

المظاهر الطاقية

1 - شغل قوة

1 - شغل قوة ثابتة (تذكير)

نعتبر عن شغل قوة ثابتة $\vec{F}$ عند انتقال نقطة تأثيرها من A إلى نقطة A بالعلاقة التالية :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

بحيث أن α الزاوية بين $\vec{F}$ و $\vec{AB}$

AB المسافة الفاصلة بين النقطة A و النقطة B تسمى بالانتقال ونعبر عنها بالمتر (m)

F شدة القوة ب (N)

$W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ شغل القوة $\vec{F}$ ونعبر عنه بالجول (J)

* لا يتعلق شغل قوة ثابتة بالمسار المتبع من طرف نقطة التأثير بل يتعلق بموضعها البدئي والنهائي .

2 - الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة

نعتبر قوة $\vec{F}$ غير ثابتة ونقطة تأثيرها تنتقل من A إلى B .

لحساب شغل غير ثابتة نجزي المسار إلى مسارات جزئية $\delta \vec{\ell}$ متناهية في الصغر تسمح باعتبار $\vec{F}$ ثابتة في كل منها .

تعبير الشغل الجزئي للقوة $\vec{F}$ خلال الانتقال الجزئي $\delta \vec{\ell}$ هو : $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \delta \vec{\ell}$

الشغل الكلي للقوة المتغيرة $\vec{F}$ هو مجموع الأشغال الجزئية :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum_A^B \delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F} \cdot \delta \vec{\ell}$$

3 - شغل القوة الخارجية المطبقة من طرف نابض

نعتبر نابضا $\mathcal{R}$ ذا لفات غير متصلة صلابته k وكتلته

مهمله ، في وضع أفقي على مستوى أفقي . ثبت

أحد طرفيه بحامل ثابت .

نطبق على النابض عند طرفه الحر M قوة $\vec{F}'$ ، فيطال

النابض بحيث تنتقل النقطة M بالمقدار $\vec{OM} = x \vec{i}$.

تمثل النقطة O موضع M في الحالة البدئية للنابض .

حسب القانون الثالث لنيوتن ، قانون التأثيرات المتبادلة ،

فإن النابض يطبق قوة $\vec{F}$ على المجرب وهي قوة ارتداد

$\vec{F} = -\vec{F}'$ بحيث أن $\vec{F} = -kx \vec{i}$ أي أن $\vec{F}' = kx \vec{i}$ أي أن $\vec{F}'$

تتعلق بالأفصول x إذن فهي غير ثابتة .

تعبير شغل القوة $\vec{F}'$ عندما ينتقل طرف النابض من A إلى B

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = \sum_A^B \delta W(\vec{F}') = \sum_A^B \vec{F}' \cdot \delta \vec{\ell} = \sum_A^B kx \vec{i} \cdot \delta x \vec{i}$$

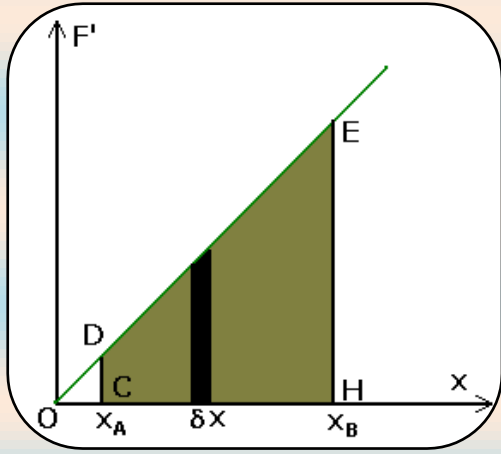
يمكن استعمال طريقتين لتحديد هذا المجموع :

أ - الطريقة المباشرة :

في نظمة محوريين نمثل تغيرات F بدلالة الأفصول x وهي إطالة النابض . $F = kx$ أي أنها دالة خطية تمر من أصل

النظمة . يوافق الشغل الجزئي $\delta W(\vec{F}') = k \cdot x \cdot \delta x$ مساحة المستطيل

الجزئي بالأسود المبين في الشكل أسفله .



عند انتقال النقطة M من A أفصولها x_A إلى B أفصولها x_B ،
فإن الشغل الكلي للقوة $\vec{F}'$ يوافق مجموع مساحات
المستطيلات الجزئية ويساوي مساحة شبه المنحرف CDEF

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = a_{CDEF} = a_{OEH} - a_{OCD}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = \frac{1}{2} kx_B^2 - \frac{1}{2} kx_A^2$$

ب - الطريقة التحليلية

نعوض في العلاقة السابقة المجموع $\sum$ بالتكامل $\int$ ولانتقال الجزئي $\delta \ell$ ب المقدار التفاضلي dx فنحصل على العلاقة التالية :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = \int_{x_A}^{x_B} kx dx = \left[\frac{1}{2} kx^2 \right]_{x_A}^{x_B}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = \frac{1}{2} kx_B^2 - \frac{1}{2} kx_A^2$$

خلاصة :

تعبير شغل قوة المطبقة من طرف مجرب على الطرف الحر ل نابض يجعله ينتقل من موضع A إلى موضع B أفصولهما على التوالي x_A و x_B هو : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = \frac{1}{2} kx_B^2 - \frac{1}{2} kx_A^2$.

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{1}{2} kx_A^2 - \frac{1}{2} kx_B^2$$

وبما أن $\vec{F} = -\vec{F}'$ فإن شغل قوة الارتداد المطبقة من طرف النابض هو :

يتعلق شغل قوة الارتداد $\vec{F}$ بالموضع البدئي والموضع النهائي لمركز قصور الجسم .

التمرين 1

أحسب شغل القوة المطبقة على A الطرف الحر لنابض صلابته $K = 50,0 \text{ N/m}$ عندما يتغير طوله بالمقدار x انطلاقاً من طوله البدئي ℓ_0 في الحالتين التاليتين :

1 - إطالة النابض من $x_0 = 0 \text{ cm}$ إلى $x_1 = 5 \text{ cm}$

2 - انضغاط النابض من $x_0 = 0 \text{ cm}$ إلى $x_2 = -5 \text{ cm}$

3 - عندما تتغير x من x_1 إلى x_2

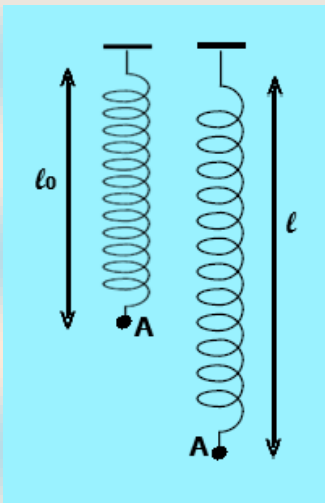
4 - استنتج قيمة شغل القوة المطبقة من طرف النابض على يد المجرب

الجواب :

$\vec{F}'$: القوة المطبقة على A ، الطرف الحر للنابض :

لدينا :

$$W_{A_0 \rightarrow A_1}(\vec{F}') = \int_{x_0}^{x_1} Kx dx = \frac{1}{2} K(x_1^2 - x_0^2) = K \frac{x_1^2}{2} = 6,5 \times 10^{-2} \text{ J} \quad 1$$



$$W_{A_0 \rightarrow A_2}(\vec{F}') = \int_{x_0}^{x_2} Kx dx = \frac{1}{2} K(x_2^2 - x_0^2) = K \frac{x_2^2}{2} = 6,5 \times 10^{-2} \text{ J} \quad - 2$$

$$W_{A_2 \rightarrow A_1}(\vec{F}') = \int_{x_2}^{x_1} Kx dx = \frac{1}{2} K(x_1^2 - x_2^2) = 0 \text{ J} \quad - 3$$

- 4

$$W_{A_0 \rightarrow A_1}(\vec{F}) = - W_{A_0 \rightarrow A_1}(\vec{F}') = -6,5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$W_{A_0 \rightarrow A_2}(\vec{F}) = - W_{A_0 \rightarrow A_2}(\vec{F}') = -6,5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$W_{A_2 \rightarrow A_1}(\vec{F}) = - W_{A_2 \rightarrow A_1}(\vec{F}') = 0 \text{ J}$$

II _ طاقة الوضع المرنة

عندما يكون النابض مضغوطا أو مطالا فإنه يختزن طاقة ترتبط بحالة تشوّهه تسمى طاقة الوضع المرنة . في الحالة التي يكون فيها النابض لا مطالا ولا مضغوطا فإن طاقة الوضع المرنة تكون منعدمة .
عندما يطبق المجرب قوة $\vec{F}'$ على الطرف الحر للنابض لجعل نقطة تأثيره تنتقل من النقطة A أفصولها x_A في حالة سكون إلى النقطة B أفصولها x_B حيث توجد كذلك في حالة سكون ، فإنه حسب مبرهنة الطاقة الحركية لدينا :

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') = 0 \Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = - W_{A \rightarrow B}(\vec{F}') \\ W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

أي أن الشغل المطبق من طرف المجرب على طرف النابض يساوي تغير شكل من أشكال الطاقة للمجموعة { المجرب ، النابض } وهي طاقة وضع مرنة .

