## التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .
## السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية .

**تمرين 1**

نركب مكثفا مشحونا بين مربطي ثنائي قطب RL . الشكل (1) .

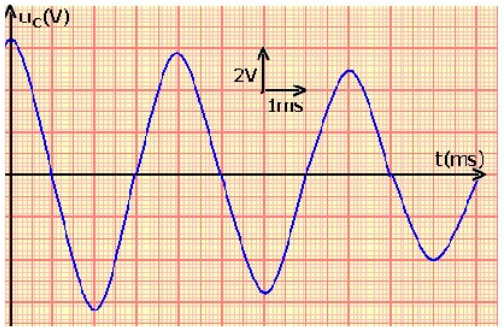
يمثل الشكل (2) تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف .

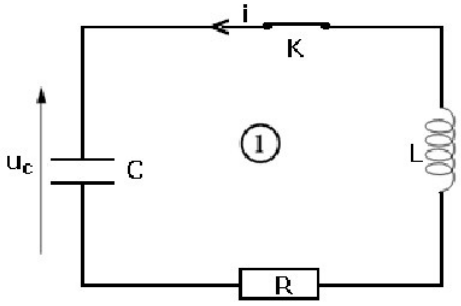
1 ـ انقل الشكل (1) وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر $u_C(t)$ .

2 ـ ما هو نظام التذبذبات ؟

3 ـ حدد شبه الدور T .

4 ـ علما أن سعة المكثف المستعمل هي C=1µF حدد معامل التحريض الذاتي للوشيعة . نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص .



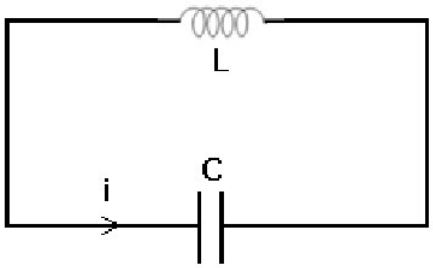

**تمرين 2**

نعتبر الدارة المكونة من مكثف سعته C ووشيعة معامل تحريضها الذاتي L وقاطع التيار K . المقاومة الكلية للدارة منعدمة . نشحن المكثف بحيث يحمل أحد لبوسيه كمية الكهرباء $Q_0$ ثم نغلق قاطع التيار K .

1 ـ أرسم تبيانة التركيب التجريبي .

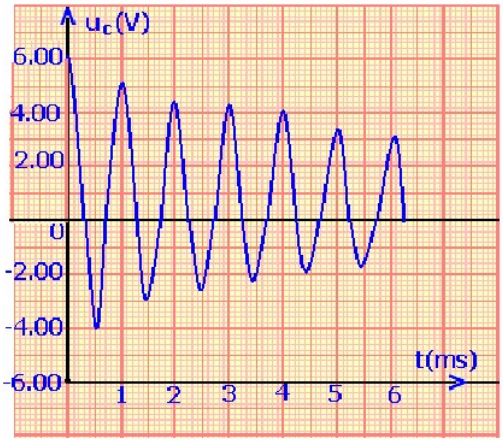
2 ـ حدد تعبير i(t) علما أن / $q(t) = Q_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

3 ـ عبر عن الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t بطريقتين .




**تمرين 3**

نعتبر مكثفا سعته C=47,0nF مشحونا مسبقا تحت توتر مستمر $U_0$=6,0V . نصل مربطي المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي L=65mH ومقاومتها مهملة ، المنحى الموجب لمرور التيار الكهربائي ممثل في الشكل أسفله :




1 ـ أنقل التبيانة ومثل عليها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل .

2 ـ اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ .

3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ . حدد قيمتي $U_m$ و $T_0$ .

**تمرين 4**

نشحن مكثفا سعته C=0,25µF بواسطة مولد قوته الكهرمحركة E=6,0V ، ونركبه عند اللحظة t=0 بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .

نعاين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف ، فنحصل على الشكل أسفله :

Moutamadris.ma

# الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .
## تمارين

**تمرين 1**

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

**تمرين 2**

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بmA ) :

i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

**تمرين 3**

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته R=24Ω .

ـ مكثف سعته C .

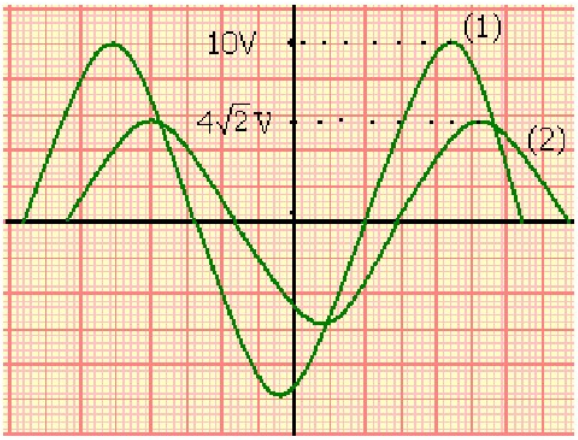
ـ وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r .

نغذي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن $U_m$=10V والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi_{i/u})$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل $Y_1$ التوتر u(t) وفي المدخل $Y_2$ التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .




على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة ( تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي )

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}Volt$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب $U_m$ ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

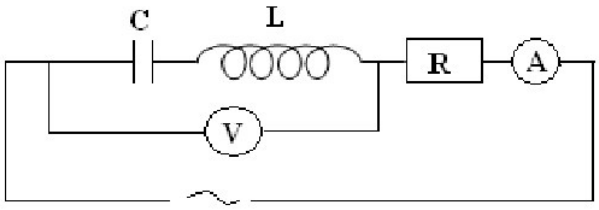
4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

**تمرين4**

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5μF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغذي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي




Moutamadris.ma

$u(t) = 20\cos 2\pi Nt$ . فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة $N_0$ نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد $N_0$ .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة لـ $N=N_0$ .

