تغادره نحو

اللبوس A عبر الأمبيرمتر نقول إن المكثف ينفرد (se décharge) ينتهي التفريغ ($i = 0$) عندما يصبح $U_{AB} = 0$.

2 العلاقة بين الشحنة وشدة التيار i :

نختار المنحنى الموجب لشدة التيار بحيث يدخل من اللبوس A.

إذا مر التيار في المنحنى المختار بحسب موجبا $i > 0$ وإذا مر عكس المنحنى المختار بحسب سالبا $i < 0$



- عند تزايد q_A أي $i > 0$ $\frac{dq_A}{dt} > 0$

- عند تناقص q_A أي $i < 0$ $\frac{dq_A}{dt} < 0$

شدة التيار الكهربائي هي سبب الشحنات الكهربائية أي كمية الكهرباء dq التي تمر في وحدة الزمن:

$$q = q_A = -q_B \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$dq = dq_A = -dq_B$$

المكثف مركبة تخزن كمية من الكهرباء وترجعها عند الحاجة.

2 - العلاقة بين شحنة المكثف q والتوتر بين مربطيه U : سعة المكثف (Capacité)

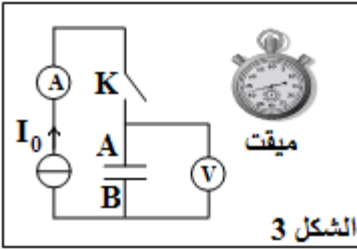
* نشاط تجريبي 2

يشحن المكثف بواسطة مولد مؤمّن للتيار (يعطي شدة ثابتة I_0).

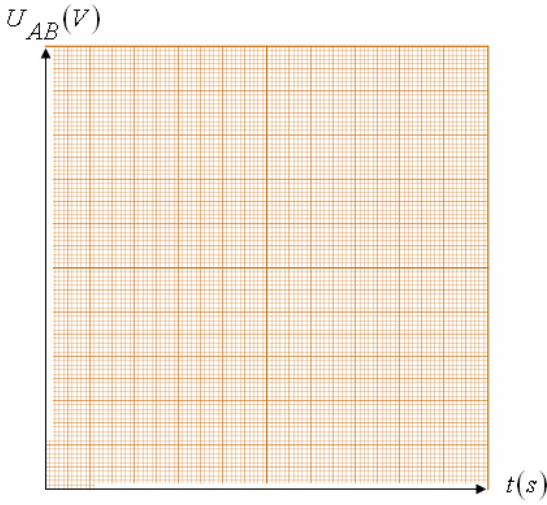
نضبط I_0 على القيمة $0,46\text{mA}$ ثم نفسر التوتر U_{AB} بين مربطي المكثف كل خمس ثوان بفتح K وتوقيف الميقت في

نفس الوقت (أنظر التركيب التجريبي جانبه).
نحصل على النتائج التالية:

t(s)	0	5	10	15	20
$U_{AB}(V)$	0	1	2	3	4



الشكل 3



* استثمار

- 1 - مثل المنحنى $U_{AB} = f(t)$ باختيار سلم مناسب.
- 2 - حدد K المعامل الموجه للمستقيم المحصل عليه.
- 3 - اعط تعبير q_A شحنة اللبوس A بدلالة شدة التيار I_0 والزمن t.
- 4 - استنتج تعبير q_A بدلالة I_0 ، K و U_{AB} .
- 5 - نضع : $C = \frac{I_0}{K}$ سعة المكثف احسب C.

$$C = \frac{I_0}{K}$$

C : سعة المكثف وحدتها في النظام العالمي الفاراد Farad ، رمزها F. وبالتالي :

أجزاء الفاراد:

- (ميلي فاراد) $1mF = 10^{-3} F$
- (ميكروفاراد) $1\mu F = 10^{-6} F$
- (نانوفاراد) $1nF = 10^{-9} F$
- (بيكوفاراد) $1pF = 10^{-12} F$

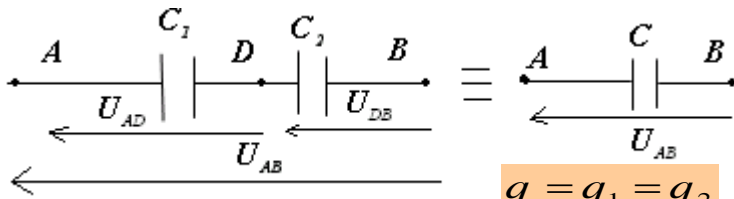
$$q_A = C \cdot U_{AB}$$

\uparrow \uparrow \swarrow
 C F V

تتناسب شحنة q_A للمكثف مع التوتر U_{AB} بين مرتبته.