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = E_{pe}(A) - E_{pe}(B) \quad \text{نضع أن}$$

نعرف طاقة الوضع المرنة لمجموعة مكونة من { جسم _ نابض } في وضع أفقي هي الطاقة التي تختزنه هذه المجموعة من جراء تشوّه الجسم وتعبيرها هو :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

C ثابتة تحدد انطلاقا من الحالة المرجعية لطاقة الوضع المرنة .

وبصفة عامة نختار طاقة الوضع المرنة منعدمة في الموضع الموافق للأفصول $x=0$ أي عندما يكون النابض لا مطال ولا

مضغوط ، حيث (C=0) فيكون تعبير طاقة الوضع المرنة هو : $E_{pe} = \frac{1}{2}k\Delta\ell^2$ وحدتها في النظام العالمي للوحدات هي

ال جول . و $\Delta\ell = x$ إطالة النابض في حالة نابض أفقي و k صلابته .

$${}^B_A\Delta E_{pe} = - W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \quad \text{ملحوظة :}$$

تابع التمرين 1 :

5 _ استنتج الوضع المرنة في كل حالة باعتبار أن طاقة الوضع المرنة منعدمة عندما يكون النابض غير مشوه .

الجواب :

$$E_{pe} = \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 + Cte \quad , \quad \text{حسب الحالة المرجعية لدينا } x = \Delta\ell = 0 \text{ أي أن } Cte = 0 \text{ وبالتالي فإن } E_{pe} = \frac{1}{2}K\Delta\ell^2$$

$${}^B_A\Delta E_{pe} = - W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \quad \text{أو بطريقة أخرى :}$$

أي أن

$$\frac{A_1}{A_0} \Delta E_{pe} = - W_{A_0 \rightarrow A_1}(\vec{F}) = 6,5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$\frac{A_2}{A_0} \Delta E_{pe} = - W_{A_0 \rightarrow A_2}(\vec{F}) = 6,5 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$\frac{A_1}{A_2} \Delta E_{pe} = - W_{A_2 \rightarrow A_1}(\vec{F}) = 0 \text{ J}$$

III – الدراسة الطاقية للمجموعة { جسم صلب ، نابض } في وضع أفقي .

1 – الطاقة الحركية للمجموعة .

يتوفر الجسم الصلب غير قابل للتشويه كتلته m وسرعته v في إزاحة بالنسبة لمرجع معين ، على طاقة حركية E_C بحيث $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ وحدة E_C في النظام العالمي للوحدات هي الجول .

بما أن الجسم في حركة إزاحة ، فإن سرعة الجسم الصلب هي سرعة مركز قصوره .
بالنسبة لمتذبذب مرن ، الطاقة الحركية لهذا المتذبذب هي الطاقة الحركية للجسم الصلب .

$$x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad \text{بحيث أن} \quad E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

2 – الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

تعريف بالطاقة الميكانيكية :

في مرجع معين الطاقة الميكانيكية لمجموعة ما في لحظة t هي مجموع الطاقة الحركية وطاقة الوضع لهذه المجموعة .
طاقة الوضع لمتذبذب مرن أفقي هي مجموع طاقة وضعه الثقالية وطاقة وضعه المرنة $E_p = E_{pp} + E_{pe}$

نختار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية منطبقة مع المستوى الأفقي المار من G مركز قصور المتذبذب ($E_{pp} = 0$) نحصل

على $E_p = E_{pe}$ أي أن تعبير الطاقة الميكانيكية لمجموعة مكونة من جسم صلب ونابض أفقي هو : $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 + C$

باختيار حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة وهي : $E_{pe} = 0$ عند التوازن أي أن $x = 0$ نحصل على التعبير التالي :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

أ – حالة إهمال الاحتكاكات

في هذه الحالة يبقى وسع التذبذبات x_m ثابتا ، فنحصل على نظام دوري دوره الخاص T_0 ، فيكون عندنا انحفاظ الطاقة

الميكانيكية للمجموعة . $E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ مهما كانت قيم x و v

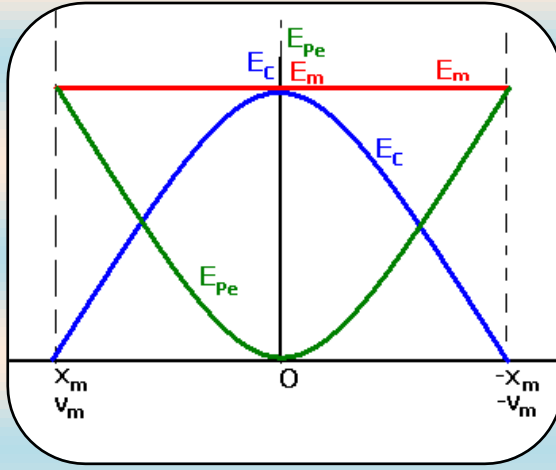
– عندما نأخذ الاستطالة قيمتها القصوى x_m فإن الطاقة الميكانيكية $E_m = \frac{1}{2}kx_m^2$

– عندما تكون الاستطالة منعدمة $x = 0$ فإن $E_m = \frac{1}{2}mv_m^2$ وبالتالي فإن $E_m = \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2$ ومنه نستنتج العلاقة :

$$v_m = x_m \sqrt{\frac{k}{m}}$$

كذلك يمكن أن نحصل على المعادلة التفاضلية للمتذبذب انطلاقا من الطاقة الميكانيكية أي بعملية اشتقاقها بالنسبة للزمن :

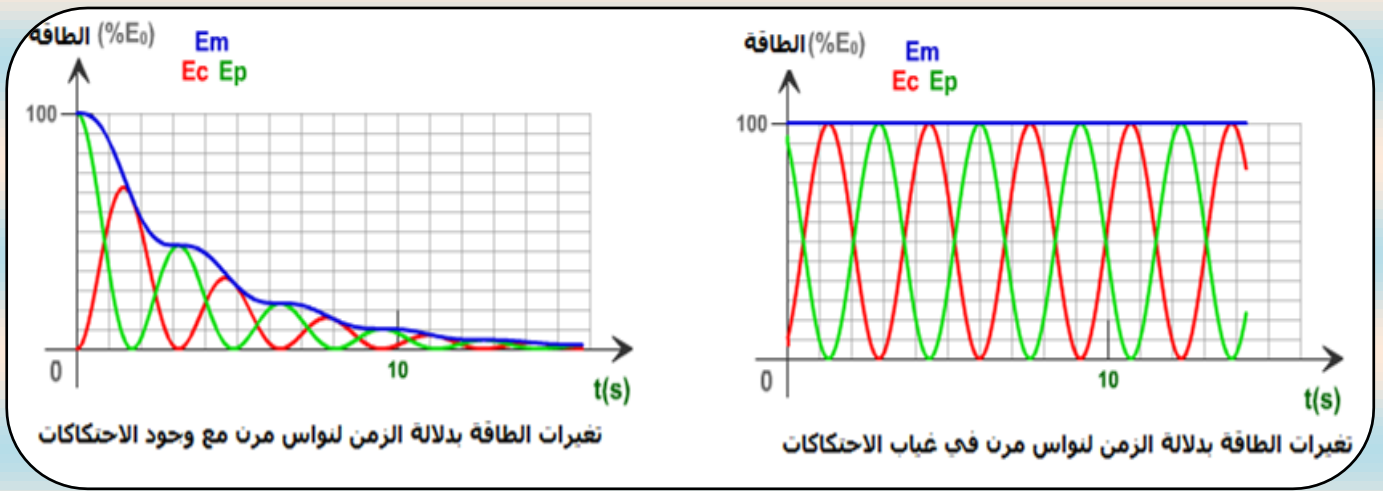
$$\frac{dE_m}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + m \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$



مخططات الطاقة للنواس المرن الأفقي :
تمثيل على نفس النظمة E_{pe} و E_c و E
خلاصة : في غياب الاحتكاكات تتحفظ الطاقة
الميكانيكية لنواس مرن أفقي وحر .

