المعلم في المستوى

فيما يلي المستوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم

تمرين 1

نعتبر النقط : $A(2;5)$ و $B(-4;0)$ و $C(0;2)$ و $D(-6;-3)$

1- حدد إحداثيتي كل من : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$

2- ما ذا تستنتج ؟

3- أنشئ النقط السابقة في معلم متعامد ممنظم (O,I,J)

تمرين 2

نعتبر النقط : $A(2;5)$ و $B(-4;0)$ و $C(0;2)$ و $D(-6;-3)$

1- حدد إحداثيتي كل من : E منتصف $[BC]$ و F منتصف $[AD]$

2- ما ذا تستنتج ؟

3- احسب BC و AD

4- هل الرباعي $ABDC$ مستطيل ؟ علل جوابك .

تمرين 3

نعتبر النقط : $A\left(-2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$ و $B(-1;-2)$ و $C(1;2)$

بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع

تمرين 4

نعتبر النقط : $A(2;1)$ و $B(0;-1)$ و $C(-1;4)$

1- احسب BC و AB و AC

2- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

تمرين 5

نعتبر النقط : $A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ و $C(0;3)$ و $D(a;b)$

حدد العددين a و b لكي يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

تمرين 6

نعتبر النقط : $A(-1;3)$ و $B(2;-6)$

حدد العددين إحداثيتي النقطة K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B

Moutamadris.ma

نلاحظ أن : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

و حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في C .

2) – لنحسب $\tan A\hat{B}C$:

لدينا ABC مثلث قائم الزاوية في B

إذن : $\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$.

و بما أن : $\left.\begin{matrix} AC^2 = 32 \\ BC^2 = 72 \end{matrix}\right\}$ و فإن : $\left.\begin{matrix} AC = \sqrt{32} \\ BC = \sqrt{72} \end{matrix}\right\}$

و منه فإن : $\tan A\hat{B}C = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{72}}$ ، أي : $\tan A\hat{B}C = \frac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{\tan A\hat{B}C = \frac{2}{3}}$.

3) – لنحسب مساحة المثلث ABC .

نضع S مساحة المثلث ABC .

لدينا إذن :

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{72}}{2} = \frac{4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{24 \times \sqrt{2}^2}{2} = \frac{24 \times 2}{2} = 24$$

و بالتالي فإن : $\boxed{S = 24\ cm^2}$.

❀ تمرين ④ :

1) – لنحدد إحداثيتي كل من A و B و C .

لدينا من خلال الشكل : $A(2;-1)$ و $B(-3;-3)$ و $C(-2;0)$.

2) – أ) – لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{AB}$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\ ; y_B - y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-3-2\ ; -3+1)$ ، أي : $\boxed{\overrightarrow{AB}(-5\ ; -2)}$

ب) – لنبين أن : $AB = \sqrt{29}$.

لدينا : $AB = \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

إذن : $\boxed{AB = \sqrt{29}}$.

3) – لنثبت أن : $(CD)\ //\ (AB)$.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-5\ ; -2)$.

و لدينا : $\overrightarrow{CD}(x_D - x_C\ ; y_D - y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CD}\left(\frac{1}{2}+2\ ; 1-0\right)$ ، أي : $\overrightarrow{CD}\left(\frac{5}{2}\ ; 1\right)$.

إذن : $\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\frac{-1}{2}\times(-5)\ ;\ \frac{-1}{2}\times(-2)\right)$ ، أي : $\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}\left(\frac{5}{2}\ ; 1\right)$ و منه فإن : $\overrightarrow{CD} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