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C ) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة لـ $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة $(N_0)$ .

1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

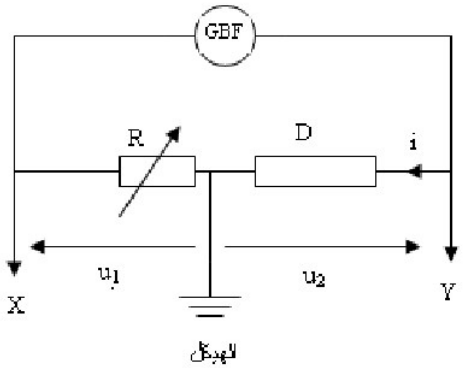
2 ـ نضبط التردد N على قيمة $N_1$ =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو :

$i(t) = I\cos(\omega_1 t + \varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور $\varphi$ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهذه الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة $N_1$ . ـ

**تمرين 5**

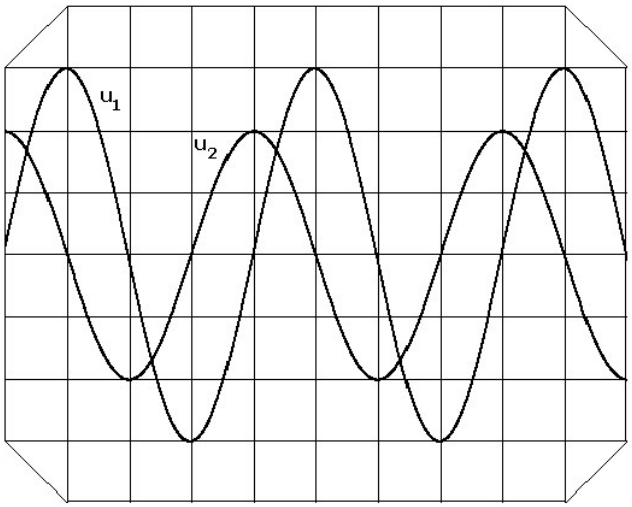



تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$ .

1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D . فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .

وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على $5.10^{-3}$s/div. و الحساسية الرأسية على 1V/div. .




1 ـ1 حدد مبيانيا :

أ ـ القيمتين القصويتين $U_{1m}$ و $U_{2m}$ للتوترين $u_1$ و $u_2$ ,

ب ـ طور $u_2$ بالنسبة لـ i(t) تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن $R=300\Omega$ .

2 ـ استنتج التعبير $u_1(t)$ ,$u_2(t)$ , i(t) .

**تمرين 6**

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t) = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب $D_1$ و $D_2$ :

$D_1$ موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$ .

$D_2$ وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية $R_2$ .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي $D_1$ إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي $D_2$ تشير إلى $U_2=30V$ .

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة $Z_2$ للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L و$R_2$ .

4 ـ احسب فرق الطور $\varphi_2$ للتوتر بالنسبة للشدة i(t) .

5 ـ أحسب فرق الطور $\varphi_1$ للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة i(t) .

Moutamadris.ma

# الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .

## تمارين

### تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

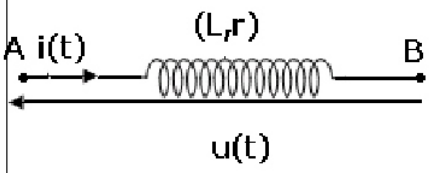
1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

الجواب :

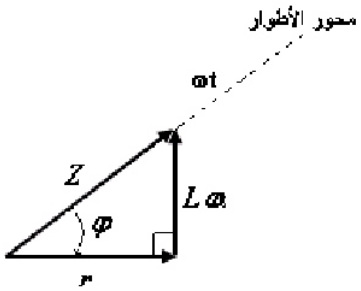
1 ـ ممانعة الدارة




حسب إنشاء فرينل لدينا بين مربطي الوشيعة نضع $u(t) = ri(t) + L\frac{di}{dt}$

$$i(t) = I_m \cos(100\pi t + \varphi)$$

$$10\sqrt{2}\cos 100\pi t = rI_m \cos(100\pi t + \varphi) + L\omega I_m \cos\left(100\pi t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$




$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ بحيث أن $r = 10\Omega, L = 0,1H$ و $\omega = 100\pi$

$$Z = 104,8\Omega$$

2 ـ طور الشدة اللحظية i بالنسبة للتوتر u هو : $\varphi = -\varphi_{i/u}$

$\tan\varphi = \frac{L\omega}{r} = \frac{0,1.100\pi}{10} = \pi$ أي أن $\varphi = 72,34°$ أو

$$\varphi = \frac{2\pi}{5} rad$$

$$\varphi_{i/u} = -\frac{2\pi}{5} rad$$

3 ـ تعبير الشدة اللحظية i هو :

نحسب $I_m$ . نطبق العلاقة $U_m = ZI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{Z} = 0,13A$ وبالتالي :

$$i(t) = 0,13\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{5}\right)$$

### تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (ب mA ) : i(t)=13.5cos300t

نعطي $R=110\ \Omega$ . و $L=250mH$ و $C=12\mu F$

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

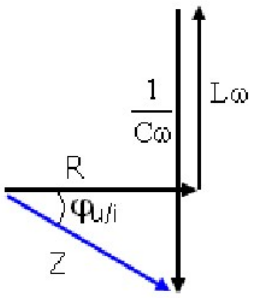
2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$ .