II - تجميع المكثفات

1 - التركيب على التوالي:



$$q = q_1 = q_2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{C} &= \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \\ \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \end{aligned} \right\}$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

وبالتالي:
C : سعة المكثف المكافئ.

حسب قانون إضافيات التوترات:

$$\left\{ \begin{aligned} U_{AB} &= U_{AD} + U_{DB} \\ U_{AD} &= \frac{q_1}{C_1} \Leftarrow q_1 = C_1 U_{AD} \\ U_{DB} &= \frac{q_2}{C_2} \Leftarrow q_2 = C_2 U_{DB} \\ U_{AB} &= \frac{q}{C} \Leftarrow q = C U_{AB} \end{aligned} \right.$$

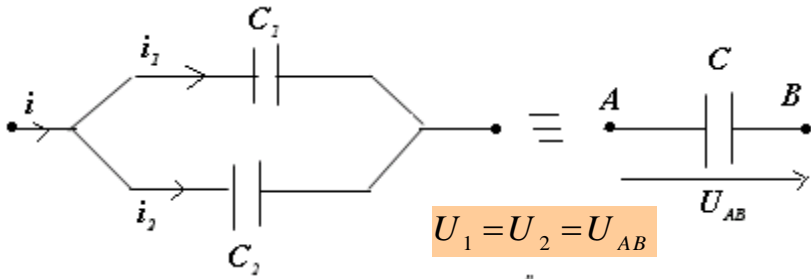
* **بصفة عامة** : التركيب على التوالي لمكثفات سعاتها C_1, C_2, \dots, C_n يكافئ مكثفا سعته C بحيث:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

* **فائدة التركيب على التوالي**: يمكن هذا التركيب من الحصول على سعة قيمتها اصغر مع تطبيق توتر عال قد لا يتحملة كل مكثف إذا استعمل لوحده.



2 - التركيب على التوازي:



$$U_1 = U_2 = U_{AB}$$

$$C U_{AB} = C_1 U_1 + C_2 U_2$$

$$C = C_1 + C_2$$

وبالتالي:

$$\begin{cases} q = q_1 + q_2 \\ q_1 = C_1 U_1 \\ q_2 = C_2 U_2 \\ q = C U_{AB} \end{cases} \text{ لدينا:}$$

C : سعة المكثف المكافئ.

* **بصفة عامة :** التركيب على التوازي لمكثفات سعاتها C_1, C_2, \dots, C_n يكافئ مكثفا سعته C بحيث:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

* **فائدة التركيب على التوازي:** يستعمل هذا التركيب لتضخيم السعة وتخزين شحنة كبيرة باستعمال مكثفات سعاتها صغيرة.

III - استجابة ثنائي قطب RC لرتبة توتر: Echelon de tension

تعريف:

- ثنائي قطب RC هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R ومكثف سعته C .
- رتبة توتر هي إشارة كهربائية تعرف كالتالي:

* رتبة التوتر النازلة :	* رتبة التوتر الصاعدة:
$U = 0 \quad t > 0$	$U = E \quad t > 0$
$U = E \quad t < 0$	$U = 0 \quad t < 0$

الشكل 2

الشكل 1

1 - الدراسة التجريبية

1.1 - نشاط تجريبي: شحن مكثف:

بعد تفريغ المكثف، ننجز التركيب الكهربائي جانبه حيث $R = 1250\Omega$ و $C = 0,4\mu F$ ، (الشكل 4)

نضبط مولد GBF ذا توتر مربعي توتره القصوي $E = 6V$ وتردده $f = 200Hz$ ،

نغلق قاطع التيار K في الموضع 1 ونعاين بواسطة كاشف التذبذب التوتر $u_C(t)$ بين

مربطي المكثف بدلالة الزمن.