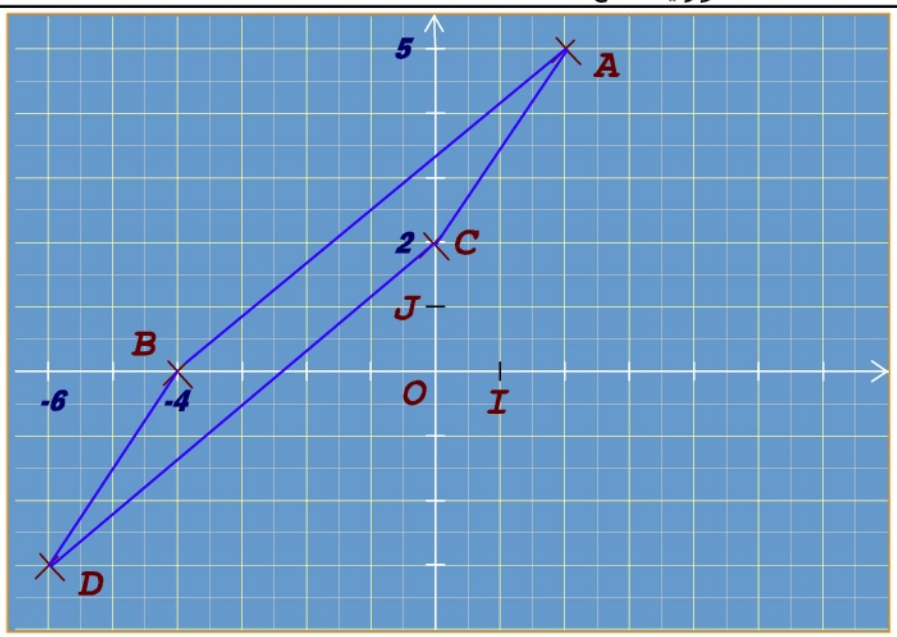
و بالتالي فإن : $(CD)\ //\ (AB)$.

Moutamadris.ma

تمرين 1

انتبه ← تعلق ←

$A(2;5)$ و $B(-4;0)$ و $C(0;2)$ و $D(-6;-3)$

-1	$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$ $\overrightarrow{AB}(-4-2,0-5)$ $\overrightarrow{AB}(\ -6\ ,\ -5)$	$\overrightarrow{CD}(x_D-x_C,y_D-y_C)$ $\overrightarrow{CD}(-6-0,-3-2)$ $\overrightarrow{CD}(\ -6\ ,\ -5)$
-2	بما ن لـ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ نفس الإحداثيات فإن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.	
-3		

تمرين 2

انتبه ← تعلق ←

$A(2;5)$ و $B(-4;0)$ و $C(0;2)$ و $D(-6;-3)$

-1	لدينا E منتصف $[BC]$ إذن : $x_E=\frac{x_B+x_C}{2}$ و $y_E=\frac{y_B+y_C}{2}$ منه : $x_E=\frac{-4+0}{2}=-2$ و $y_E=\frac{0+2}{2}=1$ بالتالي : $E(-2;1)$	لدينا F منتصف $[AD]$ إذن : $x_F=\frac{x_A+x_D}{2}$ و $y_F=\frac{y_A+y_D}{2}$ منه : $x_F=\frac{2+(-6)}{2}=-2$ و $y_E=\frac{5+(-3)}{2}=1$ بالتالي : $F(-2;1)$
-2	بما أن لـ E و F نفس الإحداثيات فهذا يعني أن لـ $[BC]$ و $[AD]$ نفس المنتصف بالتالي نستنتج أن : $ABDC$ متوازي أضلاع.	
- 3	لدينا : $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(0-(-4))^2+(2-0)^2}=\sqrt{(4)^2+(2)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$ و $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}=\sqrt{(-6-2)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{(-8)^2+(-8)^2}=\sqrt{64+64}=\sqrt{128}$	
-4	بما أن : $BC\neq AD$ فقطرا متوازي أضلاع $ABDC$ ليسا متقايسان، فهو إذن ليس بمستطيل	

Moutamadris.ma

4) – لنثبت أن النقطة $E(-8;-5)$ تنتمي إلى المستقيم (AB).

لدينا : $\overrightarrow{EA}(x_A-x_E\,;y_A-y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EA}(2+8;-1+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EA}(10;4)$.

