الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

النهـــــــــــايات و الاتـــــــصال

I. اتصال دالة في x_0 :

1. f دالة متصلة في $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x)$
2. f متصلة في $x_0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$
3. f متصلة على مجال I آدا كانت متصلة على جميع نقط I.
4. تكون f متصلة على المجال $[a;b]$ إذا كانت متصلة على مجال مفتوح $]a;b[$ ومتصلة على يمين a وعلى يسار النقطة b.
5. الدوال الحدودية متصلة على $\mathbb{R}$ والدوال الجذرية متصلة على حيز تعريفها .
6. الدوال $\cos$ و $\sin$ متصلة على $\mathbb{R}$ و tg متصلة على $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$.

II. العمليات على الدوال المتصلة

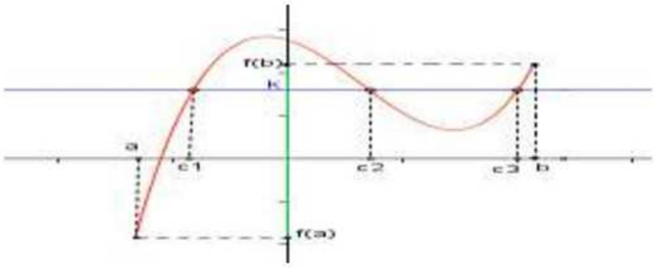
- إذا كانت f و g متصلة على مجال I فان الدوال $f+g$ و $f \times g$ و κf متصلة على I مع $(\kappa \in \mathbb{R})$ وكذلك $\frac{1}{g}$ و $\frac{f}{g}$ متصلة على I مع $(g \neq 0)$
- إذا كانت f متصلة على مجال I و g متصلة على مجال J حيث $f(I) \subset J$ فان الدالة $g \circ f$ متصلة على مجال I
- إذا كانت $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$ فان الدالة المعرفة بما يلي : $\begin{cases} g(x) = f(x) \\ g(x_0) = \ell \end{cases}$ متصلة في x_0 ويسمى التمديد بالاتصال للدالة f في x_0 ولدينا $D_g = D_f \cup \{x_0\}$

Moutamadris.ma

III. مبرهنة القيم الوسطية :

f دالة متصلة على المجال $[a;b]$

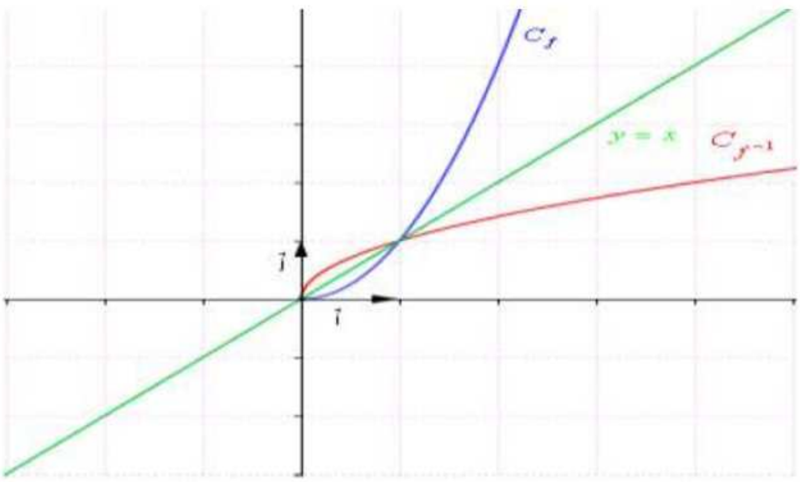
1. k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ $\Leftarrow$ $f(c)=k$ $\quad \exists k\in[a;b]$



2. $f(a)\cdot f(b)\prec 0$ $\Leftarrow$ المعادلة $f(x)=0$ لها حل في المجال $]a;b[$

اذا كانت f دالة متصلة ورتيبة قطعا على I فإن:

1. f تقبل دالة عكسية من المجال I نحو $f(I)$.
2. الدالة f^{-1} لها نفس تغيرات الدالة f على المجال $f(I)$
3. f^{-1} متصلة على $f(I)$
4. (C_f) و $(C_{f^{-1}})$ متماثلان بالنسبة للمنصف الأول للمعلم $(y=x)$



Moutamadris.ma

IV. خصائص

f متصلة ورتيبة قطعا على المجال I

1. $y \in I$ و $x = f(y) \Leftrightarrow x \in f(x)$ و $f^{-1}(x) = y$

2. $f \circ f^{-1}(x) = x \quad \forall x \in f(I)$;

و $(\forall x \in I) f^{-1} \circ f(x) = x$

3. $M'(y;x) \in (C_{f^{-1}}) \Leftrightarrow M(x;y) \in (C_f)$

V. تحديد صورة مجال :

- لتحديد صورة المجال يجب التمييز بين تزايدية و تناقصية الدالة ومراعاة للمجال المغلق والمفتوح :

المجال	f تزايدية قطعا	f تناقصية قطعا
$[a.b]$	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$
$]a.b]$	$\left]\lim_{a^+} f(x);f(b)\right]$	$\left[f(b);\lim_{a^+} f(x)\right[$
$]a.b[$	$\left]\lim_{a^+} f(x);\lim_{b^-} f(x)\right[$	$\left]\lim_{b^-} f(x);\lim_{a^+} f(x)\right[$
$[a.+\infty[$	$\left[f(a);\lim_{+\infty} f(x)\right[$	$\left]\lim_{+\infty} f(x);f(a)\right]$
$]-\infty.a[$	$\left]\lim_{-\infty} f(x);\lim_{a^-} f(x)\right[$	$\left]\lim_{a^-} f(x);\lim_{-\infty} f(x)\right[$
$]-\infty.+\infty[$	$\left]\lim_{-\infty} f(x);\lim_{+\infty} f(x)\right[$	$\left]\lim_{+\infty} f(x);\lim_{-\infty} f(x)\right[$

Moutamadris.ma