1 - ما هو المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_1 وما هو المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_2 ؟

2 - نعتبر حالة توتر ذي رتبة صاعدة. يبرز منحنى تغيرات $u_C(t)$ وجود نظامين:

❖ نظام انتقالي: يتغير خلاله التوتر $u_C(t)$.

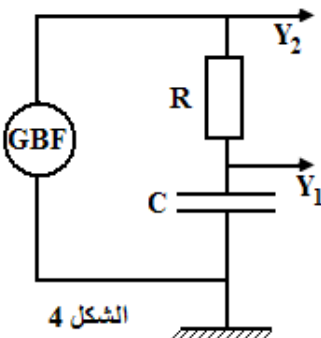
❖ نظام دائم: يصل خلاله التوتر إلى قيمة حدية ثابتة.

أ - عين $u_C(0)$ و $u_C(\infty)$ عندما تؤول t إلى ما لا نهاية.

ب - نعبر عن المنحنى $u_C(t)$ بدلالة الزمن، بالدالة $u_C(t) = k.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

حيث k و τ ثابتان، حدد الثابتة k . ماذا تمثل؟

نعطي: $e^{-\infty} = 0$



الشكل 4

3 - تسمى τ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وتبين الدراسة النظرية أن: $\tau = RC$ باستعمال معادلة الأبعاد، بين أن τ عبارة عن زمن.

4 - نعتبر الدالة الممثلة للمنحنى $u_C(t)$.

أ - عبر عن $u_C(t = \tau)$ بدلالة E التي تم التعرف عليها في السؤال (2 - ب).
ب - استنتج مبيانيا قيمة τ .

د - يمكن أن نحدد τ بطريقة مبيانية ثانية حيث تمثل أفصول تقاطع المماس لمنحنى $u_C(t)$ عند $t = 0$ مع المنحنى (1). حدد τ باستعمال هذه الطريقة.

الأجوبة:

1 - المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_1 هو رقم 2 ،
المنحنى الذي نشاهده على المدخل Y_2 هو رقم 1.

2 - أ - $u_C(0) = 0$ و $u_C(\infty) = E$

$$2 - ب - \left\{ \begin{array}{l} u_C(\infty) = k.(1 - e^{-\infty}) \\ = E \end{array} \right. \Leftarrow \text{إذن } K = E \text{ القوة الكهرومحركة للمنبع.}$$

3 - معادلة الأبعاد

باستعمال معادلة الأبعاد بين أن للثابتة τ بُعد زمني.

$$\text{لدينا: } C = \frac{q}{U} \Leftarrow [C] = \frac{[Q]}{[U]} \text{ وبالتالي: } [C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]}$$

$$\text{ولدينا: } u = R \cdot i \text{ بالتالي: } [R] = \frac{[U]}{[I]} \text{ إذن: } [R] \cdot [C] = \frac{[I] \cdot [t]}{[U]} \times \frac{[U]}{[I]} = [t]$$

إذن للمقدار $\tau = RC$ بُعد زمني، نسمي τ **ثابتة الزمن** لثنائي القطب RC ونعبر عنه بالثانية (s)
4 - أ - تعبير $u_C(t = \tau)$:

$$\begin{aligned} u_C(t = \tau) &= E.(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) \\ &= E.(1 - e^{-1}) \\ &= 0,63E \end{aligned}$$

4 - ب - نستنتج مبيانيا قيمة τ :

τ الأفصول الذي يوافق الأرتوب $0,63.E$. ت ع :

$$4 - ج - RC = 1250 \times 0,4 \cdot 10^{-6} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,5 \text{ ms}$$

4 - د - تحديد ثابتة الزمن مبيانيا:

يقطع مماس المنحنى $U_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ المقارب $U_C = E$ في اللحظة $t = \tau$.

2-1 - تفريغ مكثف:

نؤرجح قاطع التيار عند الموضع 2 .

يفرغ المكثف في المقاومة R ويتناقص التوتر U_C بين مربطيه.