ب - حالة احتكاكات غير مهمة .

في هذه الحالة يتناقص وسع الذبذبات تدريجيا
مع الزمن t ، فنحصل على نظام شبه دوري أو لا
دوري في حالة احتكاكات مهمة .
يعزى تناقص الطاقة الميكانيكية للمجموعة مع
الزمن t إلى الانتقال الحراري (وجود الاحتكاكات)
شكل منحني تغيرات E_{pe} و E_c و E بدلالة الزمن :



IV - الدراسة الطاقية لنواس اللي .

1 - الطاقة الحركية للمجموعة .

المجموعة المتذبذبة هي { القضيب - السلك }
بما أن السلك كتلته مهمة فإن الطاقة الحركية لنواس اللي تنحصر في الطاقة الحركية للقضيب ، وبما أنه في حركة دوران حول
محور ثابت (Δ) سيكون تعبير الطاقة الحركية على الشكل التالي : $E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$ حيث J_{Δ} عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور
 (Δ) المجسد من طرف السلك و $\frac{d\theta}{dt}$ السرعة الزاوية لدوران القضيب .

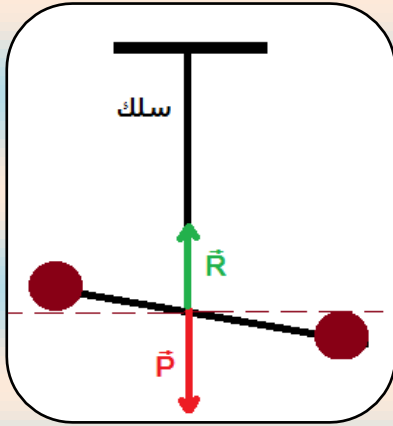
2 - طاقة الوضع للي المجموعة .

نعتبر نواس لي ثابتة ليه C في حركة تذبذبية حول محور (Δ) يجسده السلك ، عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) هو J_{Δ}
نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على هذه المجموعة بين موضعين أفصولهما الزاوي تباعا : θ_1 و θ_2 .
جاء القوى المطبقة على القضيب أثناء حركته : $\vec{P}$ وزن القضيب وتأثير السلك على القضيب $\vec{R}$ وإلى مزدوجة اللي عزمها
 $M_C = -C.\theta$

نطبق المبرهنة : $\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_1^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W_C$ بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ يتقاطعان مع المحور (Δ) فإن

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}_1^2 = W_C$$

نعلم أن المعادلة الزمنية لحركة المجموعة المتذبذبة هي على الشكل التالي : $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$ نأخذ $\varphi = 0$ لتبسيط العمليات الحسابية .



$$\theta_1 = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t_1\right) \text{ و } \theta_2 = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t_2\right) \text{ أي أن}$$

$$\dot{\theta}_1 = -\theta_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t_1\right) \text{ و } \dot{\theta}_2 = -\theta_m \frac{2\pi}{T_0} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t_2\right) \text{ وتعويض}$$

$$W_C = \frac{1}{2} C \theta_1^2 - \frac{1}{2} C \theta_2^2 \quad (1) \text{ هذه التعابير في العلاقة}$$

هذه العلاقة تمثل شغل مزدوجة اللي عندما يتغير الأفضول الزاوي من θ_1 إلى θ_2 . أي أن شغل مزدوجة اللي يساوي تغير شكل من أشكال الطاقة للمجموعة { القضيب - السلك } وهي

$$\text{طاقة الوضع لي. } W_C = E_{pt}(1) - E_{pt}(2) \text{ بحيث أن } E_{pt}(1) = \frac{1}{2} C \theta_1^2$$

$$\text{و } E_{pt}(2) = \frac{1}{2} C \theta_2^2 \text{ وبالتالي نعرف طاقة الوضع لي بالمقدار التالي :}$$

$$E_{pt} = \frac{1}{2} C \theta^2 + Cte, \quad Cte \text{ ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية وتحدده الشروط البدئية}$$

3 - الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

$$E_m = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + Cte \text{ تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس اللي هو :}$$

أ - في حالة احتكاكات مهملة .

نعتبر أن التذبذبات الأولى لنواس لي حر غير مخمدة معادلته التفاضلية $J_\Delta \ddot{\theta} + C\theta = 0$.

انطلاقا من تعبير الطاقة الميكانيكية يمكن أن نبين أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للمجموعة وذلك باشتقاق تعبير E_m

$$\frac{dE_m}{dt} = J_\Delta \ddot{\theta} \dot{\theta} + C\theta \dot{\theta} = \dot{\theta} (J_\Delta \ddot{\theta} + C\theta) = 0 \Rightarrow E_m = cte \text{ بالنسبة للزمن :}$$

أي أن الطاقة الميكانيكية تحفظ .

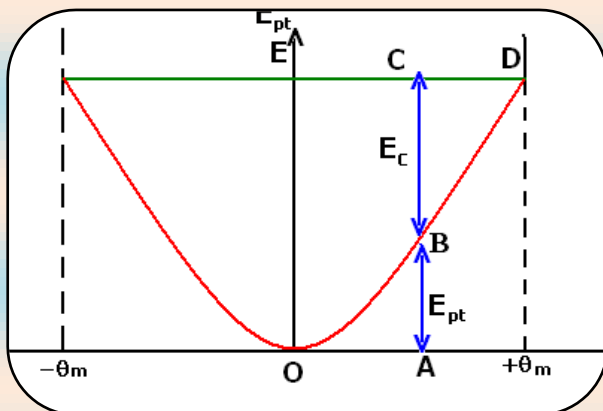
$$\text{ويمكن أن نبين كذلك انطلاقا من المعادلة الزمنية } \theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

$$\text{أن هذه الثابتة هي : } E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2 = cte$$

خلاصة : تحفظ الطاقة الميكانيكية لنواس لي حر وغير مخمد :

$$E_m = \frac{1}{2} C \theta_m^2 = cte$$

مخططات الطاقة هي على الشكل التالي :



من خلال مخططات الطاقة يتبين أنه خلال الذبذبات الحرة في المخمدة لنواس لي تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع والعكس صحيح .

ب - في حالة وجود الاحتكاك

تتناقص الطاقة الميكانيكية للنواس اللي بحيث تتحول إلى طاقة حرارية .

V _ الدراسة الطاقية للنواس الوزن

نعتبر المجموعة النواس الوزن {الحامل - الجسم S} بحيث أن J_{Δ} عزم قصور الجسم S ونعلم حركة مركز قصوره بالأفصول الزاوي θ عند كل لحظة t بالنسبة لمعلم مرتبط بمرجع أرضي .

● **الطاقة الحركية للمجموعة :** يتوفر النواس الوزن على طاقة حركية في المرجع المرتبط بالأرض : $E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$

● **طاقة الوضع الثقالية للمجموعة**

تعبير طاقة الوضع الثقالية لنواس وزن في مجال الثقالة هو :

$E_{pp} = mgz + cte$ حيث m كتلة الجسم S و z أنسوب مركز قصوره في المعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O, \vec{k})$ رأسي وموجه نحو الأعلى ، و g شدة الثقالة .

الثابتة cte تحدد انطلاقا من الحالة المرجعية .

– **الطاقة الميكانيكية للنواس الوزن.**

$$E_m = E_C + E_{pp}$$

تعبير الطاقة الميكانيكية لنواس وزن في معلم مرتبط بمرجع أرضي هو :

$$E_m = mgz + \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + cte$$

مثال :

حسب الشكل : $z = z_0 + h$

بحيث أن $h = O'G - O'G \cos \theta$ نضع $O'G = d$

$$z = z_0 + d(1 - \cos \theta)$$

يمكن تحديد الثابتة cte انطلاقا من الحالة المرجعية :

$$E_{pp} = 0 \text{ عند } z = z_0 \text{ أي أن } cte = -mgz_0$$

$$E_m = mgd(1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_m}{dt} &= mg\dot{\theta} \sin \theta + J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} \\ &= \dot{\theta} (mgd \sin \theta + J_{\Delta} \ddot{\theta}) = 0 \end{aligned}$$

$$E_m = cte$$

في غياب للاحتكاكات تبقى الطاقة الميكانيكية للنواس الوزن في

مجال الثقالة ثابتة . إذن النواس الوزن مجموعة محافظة

– **مخططات الطاقة**

أ _ الحالة العامة

* التمثيل المبياني لتغيرات طاقة الوضع الثقالية بدلالة الأنسوب z .