و لدينا : $\overrightarrow{EB}(x_B-x_E\,;y_B-y_E)$ يعني أن : $\overrightarrow{EB}(-3+8;-3+5)$ ، أي : $\overrightarrow{EB}(5;2)$.

إذن : $2\overrightarrow{EB}(2\times5;2\times2)$ ، أي : $2\overrightarrow{EB}(10;4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{EA}=2\overrightarrow{EB}$

و بالتالي فإن : $E\in(AB)$.

تمرين ⑤ :

1) – لنثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(-4-2;1-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AB}(-6;-4)$.

و لدينا : $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D\,;y_C-y_D)$ يعني أن : $\overrightarrow{DC}(-2-4;-1-3)$ ، أي : $\overrightarrow{DC}(-6;-4)$.

إذن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و منه فإن : الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) – لنحدد إحداثيتي M .

لدينا M مركز الرباعي $ABCD$ يعني أن : M منتصف القطريين $[AC]$ و $[BD]$

و منه فإن : $M\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ يعني أن : $M\left(\frac{2-2}{2}\,;\frac{5-1}{2}\right)$ ، أي : $\boxed{M(0;2)}$.

3) – لنثبت أن النقطة $N(3;-3)$ تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

لدينا :

$$NA=\sqrt{(x_A-x_N)^2+(y_A-y_N)^2}=\sqrt{(2-3)^2+(5+3)^2}=\sqrt{1+64}=\sqrt{65}$$

و

$$NB=\sqrt{(x_B-x_N)^2+(y_B-y_N)^2}=\sqrt{(-4-3)^2+(1+3)^2}=\sqrt{49+16}=\sqrt{65}$$

إذن : $NA=NB$ و منه فإن : N تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

4) – لنثبت أن النقطة $F(6;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

لدينا : $\overrightarrow{BD}(x_D-x_B\,;y_D-y_B)$ يعني أن : $\overrightarrow{BD}(4+4;3-3)$ ، أي : $\overrightarrow{BD}(8;0)$.

و لدينا : $\overrightarrow{CF}(x_F-x_C\,;y_F-y_C)$ يعني أن : $\overrightarrow{CF}(6+2;-1+1)$ ، أي : $\overrightarrow{CF}(8;0)$.

إذن : $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CF}$ و بالتالي فإن : $F(6;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

5) – لنثبت أن النقط A و B و E مستقيمية.

نعلم أن : $\overrightarrow{AB}(-6;-4)$

و لدينا : $\overrightarrow{AE}(x_E-x_A\,;y_E-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AE}(-1-2;3-5)$ ، أي : $\overrightarrow{AE}(-3;-2)$.

إذن : $2\overrightarrow{AE}(2\times(-3)\ ;\ 2\times(-2))$ ، أي : $2\overrightarrow{AE}(-6;-4)$ و منه فإن : $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$

و بالتالي فإن : أن النقط A و B و E مستقيمية.

Moutamadris.ma

تمرين 3

انتبه ← تعليق

$A\left(-2\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$ و $B(-1;-2)$ و $C(1;2)$ ، لنبين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع

لدينا :

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{\left(-1-\left(-2\sqrt{3}\right)\right)^2+\left(-2-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2+\left(2+\sqrt{3}\right)^2}$$

$$AB=\sqrt{4\times3-2\times2\sqrt{3}+1\ +\ 4+2\times2\times\sqrt{3}+3}=\sqrt{12-4\sqrt{3}+1\ +\ 4+4\sqrt{3}+3}=\sqrt{20}$$

و

$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(1-(-1))^2+(2-(-2))^2}=\sqrt{(2)^2+(4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$$