الجواب :

إنشاء فرينل للدارة R,L,C

هل الدارة حثية أم كثافية ؟ في هذه الحالة نقارن بين Lω و $\frac{1}{C\omega}$ بحيث أن ω=300rad/s

Moutamadris.ma




$L\omega = 75$ و $\frac{1}{C\omega} = 277,7$ وبالتالي $\frac{1}{C\omega} > L\omega$ أي أن الدارة كثافية

وإنشاء فرينل سيكون على الشكل التالي :

1 ـ حساب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب R,L,C

نطبق العلاقة التالية :

$$U_m = ZI_m \Rightarrow U = ZI$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2} = 230,7\Omega$$

ولدينا I=9,54mA وبالتالي $U = 2,2V$

2 ـ حساب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر :

$\varphi_{i/u} = 0,37\pi$ أي أن $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0,40$

**تمرين 3**

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته R=24Ω .

ـ مكثف سعته C .

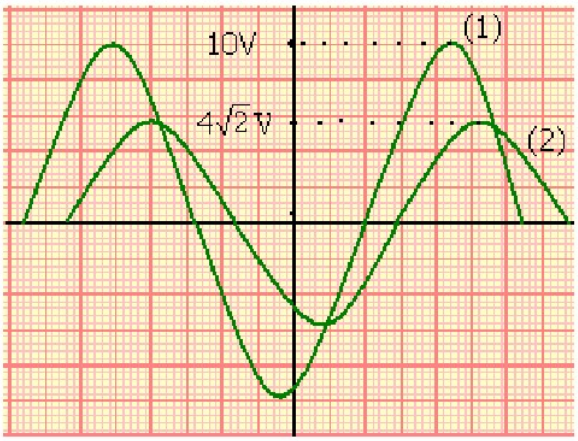
ـ وشيعة معامل تحريضها L =1H ومقاومتها الداخلية r .

نغدي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن $U_m$=10V والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi_{i/u})$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل $Y_1$ التوتر u(t) وفي المدخل $Y_2$ التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .




على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة ( تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي )

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}Volt$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب $U_m$ ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

الجواب :

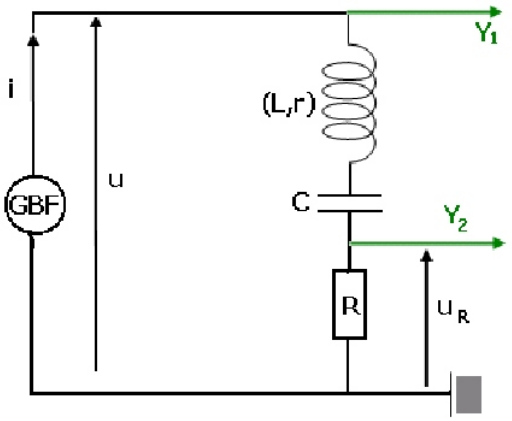
1 ـ تبيانة التركيب التجريبي وكيفية ربط راسم التذبذب . أنظر الشكل جانبه .

2 ـ 1 ـ لنبين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) التوتر بين مربطي الدارة :

نقارن التوترين القصويين لكل من $u_R(t)$ التي توجد في المدخل $Y_2$ و u(t) التي توجد في المدخل $Y_1$

حسب قانون أوم لدينا : $U_{mR} = RI_m$ و $U = ZI_m = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.I_m$

Moutamadris.ma




وبمقارنة R مع Z يتبين أن $R < Z$ أي أن $U_{mR} < U$ ومن خلال المنحنيين يتبين أن المنحنى ذي التوتر القصوي الأكبر هو المنحنى (1) وبالتالي فإن المنحنى (1) يمثل u(t) .
بما أن u(t) متقدمة في الطور على i(t) ( $u_R(t)$ ) فإن $\varphi_{u/i} > 0$ ، نستنتج أن الدارة تحريضية $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ .

2 ـ 2 القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I :
من خلال المنحنى (2) لدينا

$$U_{mR} = R.I_m \Rightarrow U_{Rm} = RI\sqrt{2}$$

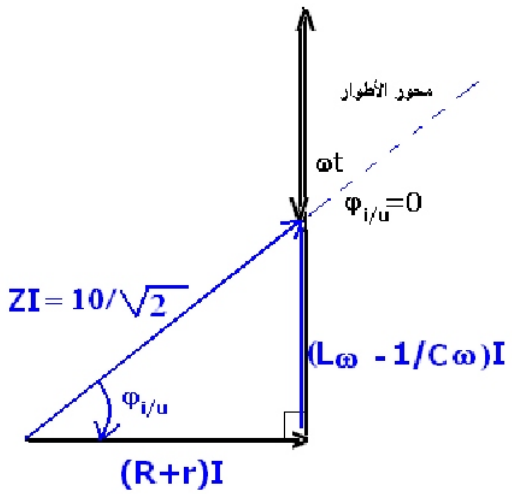
$$I = \frac{U_{Rm}}{R\sqrt{2}}$$

تطبيق عددي : $I = \frac{4\sqrt{2}}{24\sqrt{2}} = 0,17A$

الطور $\varphi_{i/u} = -\varphi_{u/i}$ ومن خلال المنحنيين لدينا $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T}$

وبالتالي فإن $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{0,6\times 2\pi}{4,8} = \frac{\pi}{4}$ $\varphi_{i/u} = -\frac{\pi}{4}$

3 ـ إنشاء فرينل باختيار السلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}V$




ملاحظات مهمة :

بما $\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{4}$ سيكون الشكل المحصل عليه بواسطة إنشاء فلاينل مثلث متساوي الأضلاع وقائم الزاوية أنظر الشكل . وكذلك لدينا

$$tan\,\varphi_{i/u} = 1 \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R + r$$

بالنسبة للسلم :

$$U = ZI = \frac{10}{\sqrt{2}}V$$

$$(R+r)I = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I$$

أ ـ نستنتج المقاومة r :

من خلال الشكل نحسب $cos\,\varphi_{u/i} = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Z\,cos\,\varphi - R$

تطبيق عددي : $r = 30 - 24 = 6\Omega$

ب ـ سعة المكثف C :

$$(R+r) = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - (R+r)$$

$$C\omega = \frac{1}{L\omega - (R+r)} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega(L\omega - (R+r))}$$

Moutamadris.ma

تطبيق عددي : $C=\frac{1}{\omega\left(L\omega-(R+r)\right)}=0,6\mu F$

4 ـ 1 ـ بما u(t) و $u_R(t)$ على توافق في الطور فالظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين .