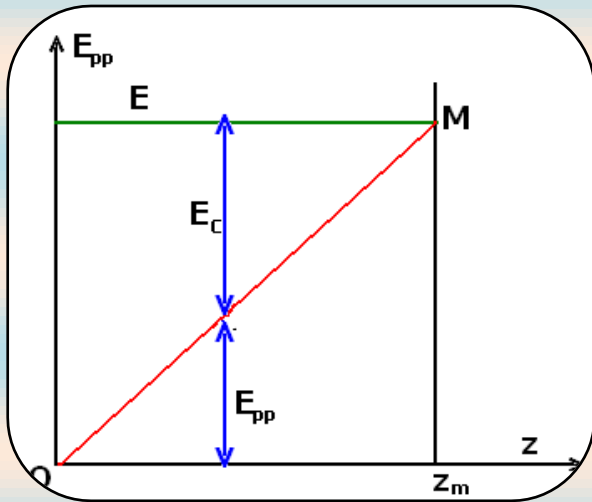
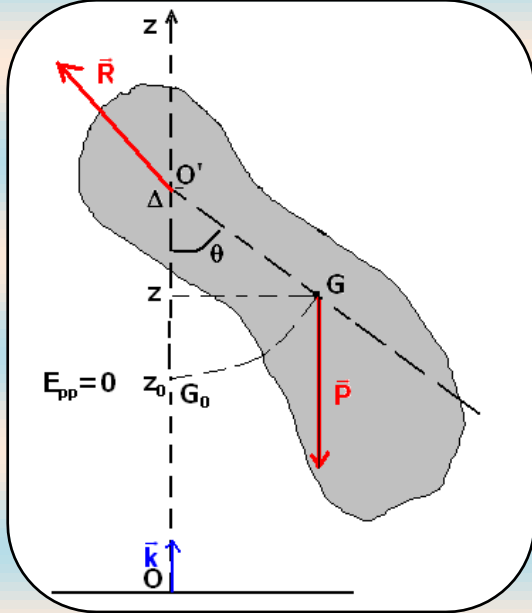
$$E_{pp} = mgz$$

$$E_m = g(z) = cte$$

$$E_m - E_{pp} = E_c$$

الطاقة الحركية إما موجبة أو منعدمة.

في النقطة M $E_{pp} = mgz_M$ و $E_C = 0$



$$E_m = E_{pp} = mgz_M$$

أي أن z لا يمكنها أن تتجاوز z_M يعني أن $z < z_M$

$$E_C = E_m = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \text{ و } E_{pp} = 0 \text{ : النقطة } O$$

عندما تزداد z تنقص الطاقة الحركية E_C تزداد طاقة الوضع E_{pp} إلى أن تصبح $z = z_m$ فيتوقف الجسم أي أن $E_C = 0$

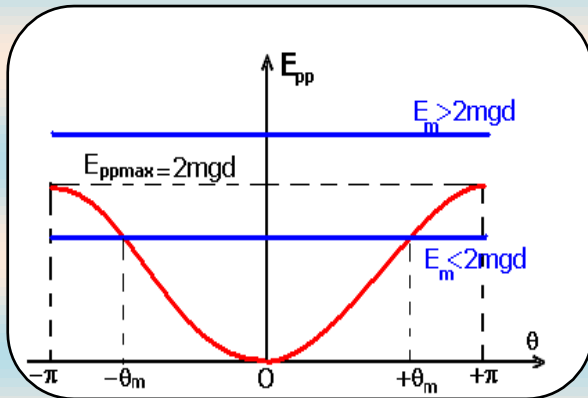
ب - حالة النواس الوازن

طاقة الوضع الثقالية للنواس الوازن نختار كحالة مرجعية $E_{pp} = 0$ بالنسبة $z = z_0$ في هذه الحالة $E_{pp} = mgd(1 - \cos \theta)$

مخططات الطاقة

الطاقة الميكانيكية وهي ثابتة بالنسبة للنواس الوازن $E_m = E_{pp} + E_C$

$$E_{pp} = mgd(1 - \cos \theta) \text{ طاقة الوضع الثقالية } E_{pp} = f(\theta) \text{ حساب تغيرات } E_{pp}(\theta)$$



$$\frac{dE}{d\theta} = mgd \sin \theta = 0 \Leftrightarrow \sin \theta = 0$$

$$\theta = \pi \text{ أو } \theta = -\pi$$

$$-\pi \leq \theta \leq \pi$$

$$0 \leq E_{pp} \leq 2mgd$$

الحالة الأولى:

$$E_m > 2mgd \text{ و } E_m = E_{pp} + E_C \text{ أي أن } E_C > 0$$

وبالتالي فالنواس الوازن لا يتوقف ويمكنه ان يدور حول المحور (Δ)

الحالة الثانية:

$$E_m < 2mgd \text{ أي أن } E_C = E_m - E_{pp} \text{ وبما أن } E_C \geq 0 \text{ في هذه الحالة}$$

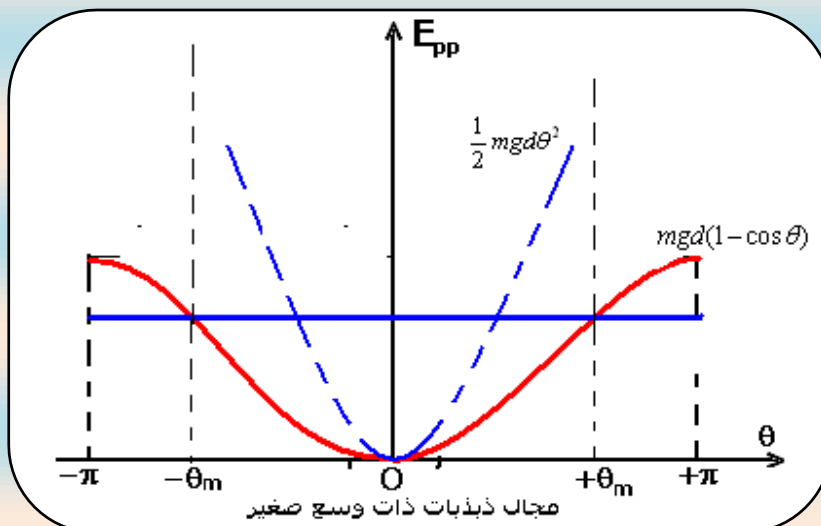
تتعدم الطاقة الحركية للنواس الوازن بالنسبة لقيمتين θ_m و $-\theta_m$ في

هذه الحالة للمجموعة حركة تذبذبية حرة وغير مغمدة تتحول خلالها

$$\Delta E_C = -\Delta E_{pp} \text{ الطاقة الحركية إلى طاقة وضع ثقالية .}$$

في حالة ذبذبات ذات وسع صغير $\sin \theta \approx \theta$ و $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_p = mgd \left(1 - 1 + \frac{\theta^2}{2} \right) = mgd \frac{\theta^2}{2}$$



المظاهر الطاقية : تمارين

التمرين 1

نقذف كرة بليارد كهربائي كتلتها $m = 55g$ بواسطة نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة وصلابة $k = 14N/m$ وطول أولي $\ell_0 = 12cm$.

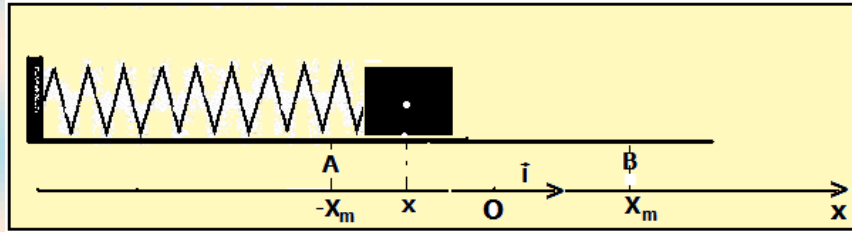
1 - قبل قذف الكرة ، يكون النابض مضغوطة حيث طوله يساوي $\ell_0 / 2$. أحسب في هذه الحالة E_{pe} طاقة الوضع المرنة المخزونة في النابض عند انضغاطه .