و

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{\left(1-\left(-2\sqrt{3}\right)\right)^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(1+2\sqrt{3}\right)^2+\left(2-\sqrt{3}\right)^2}$$

$$AC=\sqrt{1+4\sqrt{3}+12\ +\ 4-4\sqrt{3}+3}=\sqrt{20}$$

إذن : $AB=BC=AC$ ، بالتالي المثلث ABC متساوي الأضلاع

لنشر المتطابقة $\left(-2-\sqrt{3}\right)^2$ استعملنا الخاصية : $(-a-b)^2=(a+b)^2$ لأن $-a-b=-(a+b)$ ، بمعنى أن للعددين المتقابلين نفس المربع

تمرين 4

انتبه ← تعليق

نعتبر النقط : $A(2;1)$ و $B(0;-1)$ و $C(-1;4)$

-1

لدينا $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-1-0)^2+(4-(-1))^2}=\sqrt{(-1)^2+5^2}=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$

و $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(0-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$

و $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-1-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{(-3)^2+3^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$

-2

لدينا : $BC^2=\left(\sqrt{26}\right)^2=26$ و $AB^2=\left(\sqrt{8}\right)^2=8$ و $AC^2=\left(\sqrt{18}\right)^2=18$

منه : $AB^2+AC^2=8+18=26=BC^2$ ،

إذن حسب مبرهنة فيتاغورس العكسية فإن : المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A

تمرين 5

انتبه ← تعليق

$A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ و $C(0;3)$ و $D(a;b)$ ، لنحدد العددين a و b لكي يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع يجب أن يكون : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي يجب أن يكون للمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ نفس الإحداثيات.

و لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A,y_B-y_A)$ و $\overrightarrow{DC}(x_C-x_D,y_C-y_D)$

$\overrightarrow{AB}(2-(-1),-6-3)$ و $\overrightarrow{DC}(0-a,3-b)$

$\overrightarrow{AB}(\ 3\ ,\ -9)$ و $\overrightarrow{DC}(\ -a\ ,\ 3-b)$

إذن : $-a=3$ و $3-b=-9$ ، منه : $a=-3$ و $-b=-9-3$

$-b=-12$

$b=12$

$ABCD$ متوازي أضلاع يعني : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و ليس : ~~$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$~~

Moutamadris.ma

تمرين 6

انتبه ← تعليق

$A(-1;3)$ و $B(2;-6)$ ، لنحدد إحداثيتي K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B

لدينا K مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة B منه : B منتصف $[AK]$

$$x_B = \frac{x_A + x_K}{2} \qquad y_B = \frac{y_A + y_K}{2}$$

$$2 = \frac{-1 + x_K}{2} \qquad -6 = \frac{3 + x_K}{2}$$

منه : $\frac{4}{2} = \frac{-1 + x_K}{2}$ و $\frac{-12}{2} = \frac{3 + y_K}{2}$

$$4 = -1 + x_K \qquad -12 = 3 + y_K$$

$$4 + 1 = x_K \qquad -12 - 3 = y_K$$

$$5 = x_K \qquad -15 = y_K$$

بالتالي : $\underline{K(5\ ,\ -15)}$

Moutamadris.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵜⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⴷ ⵜⵙⵡⵉⵔⵉⵜ
ⴰⵙⴳⵎⵉ ⵏ ⵜⵎⵔⴰⵡⵉⵜ

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

تمارين

المعلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ①:

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$.

1) – أنشئ النقط :

$A(2;-4)$ و $B(3;4)$ و $C(-1;3)$ و $D(-2;-2)$ و $E(0;-3)$ و $F(2;0)$

2) – حدد إحداثيتي M منتصف القطعة $[AC]$.

3) – حدد إحداثيتي N بحيث : F منتصف $[DN]$.

4) – أثبت أن : E منتصف $[AD]$.

5) – بين أن : $\overrightarrow{AB}(1;8)$.

6) – أحسب المسافتين : AB و DC.

7) – حدد إحداثيتي K صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C.

8) – حدد إحداثيتي : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$ ثم $-3\overrightarrow{EC}$.

9) – حدد إحداثيتي R بحيث : $\overrightarrow{AR}=2\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BE}$.