4 ـ 2 بما أن الدارة تحريضية وباعتبار $\left(L\omega_1-\frac{1}{C\omega_1}>0\Rightarrow LC\omega_1^2>1\Rightarrow LC\omega_1^2>LC\omega_0^2\Rightarrow\omega_1>\omega_0\right)$

أن $N_0$ التردد عند الرنين فإن $N_1>N_0$ أي أنه للحصول على ظاهرة الرنين يجب أن ننقص من التردد .

**تمرين4**

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5µF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغدي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي $u(t)=20\cos 2\pi Nt$ . فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

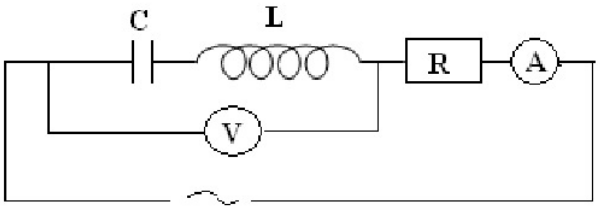
1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة $N_0$ نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد $N_0$ .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة لـ $N=N_0$ .

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C ) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة لـ $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة ($N_0$) .




1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

2 ـ نضبط التردد N على قيمة $N_1$ =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو : $i(t)=I\cos(\omega_1 t+\varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهده الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة $N_1$ . ـ

**الجواب :**

1 ـ تفسير إشارة الفولطمتر :

بين مربطي الوشيعة والمكثف لدينا حسب قانون إضافية التوترات $u_1(t)=u_L(t)+u_C(t)$

نعتبر أن $Z_1$ ممانعة هذا الجزء من الدارة ، $U_1=Z_1I$ بحيث أن $Z_1=L\omega-\frac{1}{C\omega}$

وبما ان التوتر المشار إليه من طرف الفولطمتر منعدم فإن

$$U_1=Z_1I=\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right).I=0\Rightarrow L\omega=\frac{1}{C\omega}$$

وبالتالي ستكون الدارة مقرا لظاهرة الرنين عند $N=N_0$ أي أن انعدام التوتر هو نتيجة لظاهرة الرنين .

نستنتج قيمة $N_0$ :

$$N_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}=100Hz$$

1 ـ 2 تعبيري الشحنة q(t) و i(t) بالنسبة لـ $N=N_0$ :

نعلم أن $i(t)=I\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\varphi_{i/u}\right)$

بما أن الدارة في حالة الرنين : $\varphi_{i/u}=0$

Moutamadris.ma

لدينا كذلك أن Z=R أي أن U=RI وبالتالي : $I=\frac{U}{R}=\frac{U_m}{R\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}A=0,707A$

إذن $i(t)=2\cos(200\pi t)$

نستنتج q(t) :

نعلم أن

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=\int_0^t i(t)$$

$$q(t)=\int_0^t i(t)dt=\int_0^t \cos(200\pi t)dt$$

$$q(t)=\frac{2}{200\pi}\sin(200\pi t)$$

1 ـ 3 تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب عند التردد N :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow\xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

1 ـ 4 لنبين أن الطاقة الكلية ثابتة عند الرنين :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow\xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

$$i(t)=I_m\cos(\omega_0 t),q(t)=-\frac{I_m}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow\omega_0^2=\frac{1}{LC}$$

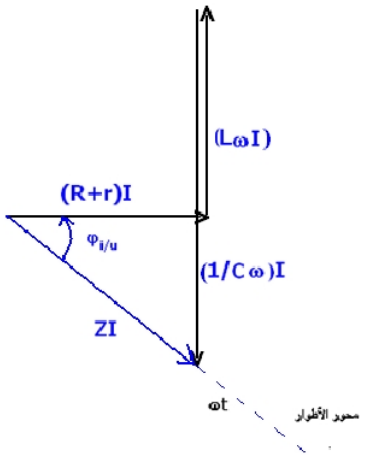
$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\cos^2(\omega_0 t)+\frac{1}{2}I_m^2\frac{\sin^2(\omega_0 t)}{C\omega_0^2}$$

$$L=\frac{1}{C\omega_0^2}\Rightarrow\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\left(\cos^2(\omega_0 t)+\sin^2(\omega_0 t)\right)$$

$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2$$

تطبيق عددي :

$\xi_t=1J$




1 ـ 5 معامل الجودة أو معامل فوق التوتر هو : $Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{L\omega_0}{R}$

حساب معامل الجودة : $Q=\frac{L\omega_0}{R}=31,4$

2 ـ نضبط التوتر على N=90Hz أي أن $N<N_0$ :

2 ـ 1 نحسب المقادير التالية :

$$L\omega_1=283,\frac{1}{C\omega_1}=354\Rightarrow\frac{1}{C\omega_1}>L\omega_1$$

إنشاء فرينل أنظر الشكل جانبه .

حساب I :

Moutamadris.ma

$$U = Z.I$$

لدينا العلاقة التالية : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)} = 71,7\Omega$

$$I = \frac{U}{Z} = 0,2A$$

حساب $\varphi_{i/u}$

$$tan\ \varphi_{i/u} = \frac{\left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)}{R} = 7,1$$

$$\varphi_{i/u} = 82° = 1,43rad$$

بما أن $\frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$ فإن الدارة كثافية .