2 - أثناء قذف الكرة يمنح النابض طاقته المخزونة كليا . ما شكل الطاقة التي اكتسبتها الكرة ؟

3 - استنتج السرعة القصوى لإرسال الكرة .

التمرين 2

نعتبر المجموعة الميكانيكية { جسم - نابض } الممثلة في الشكل جانبه . حيث k صلابة النابض و m كتلة الجسم الصلب . يتذبذب الجسم بين الموضعين A و B أفصولهما $-X_m$ و $+X_m$ أنظر الشكل



المعادلة الزمنية للحركة هي : $x = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \Phi\right)$

1 - أكتب تعبير السرعة $v(t)$

2 - حدد أفاصيل مواضع النقط عندما تكون السرعة $v(t)$ قصوى و عندما تكون منعدمة .

3 - 1 أكتب تعبير الطاقة الحركية $E_C(t)$ للجسم الصلب خلال حركته .

3 - 2 بين أن الطاقة الحركية تكتب على الشكل التالي : $E_C = \frac{1}{2}kX_m^2 \left(1 - \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \Phi\right)\right)$

4 - 1 استنتج تعبير الطاقة الحركية بدلالة x و X_m و k

4 - 2 أفاصيل مواضع النقط عندما تكون الطاقة الحركية $E_C(t)$ قصوى و عندما تكون منعدمة . هل هذه النتيجة تتوافق مع نتائج السؤال 2 ؟

5 - التعبير المحصل عليه في السؤال (4 - 1) هو الفرق بين مقدارين أي طاقتين ، طاقة تتعلق ب x وطاقة ثابتة .

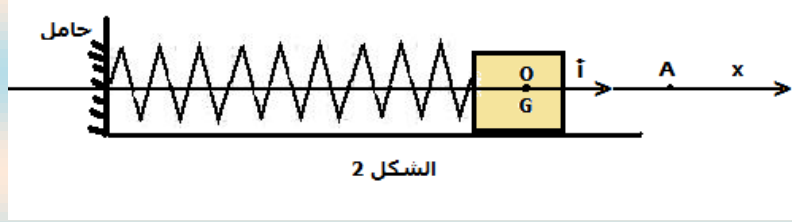
باعتماد قانون انحفاظ الطاقة ، اعط اسم كل من هاتين الطاقتين .

التمرين 3 : تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

المجموعة الميكانيكية المتذبذبة هي مجموعة ميكانيكية تنجز حركة دورية ذهابا وإيابا حول موضع توازنها المستقر .

يتكون نواس مرن أفقي من جسم صلب (S) كتلته m ، مثبت بطرف نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K .

الطرف الآخر للنابض مثبت في حامل ثابت كما يبين الشكل (2) .

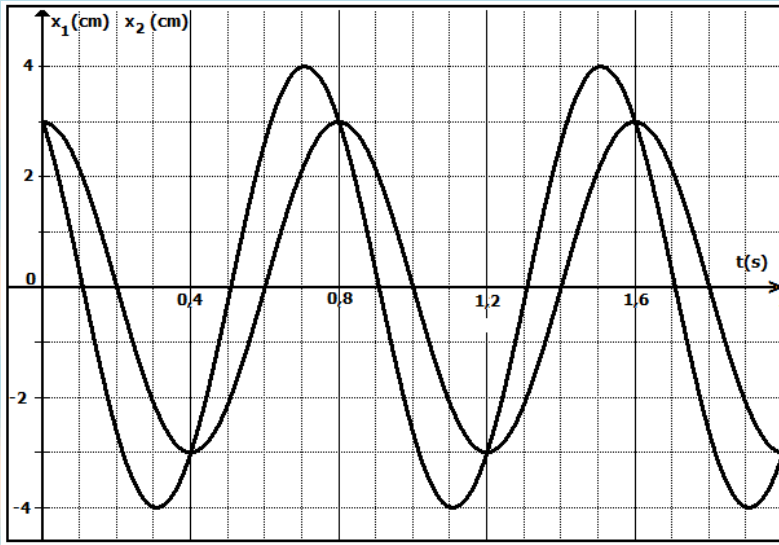


عند التوازن ، ينطبق مركز القصور G للجسم (S) مع الأصل O لمعلم الفضاء $(O, \vec{i})$.
نزح الجسم (S) عن موضع توازنه في المنحنى الموجب إلى أن ينطبق مركز قصوره G مع النقطة A تبعد عن O بمسافة d
نعتبر الحالتين التاليتين :

- الحالة الأولى : نحرر الجسم (S) عند النقطة A ، بدون سرعة بدئية ، عند اللحظة $t = 0$.
- الحالة الثانية : نرسل الجسم (S) انطلاقاً من النقطة A في المنحنى السالب ، بسرعة $\vec{v}_A$ ، عند اللحظة $t = 0$.
- في الحالتين ينجز الجسم (S) حركة تذبذبية حول موضع توازنه O .
- 1 – أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفعال x لمركز القصور G .

2 – أوجد التعبير الحرفي للدور الخاص T_0 للمتذبذب ليكون حل المعادلة التفاضلية هو : $x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi\right)$

3 – نحصل ، بواسطة جهاز ملائم ، على منحنى تطور الأفعال x_1 و x_2 لمركز قصور الجسم (S) ، تباعاً ، في الحالتين الأولى والثانية ، كما يبين الشكل (3) .



عين معللاً جوابك ، المنحنى الموافق لحركة المتذبذب في الحالة الأولى .

4 – نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية ،

ونرمز لوسع حركته ب x_{m2} وللتطور عند أصل التواريخ ب ϕ_2 .

4 – 1 حدد نمم الميكان الممثل في الشكل (3) قيمة المسافة d وقيمة الوسع x_{m2} .

4 – 2 بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية ،

بين أنه يمكن التعبير عن الوسع x_{m2} بالعلاقة :

$$x_{m2} = \sqrt{\frac{mv_A^2}{K} + d^2}$$

4 – 3 أوجد تعبير $\tan \phi_2$ بدلالة d و x_{m2}

التمرين 4

يتكون متذبذب مرن من جسم صلب ذي كتلة $m = 250 \text{ g}$ مشدود بطرف نابض لفاته غير متصلة ، وكتلته مهمة ، وصلابته

$$k = 10 \text{ N/m}$$

يمكن للجسم أن يتذبذب أفقياً فوق ساق . ندرس

حركة G مركز قصور تاجسم على المحور

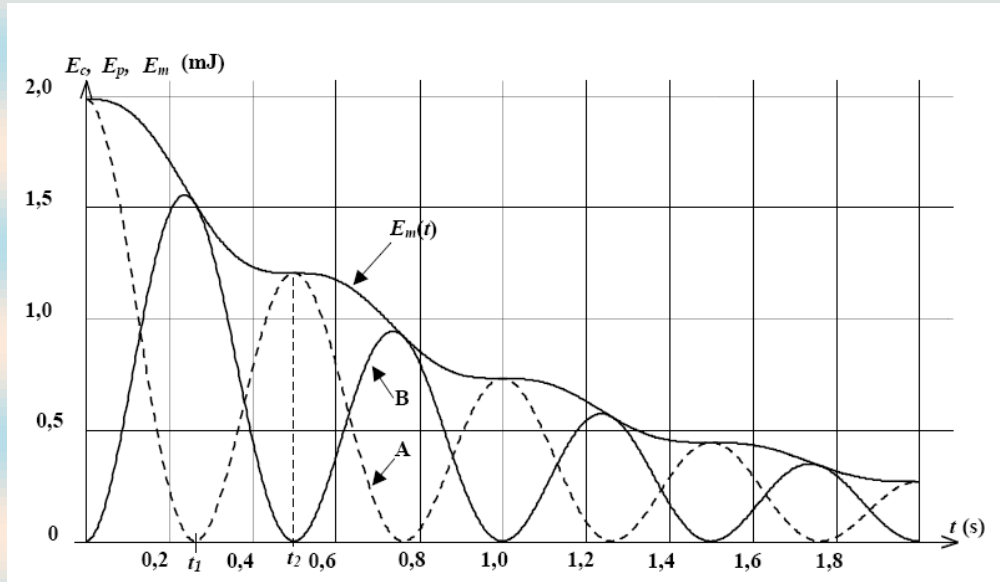
الأفقي $(O, \vec{i})$ لمعلم $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ متعامد

وممنظم ومرتبب بمرجع أرضي ، ونمعلم موضعه

بالأفعال x . تنطبق النقطة O مع G_0 موضع G عند التوازن .