تمرين ②:

المستوى منسوب إلى معلم ممنظم متعامد. نعتبر النقط :

$A(-2;3)$ و $B(1;-2)$ و $C(6;3)$ و $D(x;y)$

1) – حدد x و y بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) – حدد زوج إحداثيتي E بحيث : $2\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{O}$.

3) – أثبت أن النقطة $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

تمرين ③:

المستوى منسوب إلى معلم ممنظم متعامد. نعتبر النقط :

$A(1;-3)$ و $B(3;7)$ و $C(-3;1)$

1) – أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية.

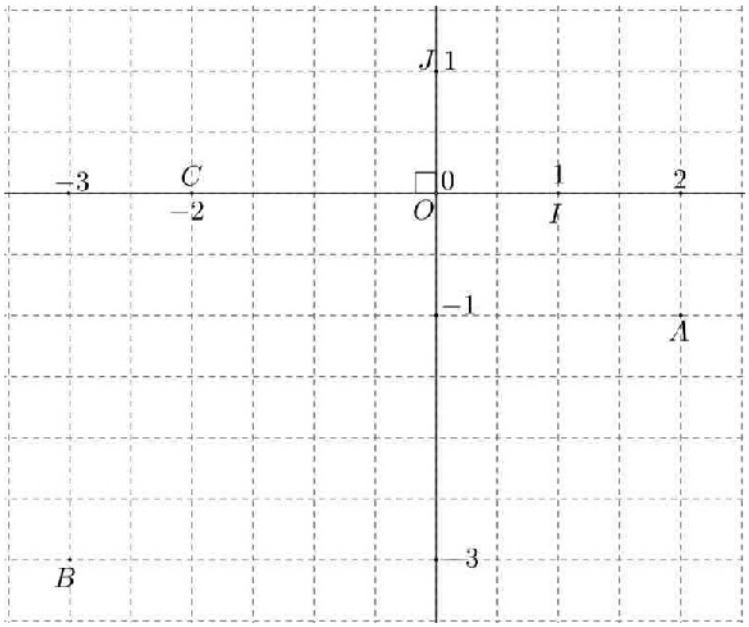
2) – أحسب : $\tan A\hat{B}C$.

3) – أحسب S مساحة المثلث ABC. (وحدة الطول cm)

Moutamadris.ma

❀ تمرين ④ :

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$. أنظر الشكل الآتي :



1) – حدد إحداثيتي كل من : A و B و C.

2) – أ) -- حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

ب) -- بين أن : $AB=\sqrt{29}$.

3) – نعتبر النقطة $D\left(\frac{1}{2};1\right)$. أثبت أن : $(CD)\ //\ (AB)$.

4) – أثبت أن النقطة $E(-8;-5)$ تنتمي إلى المستقيم (AB).

❀ تمرين ⑤ :

المستوى منسوب إلى معلم ممنظم متعامد. نعتبر النقط :

$A(2;5)$ و $B(-4;1)$ و $C(-2;-1)$ و $D(4;3)$ و $E(-1;3)$

1) – أثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.

2) – حدد إحداثيتي M مركز الرباعي $ABCD$.

3) – أثبت أن النقطة $N(3;-3)$ تنتمي إلى واسط القطعة $[AB]$.

4) – أثبت أن النقطة $F(6;-1)$ هي صورة النقطة C بالإزاحة التي تحول النقطة B إلى النقطة D.

5) – أثبت أن النقط A و B و E مستقيمية.

Moutamadris.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء الكبرى
نيابة المحمدية

حلول التمارين

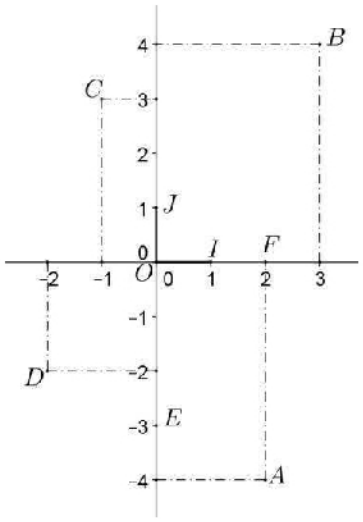
المعلم في المستوى

المستوى : الثالثة ثانوي إعدادي

من إعداد الأستاذ : المهدي عنيس

تمرين ① :

1) – الشكل :



2) – لنحدد إحداثيتي M.