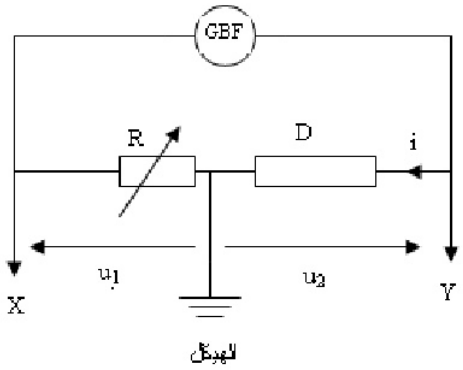
2 ـ 2 معاكل القدرة : $cos\ \varphi = 0,94$

القدرة المتوسطة المستهلكة من طرف الدارة : $\mathcal{P}_m = RI^2 = 10 \times 0,04 = 0,4J$

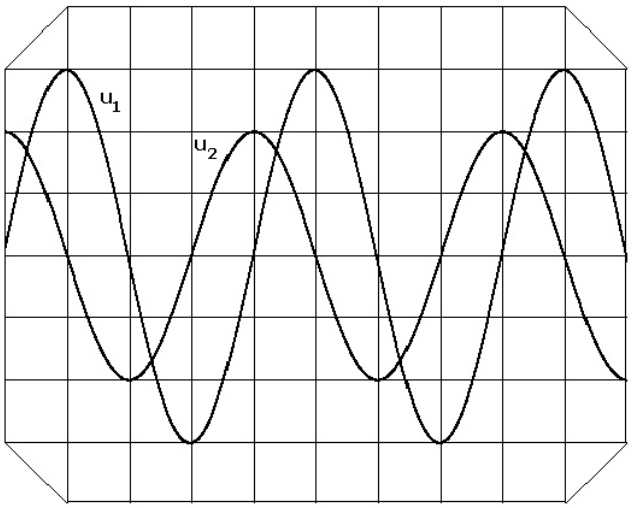
**تمرين 5**

تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$ .




1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D .
فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .
وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على
$5.10^{-3}$s/div. و الحساسية الرأسية على
1V/div. .




1 ـ 1 حدد مبيانيا :
أ ـ القيمتين القصويتين $U_{1m}$ و $U_{2m}$ للتوترين $u_1$ و $u_2$ ,
ب ـ طور $u_2$ بالنسبة ل $i(t)$ تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .
1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D
علما أن $R=300\Omega$ .
2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$, $u_1(t)$ , $i(t)$ .

الجواب :

1 ـ القيمة القصوية $U_{1m}$

$$U_{1m} = S_y.y_1$$
$$= 1 \times 3V$$

القيمة القصوية $U_{2m}$

$$U_{2m} = S_y.y_2$$
$$= 1 \times 2V = 2V$$

Moutamadris.ma

2 ـ الطور $u_2$ بالنسبة لـ$i(t)$

حسب الشكل يلاحظ أن $u_2(t)$ متقدمة في الطور على $u_1(t)$ بحيث أن $\varphi_{u_2/u_1}=\frac{\pi}{2}$ ولذينا كذلك $u_1(t)=-Ri(t)$ أي أن $\varphi_{u_2/i}=-\varphi_{u_2/u_1}=-\frac{\pi}{2}$ وبالتالي أن طبيعة ثنائي القطب D هو مكثف

3 ـ المقدار الذي يميز ثنائي القطب D :

$$U_2=Z_C I \Rightarrow U_2=\frac{U_1}{RC\omega} \Rightarrow C=\frac{U_1}{U_2 R\omega}=16\mu F$$

4 ـ تعبير الشدة $i(t)$ و $u_1(t)$ و $u_2(t)$

$$u_1(t)=-Ri(t) \Rightarrow i(t)=-\frac{1}{R}u_1(t)$$

بناءا على شكل المنحنى $u_1(t)=U_{1m}\cos\omega t$ بحيث أن $\omega=\frac{2\pi}{T}$ وحسب المنحنى فإن $T=K_x.x$

بحيث أن $K_x$ الحساسية الأفقية أو سرعة الكسح $K_x=5.10^{-3}s/div$ و $x=4div$

أي أن $T=20.10^{-3}s$ وبالتالي $\omega=\frac{2\pi.10^3}{20}=100\pi rad/s$

و $U_{1m}=3V$ وبالتالي فإن $u_1(t)=3\cos 100\pi t$ ومنه $i(t)=-10^{-2}\cos 100\pi t$

بالنسبة لـ $u_2(t)=2\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$

**تمرين 6**

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t)=40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب $D_1$ و $D_2$ :

$D_1$ موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$ .

$D_2$ وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية $R_2$ .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي $D_1$ إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي $D_2$ تشير إلى $U_2=30V$ .

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة $Z_2$ للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L و$R_2$ .

4 ـ احسب فرق الطور $\varphi_2$ للتوتر بالنسبة للشدة $i(t)$ .

5 ـ أحسب فرق الطور $\varphi_1$ للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة $i(t)$ .

الجواب :

1 ـ الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB :

عند تركيب الفولطمتر بين مربطي ثنائي القطب $D_1$ وهو موصل أومي مقاومته R=7□ لدينا حسب قانون أوم $U_1=R_1 I$ بحيث أن I الشدة الفعالة للتيار $I=\frac{U_1}{R_1}=2A$.