الاحتكاكات غير مهمة ، إذ نعتبر أن قوى الاحتكاك مكافئة لقوة وحيدة

$$\vec{f} = -\mu \vec{v}$$



- 1 - باستعمال الوثيقة (1) عين شبه الدور T للذبذبات وقارنه مع T_0 الدور الخاص للنواس .
- 2 - ماذا يمثل المنحنيان (أ) و (ب) في الوثيقة الأولى ؟
- 3 - كيف تفسر تناقص الطاقة الميكانيكية E_m للمتذبذب .
- 4 - أ - ما سرعة G عند اللحظتين t_1 و t_2 ؟ علل جوابك .
ب - استنتج قيمة الشدة f عند هاتين اللحظتين .
ج - علل شكل المنحنى E_m .

التمرين 5

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 1 - نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الشكل أسفله والمتكون من :

- نابض R لفاته غير متصلة ، ومثلته مهمة وصلابته k
- جسم صلب S_1 كتلته m_1 .

نزيح الجسم S_1 عن موضع توازنه ، في المنحنى الموجب ، بمسافة x_0 ثم نحرره بدون سرعة بدئية في اللحظة $t = 0$
نختار كمرجع لطاقة الوضع المرنة ، الموضع الذي يكون فيه النابض غير مشوه ومرجعا لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من G .

- 1 - أعط تعبير الطاقة الحركية للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض} .

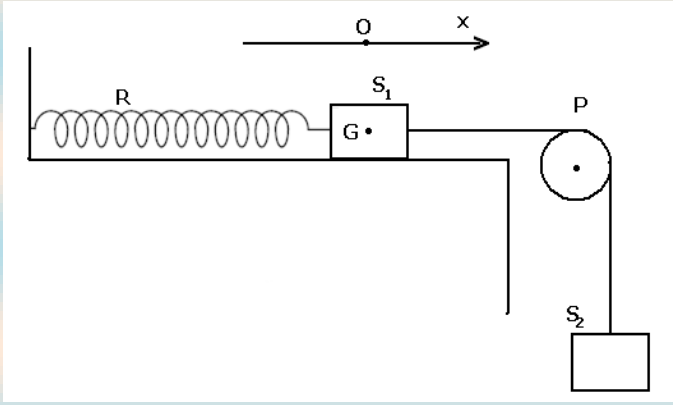
- 2 - أعط تعبير طاقة الوضع للمجموعة {الجسم S_1 ، النابض} . واستنتج تعبير طاقتها الميكانيكية في لحظة t بدلالة k و x و

$$\frac{dx}{dt}$$

- 3 - أثبت المعادلة التفاضلية لحركة المتذبذب المرن اعتمادا على هذه الدراسة الطاقة .

- II - ثبت المتذبذب المرن الأفقي السابق ، بطرف خيط

غير قابل الامتداد وكتلته مهمة يمر دون انزلاق بمجرى بكرة (P) شعاعها r وكتلتها M ، ونعلق بالطرف



الآخر جسما صلبا (S_2) كتلته $m_2 = m_1 = m$. أنظر الشكل
عزم قصور البكرة J_A بالنسبة للمحور الأفقي المار من
مركزها هو $J_A = \frac{1}{2}Mr^2$ حيث $M = 2m$.

- 1 - حدد بدلالة المقادير اللازمة إطالة النابض عند التوازن .
- 2 - نزع الجسم (S_2) نحو الأسفل بمسافة z_m ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$. يمثل الشكل أسفله تسجيل حركة نقطة من S_1 بالسلم الحقيقي ، خلال مدد زمنية متساوية ومتتالية $\tau = 40ms$.

2 - 1 عين الدور T_0 للمتنذب .

2 - 2 عين الوسع x_m لحركة S_1 .

- 3 - باعتمادك على العلاقة الأساسية للتحريك بين أن المعادلة التفاضلية لحركة الجسم S_1 تكتب على الشكل

$$\ddot{x} + \frac{1}{3} \frac{k}{m} x = 0 \quad \text{التالي :}$$

(x أفصول مركز قصور الجسم S_1 عند اللحظة t)

- 4 - أكتب المعادلة الزمنية لحركة S_1 .

5 - حدد صلابة النابض k علما أن $m = 200g$

التمرين 6 . الدراسة الطاقية لنواس وازن

نعتبر نواسا وازنا ينجز تذبذبات حرة باحتكاكات مهملة.

النواس المدروس عبارة عن ساق متجانس AB ، كتلتها m

وطولها $AB = \ell = 60,0cm$ ، يمكنها الدوران في مستوى

رأسي حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر من طرفها A (الشكل 2).

عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) هو : $J_A = \frac{1}{3}m \cdot \ell^2$ ، ندرس حركة النواس في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

نمعلم في كل لحظة موضع النواس بأفصوله الزاوي θ وهو الزاوية التي تكونها الساق مع الخط الرأسى المار من النقطة G_0 موضع مركز القصور G للساق AB ، عند التوازن المستقر ، مرجعا لطاقة الوضع الثقالية ($E_p = 0$) .

نقبل في حالة التذبذبات الصغيرة أن : $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ (θ بالراديان) ونأخذ $g = 9,80m.s^{-2}$.

1 - المعادلة التفاضلية لحركة النواس

1 - بين أن تعبير طاقة الوضع الثقالية E_p للساق AB يكتب على الشكل التالي : $E_p = m \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta)$.

1 - 2 اكتب ، في حالة التذبذبات الصغيرة ، تعبير الطاقة الميكانيكية E_m للساق ، عند لحظة t ، بدلالة g و ℓ و θ و $\frac{d\theta}{dt}$.

1 - 3 استنتج المعادلة التفاضلية للحركة التي يحققها الأفصول الزاوي θ في حالة التذبذبات الصغيرة.

2 - الدراسة الطاقية

نعطي للساق AB ، انطلاقا من موضع توازنها المستقر ، سرعة بدئية تمكنها من اكتساب طاقة ميكانيكية E_m . يعطى الشكل

3 مخطط تطور كل من طاقة الوضع الثقالية E_p والطاقة الميكانيكية E_p للساق AB في تجربتين مختلفتين حيث يتم إرسال

العارضة انطلاقا من موضع توازنها المستقر في كل مرة بسرعة بدئية معينة فتكتسب بذلك طاقتين ميكانيكيتين مختلفتين:

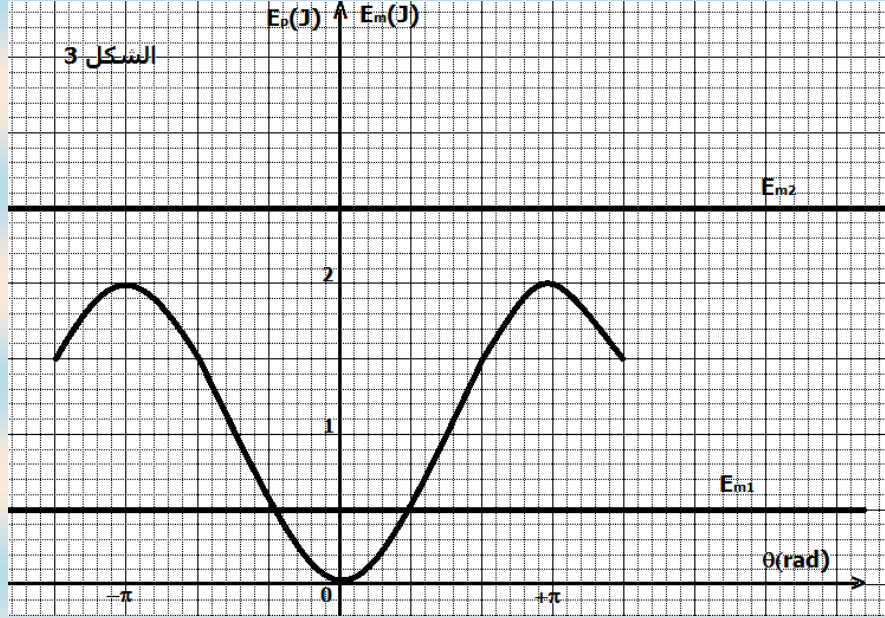
- في التجربة 1 : $E_m = E_{m1}$

- في التجربة 2 : $E_m = E_{m2}$.