لدينا : M منتصف $[AC]$ يعني أن :

$M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ ، و منه فإن : $M\left(\frac{2-1}{2};\frac{-4+3}{2}\right)$ ، أي : $\boxed{M\left(\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)}$.

3) – لنحدد إحداثيتي N :

لدينا : F منتصف $[DN]$ يعني أن : $\begin{cases}x_F=\frac{x_D+x_N}{2}\\ y_F=\frac{y_D+y_N}{2}\end{cases}$ ، أي : $\begin{cases}2=\frac{-2+x_N}{2}\\ 0=\frac{-2+y_N}{2}\end{cases}$

و منه فإن : $\begin{cases}4=-2+x_N\\ 0=-2+y_N\end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases}4+2=x_N\\ 2=y_N\end{cases}$ ، أي : $\begin{cases}6=x_N\\ 2=y_N\end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{N(6;2)}$.

4) – لنثبت أن : E منتصف $[AD]$.

لدينا : $\begin{cases}\frac{x_A+x_D}{2}=\frac{2-2}{2}=\frac{0}{2}=0\\ \frac{y_A+x_D}{2}=\frac{-4-2}{2}=\frac{-6}{2}=-3\end{cases}$ ، و بما أن : $E(0;-3)$ فإن : $\begin{cases}x_E=\frac{x_A+x_D}{2}\\ y_E=\frac{y_A+x_D}{2}\end{cases}$

و بالتالي فإن : E منتصف $[AD]$.

Moutamadris.ma

5) – لنبين أن : $\overrightarrow{AB}(1;8)$.

لدينا : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ يعني أن : $\overrightarrow{AB}(3-2\,;4+4)$ أي : $\boxed{\overrightarrow{AB}(1;8)}$.

6) – */ حساب المسافة AB :

لدينا : $AB=\sqrt{1^2+8^2}=\sqrt{1+64}=\sqrt{65}$ ، إذن : $\boxed{AB=\sqrt{65}}$.

*/ حساب المسافة DC :

لدينا : $DC=\sqrt{(x_C-x_D)^2+(y_C-y_D)^2}$ يعني أن :

$$\begin{aligned}DC&=\sqrt{(-1+2)^2+(3+2)^2}\\&=\sqrt{1^2+5^2}\\&=\sqrt{1+25}\\&=\sqrt{26}\end{aligned}$$

إذن : $\boxed{DC=\sqrt{26}}$.

7) – لنحدد إحداثيتي K :

لدينا : K صورة A بالإزاحة التي تحول B إلى C يعني أن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AK}$ و منه فإن :

$\begin{cases}-2=x_K\\-5=y_K\end{cases}$ أي : $\begin{cases}-4+2=x_K\\-1-4=y_K\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}-1-3=x_K-2\\3-4=y_K+4\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x_C-x_B=x_K-x_A\\y_C-y_B=y_K-y_A\end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{K(-2;-5)}$.

8) – */ لنحدد إحداثيتي $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$:

لدينا : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}(x_C-x_B\,;y_C-y_B)\\\overrightarrow{AD}(x_D-x_A\,;y_D-y_A)\end{cases}$ أي : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}(-1-3\,;3-4)\\\overrightarrow{AD}(-2-2\,;-2+4)\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}(-4\,;-1)\\\overrightarrow{AD}(-4\,;2)\end{cases}$

و منه فإن : $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}(-4-4\,;-1+2)$ أي : $\boxed{\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}(-8\,;1)}$.