2 ـ حساب الممانعة $Z_2$ للوشيعة : عندما نركب الفولطمتر بين مربطي الوشيعة تكون العلاقة كالتالي :

$$U_2=Z_2 I \text{ أي أن } Z_2=\frac{U_2}{I}=15\Omega$$

بالنسبة للممانعة Z لثنائي القطب AB . حسب المعطيات التوتر الفعال المطبق بين مربطي ثنائي القطب AB هو $U=40V$ ( انطلاقا من المعادلةالزمنية لـu(t)) وحسب قانون أوم

$$U=ZI \Rightarrow Z=\frac{U}{I}=20\Omega$$

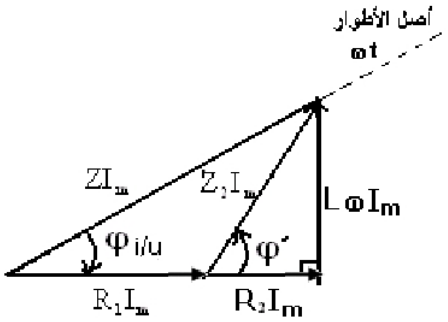
Moutamadris.ma

3 ـ إنشاء فرينل بالنسبة لممانعات الدارة :

المعادلة التفاضلية هي على الشكل التالي

$$ZI_m \cos(100\pi t) = R_1 I_m \cos(100\pi t + \varphi_{i/u}) + Z_2 I_m \cos(100\pi t + \varphi')$$

بالنسبة لإنشاء فرينل نختار أصل الأطوار متطابق مع $ZI_m$




حساب القيم L و $R_2$

$$Z^2 = (R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2 \quad (1)$$

$$Z_2^{\,2} = R_2^{\,2} + (L\omega)^2 \quad (2)$$

(1)-(2) نحصل على

$$Z^2 - Z_2^{\,2} = R_1^{\,2} + 2R_1R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{Z^2 - Z_2^{\,2} - R_1^{\,2}}{2R_1}$$

تطبيق عددي : $R_2$=9Ω

ومن المعادلة (2) نحصل على معامل التحريض L :

$$L^2\omega^2 = Z_2^{\,2} - R_2^{\,2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_2^{\,2} - R_2^{\,2}}$$

تطبيق عددي: L= 0,0382H

4 ـ فرق الطور $\varphi_2$ للتوتر $u_2$ بالنسبة للشدة i(t)

نحسب $\tan\varphi_2 = \frac{L\omega}{R_2}$

تطبيق عددي $\varphi_2$=0,93rad

5 ـ فرق الطور $\varphi_1 = \varphi_{u/i}$ حسب تمثيل فرينل

$$\tan\varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1 + R_2} = 0,75 \Rightarrow \varphi_1 = 0,64\text{rad}$$

Moutamadris.ma

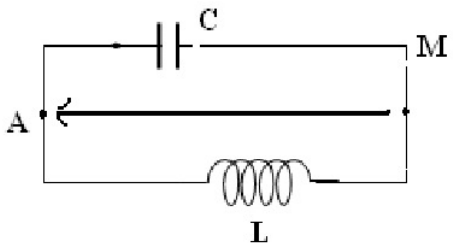
1 ـ ما نظام الذبذبات الملاحظ ؟
2 ـ كيف تفسر خمود هذه الذبذبات ؟
3 ـ أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف .
4 ـ عين مبيانيا شبه الدور T للذبذبات .
5 ـ نعتبر المقاومة r منعدمة .
5 ـ 1 أكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ .
5 ـ 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$ . ما تعبير كل من $U_m, \varphi, \alpha$ ؟
5 ـ 3 استنتج تعبير كل من الشحنة q(t) للمكثف وشدة التيار i(t) المار في الدارة .
5 ـ 4 أعط تعبير الدور الخاص $T_0$ للذبذبات .
6 ـ أحسب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة ، علما أن شبه الدور T يساوي شبه الدور الخاص $T_0$ .
7 ـ لصيانات الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولد يزودها بتوتر $u_g = R_0 i$ .
ما قيمة المقاومة $R_0$ التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبية ؟

**تمرين 5**

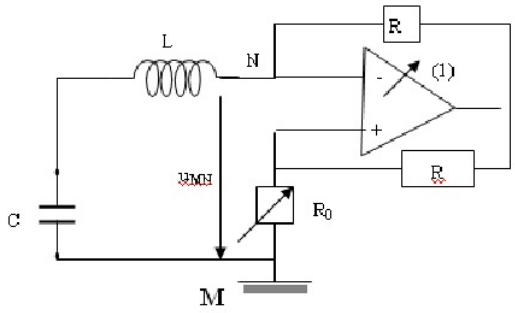
نعتبر مكثفا سعته C مشحونا تحت توتر E .
عند اللحظة t=0 نربط المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
1 ـ نعتبر مقاومة الوشيعة مهملة .
1 ـ 1 أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف .
1 ـ 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = E\cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$ . أوجد تعبير الطاقة الكلية $\xi_t$ وبين أنها ثابتة .
2 ـ في الحقيقة ، مقاومة الوشيعة r غير مهملة .
2 ـ 1 أوجد ، في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ .
2 ـ 2 باستعمال هذه المعادلة بين أن : $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$ حيث : $\xi_t$ الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t و i شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة t . ماذا تستنتج ؟

**تمرين 6**

نشحن مكثف سعته C=0.1µF تحت توتر $U_0$=12V تم نركبه عند اللحظة t=0 بين مربطي وشيعة ذات معامل تحريض L=1.0H ومقاومة نفترض أنها مهملة.




1 ـ اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف q) q شحنة اللبوس المرتبط بالنقطة A )
2 ـ عبر عن الشحنة q بدلالة الزمن t
3 ـ احسب الدور الخاص $T_0$ ثم مثل التوتر $u_{AM}$ بدلالة الزمن في المجال $[0ms, 6ms]$




4 ـ في هذه الحالة نأخذ بعين الاعتبار مقاومة الوشيعة بحيث قيمتها r=350Ω ولصيانة التذبذبات ننجز التركيب التالي :
أ ـ ما اسم المركبة (1) في هذا التركيب ؟
ب ـ باعتبار أن المضخم العملياتي كاملا بين أن $u_{MN} = -R_0 i$ .
ما هي القيمة الدنوية للحصول على تذبذبات مصانة ؟

**تمرين 7**

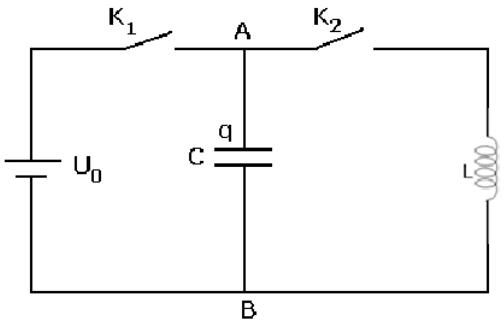
نعتبر التركيب الممثل في الشكل أسفله
حيث L=0,8H و C=0,4µF و $U_0$=12V .
نحتفظ بقاطع التيار $K_2$ مفتوحا ونغلق قاطع التيار $K_1$ ثم نفتحه بعد لحظات .