2 - 1 اعتمادا على المبيان الشكل 3 حدد طبيعة حركة الساق AB خلال كل تجربة.

2 - 2 عين، ميانيا، القيمة القصوى للأفصول الزاوي θ للنواس خلال التجربة 1 . استنتج الكتلة m للساق.

2-3- خلال التجربة 2 تتغير الطاقة الحركية للساق بين قيمة دنيا $E_C(\min)$ وقيمة قصوى $E_C(\max)$ أوجد قيمة كل من $E_C(\min)$ و $E_C(\max)$



التمرين 7

ثبت في أحد طرفي قضيب طوله $\ell = 40\text{cm}$ جسما صلبا (A) كتلته $m = 10\text{g}$ بحيث يمكن اعتباره نقطة مادية.

يمكن للقضيب أن يدور في مستوى رأسي بدون احتكاك، حول محور $\bullet$ أفقي وثابت يمر من النقطة O .

نهمل كتلة القضيب بالنسبة لكتلة الجسم (A) فنحصل على نواس عزم قصوره بالنسبة للمحور (Δ) : $J_{\Delta} = m\ell^2$

1 - نزح القضيب عن موضع توازنه الرأسي بزاوية θ_m ثم نطلقه بدون سرعة بدئية .

أ - بتطبيق العلاقة الأساسية للحرك، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي θ .

برهن على أن حركة الجسم (A) دائرية جيبية في حالة التذبذبات ذات الوسع الضعيف .

ب - يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

- انطلاقا من الشروط البدئية حدد φ .

- باستعمال المعادلة التفاضلية وحلها ، أوجد تعبير الدور الخاص T_0 لهذا النواس .

واحسب قيمة T_0 .

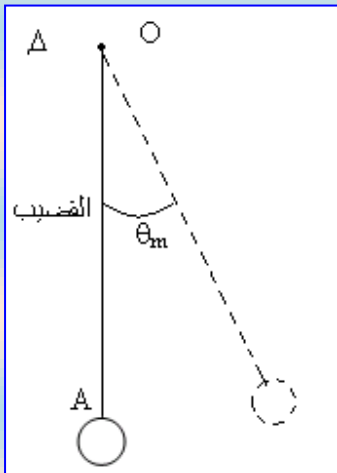
2 - نعتبر المجموعة {الجسم (A) - القضيب، الأرض}.

أ - برهن على أن الطاقة الحركية للمجموعة تساوي الطاقة الحركية للجسم (A).

ب - أعط تعبير هذه الطاقة بدلالة ℓ ، m ، والسرعة الزاوية $\dot{\theta}$ للقضيب .

ج - أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة بدلالة m و g و θ .

• زاوية انحراف القضيب مع وضعه الرأسي.



نختار كمرجع لطاقة الوضع المستوى الأفقي المار من (A) في حالة توازن القضيب.

د - عين تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة بدلالة m و g و m_0 .

3 - نعتبر من جديد القضيب في وضعه الرأسي (التوازن المستقر), نعطى

للجسم (A) سرعة بدئية أفقية 0.2 m/s .

أ - بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد الزاوية القصوى لانحراف القضيب بالنسبة لوضعه الرأسي.

- ما السرعة الدنوية التي يجب إعطاؤها للجسم (A) لكي يصل القضيب إلى وضع توازنه غير المستقر .

- صف حركة المتذبذب إذا فاقَت السرعة V_A قيمة هذه السرعة الدنوية . نعطى : $g=10 \text{ m/s}^2$

التمرين 8

نعتبر قرصا (D) متجانسا كتلته $M = 0,4 \text{ kg}$

وشعاعه $R = 0,1 \text{ m}$ ، قابلا للدوران بدون احتكاك حول محور (Δ) أفقي ومتعامد مع المستوى الرأسي للقرص والمار من

مركزه C . عزم القصور للقرص بالنسبة لمحور

الدوران (Δ) هو $J_\Delta = \frac{1}{2} MR^2$. ثبت في نقطة A

من محيط القرص جسما صلب (B) أبعاده مهمة

وكتلته $m = \frac{M}{4}$.

نعتبر المجموعة $\{S_1\}$ المتكونة من القرص (D)

من الجسم (B) ، عزم قصورها بالنسبة للمحور (Δ) هو $J = J_\Delta + mR^2$.

1 - ندير المجموعة $\{S_1\}$ انطلاقا من موضع توازنها المستقر بزاوية θ_1 جد صغيرة في المنحنى الموجب ، ونحررها بدون سرعة بدئية في لحظة

نعتبرها أصلا للتواريخ

في كل لحظة ، نمعلم موضع الجسم (B) بالزاوية θ التي يكونها CA مع الخط الرأسي المار من النقطة O . أنظر الشكل .

1 - 1 بتطبيق العلاقة الأساسية للتحريك ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المجموعة $\{S_1\}$ تكتب على الشكل التالي :

$$J\ddot{\theta} + \frac{g}{3R}\theta = 0 \text{ حيث } g \text{ شدة الثقالة .}$$

1 - 2 هذه المعادلة التفاضلية تقبل حلا لها على الشكل التالي : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

استنتج تعبير الدور الخاص T_0 واحسب قيمته . نعطى $g = 10 \text{ m/s}^2$

1 - 3 أكتب المعادلة الزمنية لهذه الحركة بدلالة θ_1 و t .

2 - نعتبر المستوى الأفقي المار من O مرجعا لطاقة الوضع الثقالية لهذه المجموعة .

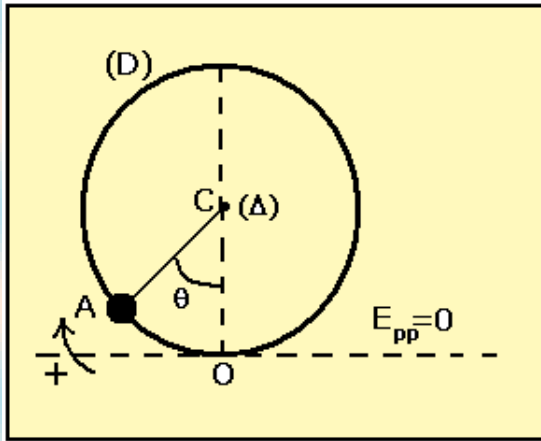
1 - 2 أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للمجموعة $\{S_1\}$ بدلالة $m, R, \theta_1, g, T_0, t$. نعطى $1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

2 - 2 بين أن تعبير الطاقة الحركية E_C للمجموعة $\{S_1\}$ يكتب على الشكل التالي : $E_C = \frac{3}{2}mv^2$ حيث v السرعة الخطية

للجسم (B) في اللحظة t .

2 - 3 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للمجموعة $\{S_1\}$ بدلالة m, R, θ_1, g .

2 - 4 استنتج قيمة الزاوية θ_1 علما أن القيمة القصوى للطاقة الحركية E_C للمجموعة $\{S_1\}$ هي $E_{C\max} = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