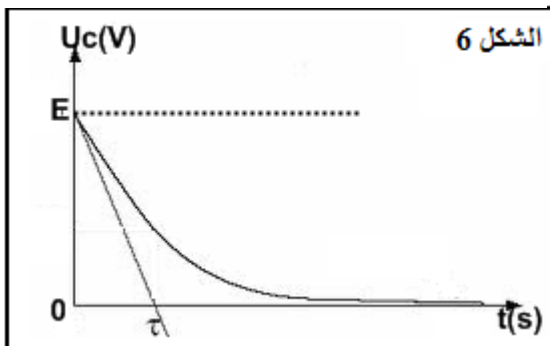
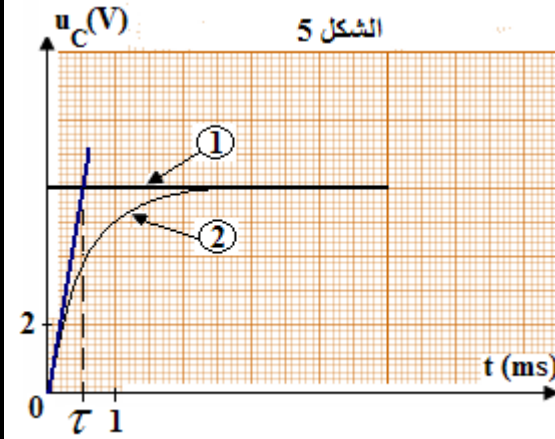
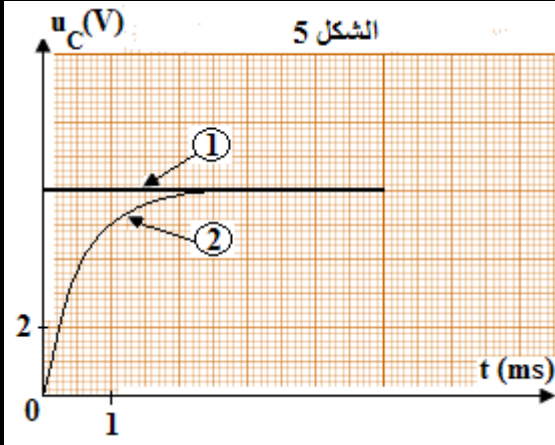
تحديد ثابتة الزمن مبيانيا:

المماس للمنحنى $U_C = f(t)$.

2 - النظامان الإنتقالي والدائم.

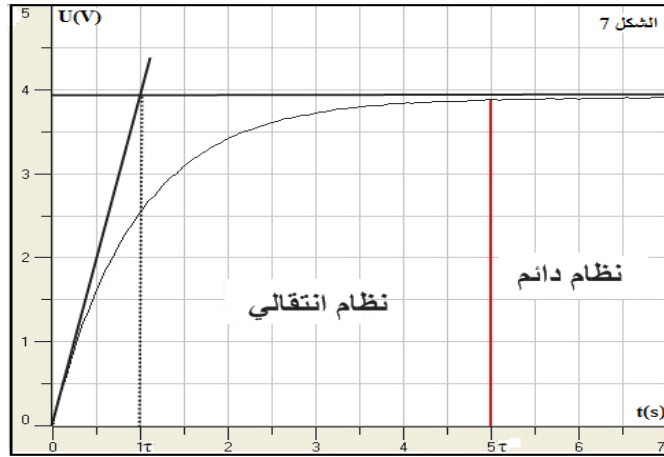
أ - نظام انتقالي: Régime transitoire

يتزايد أو يتناقص خلاله التوتر U_C ونحصل عليه عندما تكون $t < 5\tau$



ب - النظام الدائم: Régime permanent

نحصل عليه عندما يكون $t > 5\tau$ ويبقى خلاله التوتر U_C ثابتا $(U_C = E)$ عند شحن المكثف $(U_C = 0)$ عند تفريغ المكثف.



3 - الدراسة النظرية

3-1 - شحن مكثف

أ - المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات لدينا: $U = U_R + U_C$ و لدينا: $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = CU_C$
 $E = Ri + U_C$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

تكتب المعادلة التفاضلية:

$$i = C \frac{dU_C}{dt}$$

يعني:

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

ملحوظة:

باعتبار $U_C = \frac{q}{C}$ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q: $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$

ب - حل المعادلة التفاضلية:

$$U_C = Ae^{-\alpha t} + B$$

يكتب حل المعادلة التفاضلية: A ، B و α ثوابت.