Moutamadris.ma

1 ـ أحسب الشحنة القصوى للمكثف وعين على التبيانة اللبوس الذي يحمل الشحنة الموجبة .

2 ـ عند اللحظة t=0 نفتح قاطع التيار $K_1$ ونغلق قاطع التيار $K_2$ .

2 ـ 1 حدد عند اللحظة t=0 قيمة التوتر $u_0$ للتوتر $u_{AB}$ وقيمة الشدة $i_0$ للتيار في الدارة LC .




2 ـ 2 أثبت المعادلة التفاضلية للدارة : $\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{1}{LC}u=0$

2 ـ 3 تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي : $u_C(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ . أحسب $\varphi, U_m$ .

2 ـ 4 حدد قيمة الدور الخاص $T_0$ واحسب عند اللحظات

$$T_0, \frac{3T_0}{4}, \frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{4}, 0$$

أ ـ شحنة q للبوس A .

ب ـ الشدة i للتيار في الوشيعة .

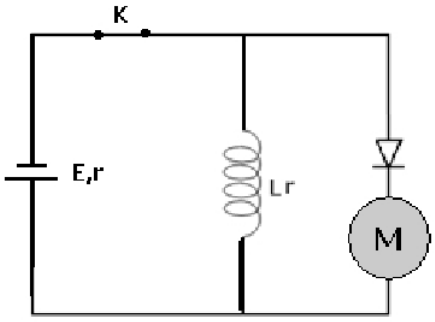
ج ـ مثل في نفس المبيان i(t) و q(t) .

2 ـ 5 عبر عن الطاقة الكهرساكنة $\xi_e$ والطاقة المغنطيسية $\xi_m$ بدلالة الزمن t .

مثل في نفس المبيان $\xi_e$ و $\xi_m$ علق على المنحنيين .

Moutamadris.ma

**تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة**




1 ـ

أ ـ عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب ـ الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج ـ الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2}LI^2 = 0,5.10^{-2}J$$

2

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0 \left(v_i = v_f = 0\right)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 ـ هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343.10^{-2}J$

مردود المحرك هو :

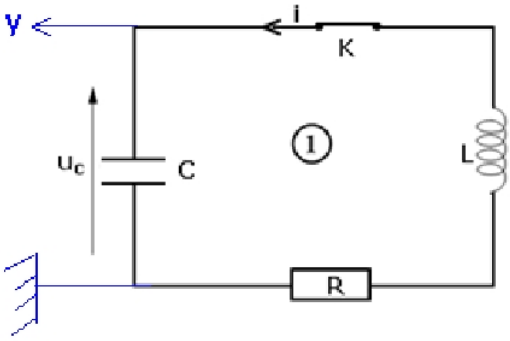
$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343.10^{-2}}{0,5.10^{-2}} = 67\%$$

## التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

**تمرين 1**

1 ـ الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$ :

أنظر الشكل جانبه




2 ـ نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 ـ تحديد شبه الدور من الشكل :

T=4ms

4 ـ تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :

لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات $T_0$

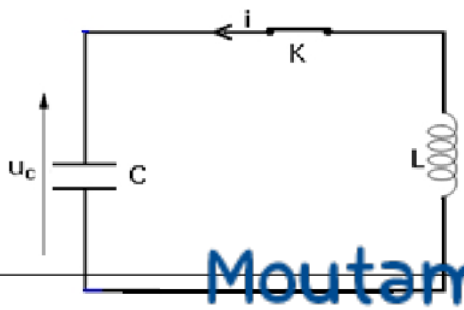
$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

**تمرين 2**

1 ـ تبيانة التركيب التجريبي :

أنظر الشكل




2 ـ تعبير i(t) :

Moutamadris.ma

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T}Q_0\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

3 ـ الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :

الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجمع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغنطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t=\xi_e+\xi_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

**تمرين 3**

1 ـ التمثيل على التبيانة لكل من $u_C$ و $u_L$ :

2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

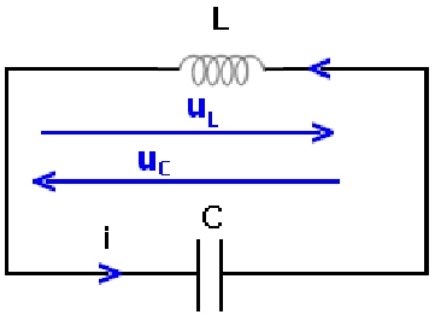
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_L=L\frac{di}{dt},i=\frac{dq}{dt},q=u_C.C$$

$$u_L=LC\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2q}{dt^2}+u_C=0\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$




3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ .

تحديد $U_m$ و $T_0$ :

تحديد $U_m$ :

عند اللحظة t=0 المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(o)=U_0=U_m\cos 0$

وبالتالي فإن $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص $T_0$ :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

$$u_C(t)=U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\Rightarrow\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)+\frac{1}{L.C}U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{L.C}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right)U_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0\Rightarrow\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{L.C}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=0,34ms$$

Moutamadris.ma

**تمرين 4**

1 ـ نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .