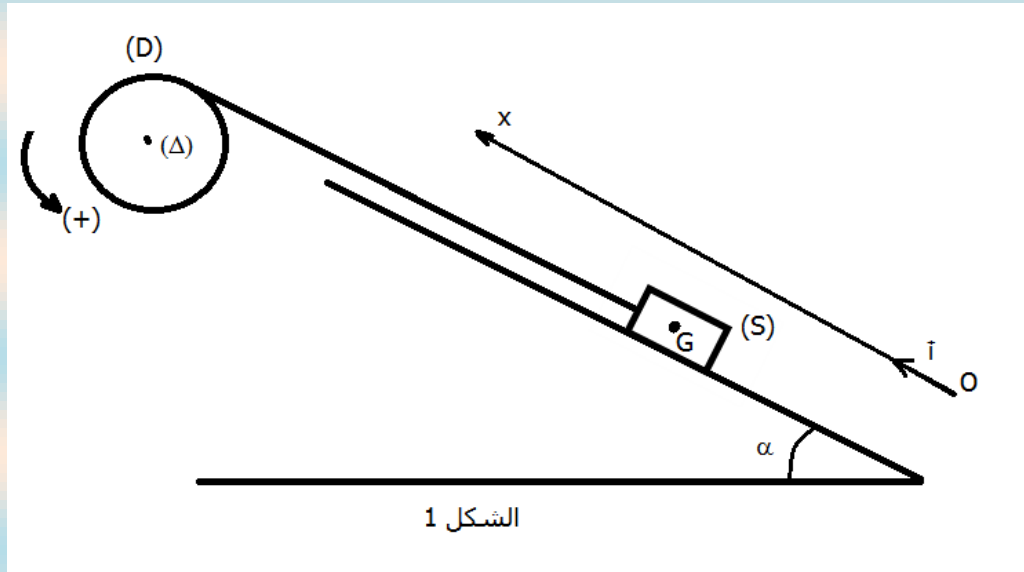


التمرين 10 بكالوريا 2007 علوم تجريبية

نهمل جميع الاحتكاكات ونأخذ $g = 10 \text{ m/s}^2$

1 - نعتبر قرصا متجانسا (D) ، شعاعه $r = 10 \text{ cm}$ ، قابلا

للدوران حول محور أفقي ثابت (Δ) منطبق مع محور تماثله . نلف حول القرص خيطا ، غير قابل الامتداد ، كتلته مهملة ولا ينزلق على القرص ، ثبت بطرفه الحر جسما صلبا (S) كتلته $m = 0,5 \text{ kg}$. الجسم (S) قابل الانزلاق على سطح مائل بالزاوية $\alpha = 30^\circ$. بالنسبة للمستوى الأفقي (الشكل 1) ، نطبق ، بواسطة محرك ، على القرص (D) مزدوجة محرك عزمها M ثابت ، فينطلق مركز القصور G للجسم S بدون سرعة بدئية من الموضع O لينتقل وفق المحور $(0, \vec{i})$ بتسارع ثابت $a = 2 \text{ m/s}^2$.



1 - 1 حدد طبيعة حركة كل من الجسم (S) والقرص (D) .

1 - 2 أكتب المعادلة $x(t)$ لحركة G باتخاذ الموضع O أصلا للأفاصيل واللحظة التي تأخذ فيها سرعة (S) القيمة 1 m/s أصلا للتواريخ .

1 - 3 أحسب عند اللحظة $t = 0,5 \text{ s}$ التسارع المماسي a_T والتسارع

المنظمي a_N لنقطة من محيط القرص .

1 - 4 أوجد قيمة العزم M للمزدوجة المحركة .

نأخذ $J_\Delta = 9 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

II - نأخذ القرص (D) وثبت في مركزه أ سلك لي رأسي ، كتلته

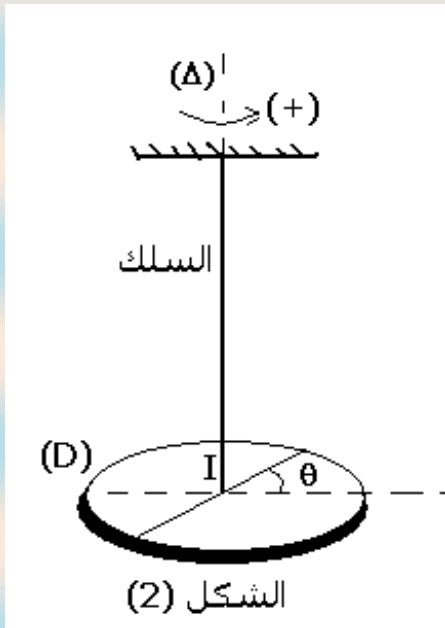
مهملة وثابتة له C فنحصل على متذبذب الشكل (2)

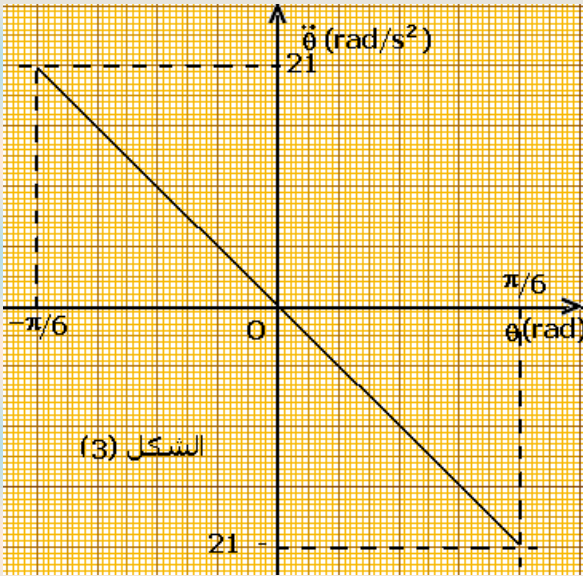
ندير القرص (D) بزاوية θ_m ، انطلاقا من موضع التوازن ($\theta = 0$) حيث السلك غير ملتو ، ثم نحرر القرص بدون سرعة بدئية ، فينجز حركة تذبذبية حول محور

رأسي (Δ') منطبق مع محور السلك . عزم قصور القرص

بالنسبة للمحور (Δ') هو $J_{\Delta'} = 9.10^{-3} \text{ kg.m}^2$. نعتبر موضع التوازن حالة

مرجعية لطاقة الوضع اللي ($E_{pt} = 0$) ،





1 - اعتمادا على الدراسة الطاقية ، أثبت المعادلة التفاضلية لحركة القرص (D) .

2 - يمثل منحنى الشكل (3) تغيرات التسارع الزاوي للقرص بدلالة الأفصول الزاوي θ . أوجد اعتمادا على الميكان ، قيمة كل من الوسع θ_m والدور الخاص T_0 لحركة المتذبذب واستنتج ثابتة اللي للسلك C .

3 - أحسب الطاقة الميكانيكية للمتذبذب . نأخذ $\pi^2 = 10$

التمرين 11 (بكالوريا 2009 العلوم الفيزيائية)

تستعمل المتذبذبات الميكانيكية في مجالات صناعية مختلفة وبعض الأجهزة الرياضية واللّعب وغيرها . ومن بين هذه المتذبذبات الأرجوحة التي نعتبرها كنواس .

يتأرجح طفل بواسطة أرجوحة مكونة من عارضة يستعملها كمقعد ، معلقة بواسطة حبلين مشدودين إلى حامل ثابت .

ننمذج المجموعة { الطفل + الأرجوحة } بنواس بسيط يتكون من

حبل ، غير مدود كتلته مهملة وطوله ℓ ، وجسم صلب (S) كتلته m .

النواس قابل للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت ومتعامد مع المستوى الرأسي . عزم قصور النواس بالنسبة لمحور

الدوران (Δ) هو : $J_\Delta = m\ell^2$.

المعطيات : شدة الثقالة $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ، طول الحبل $\ell = 3 \text{ m}$ ؛ كتلة الجسم (S) : $m = 18 \text{ kg}$ ؛

نأخذ في حالة التذبذبات الصغيرة : $\sin \theta \approx \theta \text{ (rad)}$ و $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ (rad)

نهمل أبعاد (S) بالنسبة لطول الحبل وجميع الاحتكاكات .

1 - الدراسة التحريكية :

نزح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية $\theta_m = \frac{\pi}{20} \text{ rad}$ في المنحى

الموجب ونحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t = 0$.

نمعلم موضع النواس عند اللحظة t بالأفصول الزاوي θ الذي يكونه النواس

مع الخط الرأسي المار من النقطة O حيث $\theta = (\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM})$ (أنظر الشكل)

1 - بين ، بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران حول

محور ثابت ، أن المعادلة التفاضلية لحركة النواس ، في معلم غاليلي

مرتبط بالأرض ، تكتب على الشكل : $\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \theta = 0$

1 - 2 أحسب الدور الخاص T_0 للنواس .

1 - 3 أكتب المعادلة الزمنية لحركة النواس .

1 - 4 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني ، أوجد تعبير الشدة

T لتوتر الحبل عند اللحظة t بدلالة m و g و θ و ℓ و v السرعة الخطية . احسب قيمة T عند اللحظة $t = T_0/4$.

2 - الدراسة الطاقية

نزود ، عند اللحظة $t = 0$ ، النواس السابق الذي يوجد في حالة سكون في

موضع توازنه المستقر بطاقة حركية قيمتها $E_C = 264,6 \text{ J}$ فيدور في المنحى الموجب .

2 - 1 نختار المستوى الأفقي الطي تنتمي إليه النقطة M_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية (أنظر الشكل)

أكتب تعبير طاقة الوضع الثقالية E_p للنواس عند لحظة t بدلالة m و g و θ و ℓ .

2 - 2 باعتماد الدراسة الطاقية ، حدد القيمة القصوى $\theta_{\max}$ للأفصول الزاوي .