*/ لنحدد إحداثيتي $-3\overrightarrow{EC}$:

لدينا : $\overrightarrow{EC}(x_C-x_E\,;y_C-y_E)$ أي : $\overrightarrow{EC}(-1-0\,;3+3)$ ، إذن : $\overrightarrow{EC}(-1\,;6)$

و منه فإن : $-3\overrightarrow{EC}(-3\times(-1)\;;-3\times6)$ أي : $\boxed{-3\overrightarrow{EC}(3\;;-18)}$.

9) – لنحدد إحداثيتي R :

لدينا : $\overrightarrow{AR}=2\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{BE}$ يعني أن : $\begin{cases}x_R-x_A=2(x_F-x_A)-(x_E-x_B)\\y_R-x_A=2(y_F-y_A)-(y_E-y_B)\end{cases}$

و منه فإن : $\begin{cases}x_R-2=2(2-2)-(0-3)\\y_R+4=2(0+4)-(-3-4)\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x_R-2=0+3\\y_R+4=8+7\end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases}x_R=3+2\\y_R=15-4\end{cases}$ أي : $\begin{cases}x_R=5\\y_R=11\end{cases}$

وبالتالي فإن : $\boxed{R(5;11)}$.

Moutamadris.ma

تمرين ② :

1) – لنحدد x و y :

لدينا : $ABCD$ متوازي الأضلاع يعني أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ و منه فإن : $\begin{cases}x_B-x_A=x_C-x_D\\y_B-y_A=y_C-y_D\end{cases}$

إذن : $\begin{cases}1+2=6-x\\-2-3=3-y\end{cases}$ ، و منه فإن : $\begin{cases}3-6=-x\\-5-3=-y\end{cases}$ ، أي : $\begin{cases}-3=-x\\-8=-y\end{cases}$ ، و بالتالي فإن : $\boxed{\begin{cases}x=3\\y=8\end{cases}}$

2) – لنحدد إحداثيتي E :

لدينا : $2\vec{AE}+\vec{BC}=\vec{O}$ يعني أن : $\begin{cases}2(x_E-x_A)+(x_C-x_B)=0\\2(y_E-y_A)+(y_C-y_B)=0\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}2(x_E+2)+(6-1)=0\\2(y_E-3)+(3+2)=0\end{cases}$

أي : $\begin{cases}2x_E+4+5=0\\2y_E-6+5=0\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}2x_E+9=0\\2y_E-1=0\end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases}2x_E=-9\\2y_E=1\end{cases}$ و منه فإن : $\begin{cases}x_E=\dfrac{-9}{2}\\y_E=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

و بالتالي فإن : $\boxed{E\left(\frac{-9}{2};\frac{1}{2}\right)}$.

3) – لنثبت أن النقطة $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

لدينا :

$$FA=\sqrt{(x_A-x_F)^2+(y_A-y_F)}=\sqrt{(-2-2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$$

$$FB=\sqrt{(x_B-x_F)^2+(y_B-y_F)^2}=\sqrt{(1-2)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$$

$$FC=\sqrt{(x_C-x_F)^2+(y_C-y_F)^2}=\sqrt{(6-2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$$

و منه فإن :

$$\boxed{FA=FB=FC}$$

و بالتالي فإن : $F(2;2)$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

تمرين ③ :

1) – لنثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية :

لدينا :

$$AB^2=\left(\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\right)^2=\left(\sqrt{(3-1)^2+(7+3)^2}\right)^2=\left(\sqrt{4+100}\right)^2=\left(\sqrt{104}\right)^2=104$$

$$AC^2=\left(\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C+y_A)}\right)^2=\left(\sqrt{(-3-1)^2+(1+3)^2}\right)^2=\left(\sqrt{16+16}\right)^2=\left(\sqrt{32}\right)^2=32$$

$$BC^2=\left(\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_c-y_B)^2}\right)^2=\left(\sqrt{(-3-3)^2+(1-7)^2}\right)^2=\left(\sqrt{36+36}\right)^2=\left(\sqrt{72}\right)^2=72$$

Moutamadris.ma