2 ـ تفسير خمود الذبذبات :

يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشيعة والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .

3 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

4 ـ تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : T=1ms .

5 ـ نعتبر المقاومة r للوشيعة منعدمة :

5 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

5 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

تعبير $U_m$ :

عند اللحظة t=0 لدينا : $u_c(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E}{U_m}$

في اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الوشيعة منعدمة :

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C.\omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C.\omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \ \text{ou} \ \varphi = \pi$$

$$\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\cos\varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E$

تحديد $\omega$

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثالية LC : $T_0 = T = 1ms$

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6\cos(2.10^3 \pi t)$$

Moutamadris.ma

5 ـ 3 تعبير q(t) :

نعلم أن

$$q(t)=C.u_c(t)=1,5.10^{-6}\cos(2000\pi t)$$

تعبير i(t) :

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=-3\pi.10^{-3}\sin(2000\pi t)$$

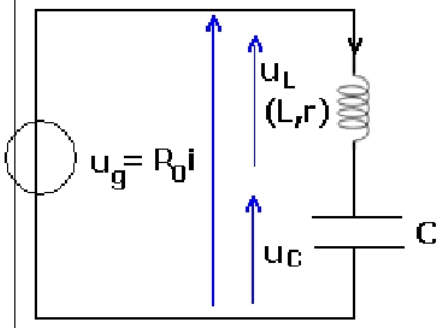
5 ـ 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}$$

6 ـ حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص $T_0$ :

$$T=T_0=2\pi\sqrt{L.C}\Rightarrow T_0^2=4\pi^2L.C$$

$$L=\frac{T_0^2}{4\pi^2.C}=0,1H$$




7 ـ قيمة المقاومة $R_0$ للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}\Rightarrow R_0i=ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r-R_0)i+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0\Rightarrow R_0=r\Rightarrow L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}=0$$

**تمرين 5**

1 ـ في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ :

$$u_L+u_C=0\Rightarrow L\frac{di}{dt}+u_C=0$$

$$i(t)=C\frac{du_C}{dt},\frac{di}{dt}=C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+u_C=0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{LC}u_C=0$$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الكلية $\xi_t$ :

Moutamadris.ma

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = -C\frac{2\pi E}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}LC^2\frac{4\pi^2E^2}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2L.C \Rightarrow L.C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2$$

2 ـ في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 ـ 1 المعادلة التي يحققها التوتر $u_C$ :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t)\frac{di}{dt} + Cu_C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_C\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = -\frac{r}{L}\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 = -ri^2$$

Moutamadris.ma

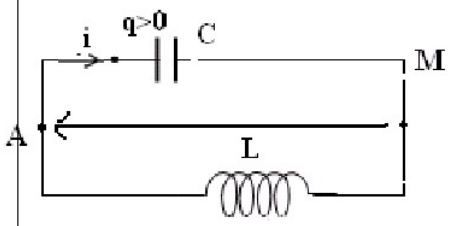
**تمرين 6**

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$u_{AM}=\frac{q}{C}$ وبين مربطي الوشيعة لدينا $u_{AM}=-L\frac{di}{dt}$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C}=-L\frac{d^2q}{dt^2}\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$$




2 ـ المعادلة الزمنية q(t) :

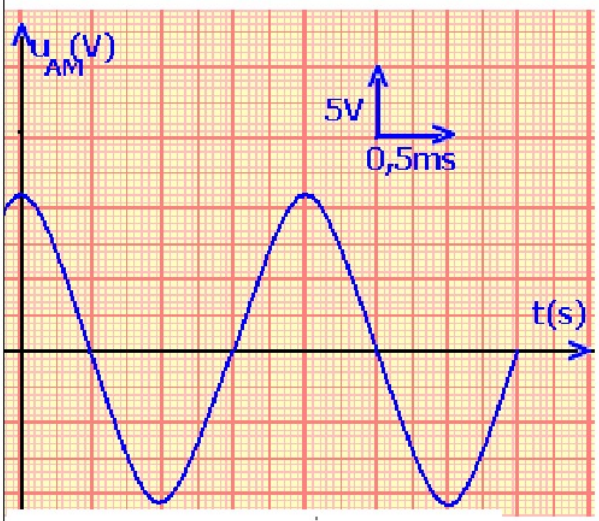
$q(t)=Q_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$ في اللحظة t=0 لدينا

$q(t)=Q_0=CU_0=1{,}2.10^{-6}C$ يعني أن $\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$ إذن

$$q(t)=1{,}2.10^{-6}\cos(3162t)$$

3 ـ حساب الدور الخاص $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$T_0=2ms$




تمثيل التوتر $u_{AM}$ . نعلم أن $u_{AM}=\frac{q}{C}=12\cos(3162t)$

4 ـ 1 اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

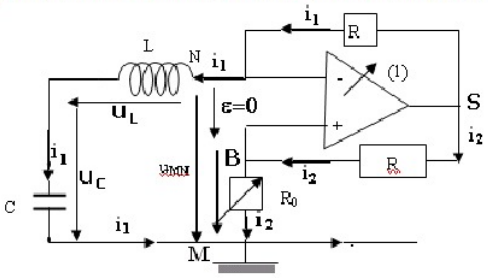
$u_{MN}=\varepsilon-R_0i_2=-R_0i_2$

من جهة أخرى أي أن $u_{NS}=u_{NB}+u_{BS}$

$-Ri_1=0-Ri_2$

وبالتالي $i_1=i_2=i$

أي أن $u_{MN}=-R_0i$




القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوترات بين M و N :

$$u_{MN}=u_L+u_C=-L\frac{di}{dt}-ri-\frac{q}{C}$$

$$-R_0i=-L\frac{di}{dt}-\frac{q}{C}-ri$$

$$L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}+(r-R_0)i=0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r-R_0=0\Rightarrow R_0=r=350\Omega$

Moutamadris.ma