❖ تحديد B و α :

من المعادلة التفاضلية: $\frac{dU_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t}$ نعوض: $-\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{Ae^{-\alpha t} + B}{RC} = \frac{E}{RC}$

$$Ae^{-\alpha t} \left(\frac{1}{RC} - \alpha \right) = \frac{E - B}{RC}$$

تتحقق هذه العلاقة كيفما كانت t و علما أن $A \neq 0$ نستنتج أن $\frac{1}{RC} - \alpha = 0$ و $\frac{E - B}{RC} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{RC} \quad \text{و} \quad E = B$$

ومنه:

❖ تحديد A باستعمال الشروط البدئية:

عند اللحظة $t = 0$ فإن $U_C = 0$ (لم يكن المكثف مشحونا).

نعوض في العلاقة التفاضلية فنحصل على: $A + B = 0$ يعني $A = -B = -E$

$$U_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

نضع $\tau = RC$ تعبير التوتر بين مربطي مكثف:

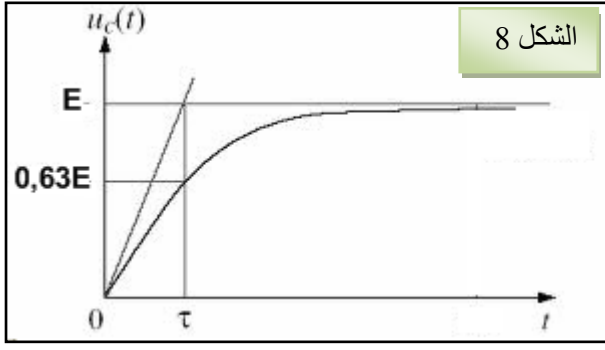
$$U_C = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E$$

إذن:

$$U_C = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

ملحوظة:

لدينا $q = C.U_C$ ومنه:
 - الشحنة الكهربائية: $q = CF \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$



- شدة التيار i : $i = \frac{dq}{dt}$ ومنه: $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

- الطريقة الحسابية لتحديد ثابتة الزمن τ :

لدينا: $U_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ عند $t = \tau$ فإن الأرتوب:

$$U_c(\tau) = E(1 - e^{-1})$$

$$U_c(\tau) = 0,63E$$

3-2 - تفريغ المكثف:

أ - المعادلة التفاضلية:

نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 2.

حسب قانون إضافية التوترات $U_R + U_c = 0$ لدينا $i = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dU_c}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} U_R + U_c = 0 \\ Ri + U_c = 0 \\ q = C U_c \end{cases}$$

بالتالي: $RC \cdot \frac{dU_c}{dt} + U_c = 0$ ومنه $\frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{RC} = 0$

ملحوظة:

باعتبار $U_c = \frac{q}{C}$ نجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q: $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$

ب - حل المعادلة التفاضلية:

يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي: $U_c = A e^{-\alpha t} + B$

❖ تحديد الثوابت A, B و α :

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A e^{-\alpha t} + B}{RC} = 0 \quad \frac{dU_c}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$$

$$A e^{-\alpha t} \left(\frac{1}{RC} - \alpha \right) = -\frac{B}{RC}$$

$A \neq 0$ فإن $B = 0$ و $\alpha = \frac{1}{RC}$

❖ تحديد الثوابت عند الشروط البدئية:

عند $t = 0$ فإن $U_c = E$ ومنه: $A = E$

$\tau = RC$ وبالتالي فإن: $U_c = E e^{-\frac{t}{\tau}}$

عند $t = \tau$ فإن الأرتوب: $U_c(\tau) = 0,37E$

ملحوظة:

لدينا $q = C \cdot U_c$ ومنه:

- الشحنة الكهربائية:

$$q = C \cdot E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ومنه: $i = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

- شدة التيار i : $i = \frac{dq}{dt}$

IV - الطاقة المخزونة في مكثف:

يمكن المكثف من تخزين طاقة كهربائية قصد استعمالها عند الحاجة.

تعبير الطاقة المخزونة في المكثف: $E_e = \frac{1}{2} C U^2$

أو: $E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ مع $q = C U$