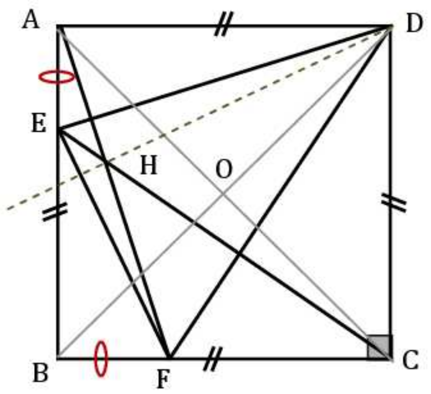
السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الدوران في المستوى	سلسلة 1

تمرين 1 :

في الشكل جانبه $ABCD$ مربع مركزه O .

$E \in [AB]$ و $F \in [BC]$ حيث $AE = BF$.

H نقطة تقاطع (AF) و (EC).



1) حدد مركز و زاوية الدوران r الذي يحول A إلى B و B إلى C

2) بين أن : $r(E) = F$

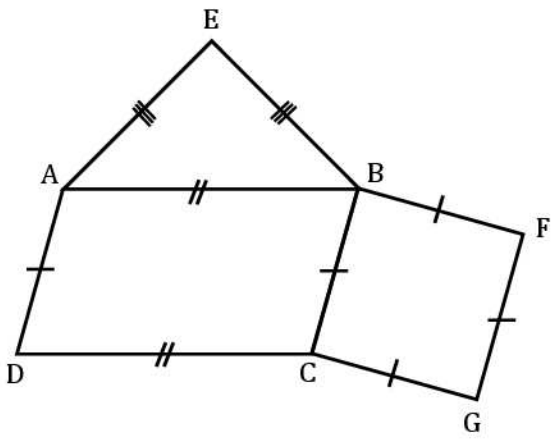
3) بين أن : $(EC) \perp (DF)$

4) بين أن $(DH) \perp (EF)$

تمرين 2 :

في الشكل جانبه $ABCD$ متوازي أضلاع، AEB مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، $BCGF$ مربع.

نعتبر الدوران $r\left(E, \frac{\pi}{2}\right)$



1) بين أن $r(D) = F$

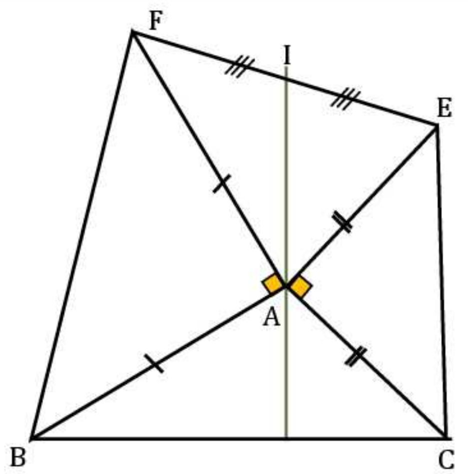
2) لتكن H مماثلة A بالنسبة لـ E ، بين أن $(BD) \perp (HF)$

3) ليكن O مركز $ABCD$ ، بين أن : $EO = \frac{1}{2} AF$

تمرين 3 :

في الشكل جانبه ABC مثلث، AEC و AFB مثلثان متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A ، I منتصف $[EF]$

و ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$



1) أنشئ $K = r(E)$

2) أنشئ $J = r(I)$

3) بين أن : $(AI) \perp (BC)$ و أن $AI = \frac{1}{2} BC$

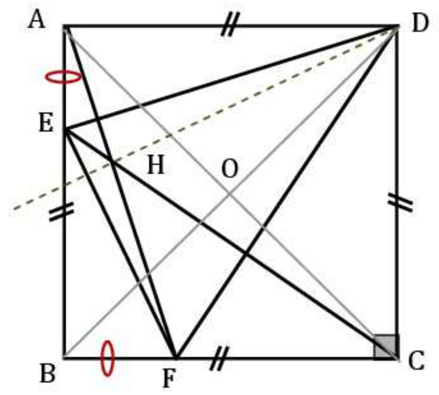
السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الدوران في المستوى حلول مقترحة	سلسلة 1

تمرين 1 :

$ABCD$ مربع مركزه O .

$E\in[AB]$ و $F\in[BC]$ حيث $AE=BF$.

H نقطة تقاطع (AF) و (EC).



1 بما أن : $OA=OB=OC$ و $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})=\dfrac{\pi}{2}$

فإن : $r(A)=B$ و $r(B)=C$ حيث r هو الدوران الذي مركزه O و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$.

2 لتكن $E'=r(E)$ ، بما أن $\begin{cases} r(A)=B \\ r(E)=E' \end{cases}$ فإن : $BE'=AE$

و بما أن : $E\in[AB]$ فإن : $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB})\equiv 0[2\pi]$ وبما أن : $\begin{cases} r(A)=B \\ r(E)=E' \\ r(B)=C \end{cases}$ فإن : $(\overrightarrow{BE'},\overrightarrow{BC})\equiv(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB})\equiv 0[2\pi]$

وهذا يعني أن : $E'\in[BC]$ إذن E' تحقق : $\begin{cases} BE'=AE \\ E'\in[BC] \end{cases}$

و بما أن النقطة الوحيدة التي تحقق هذين الشرطين هي F فإن : $r(E)=F$

3 لدينا : $\begin{cases} r(E)=F \\ r(C)=D \end{cases}$ إذن : $(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{FD})\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ بالتالي : $(EC)\perp(DF)$

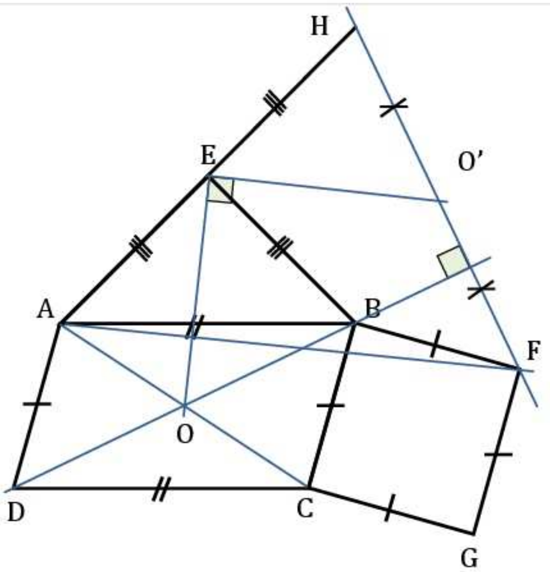
4 لدينا : $\begin{cases} r(D)=A \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{AF})\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ إذن : $(ED)\perp(AF)$

من $(EC)\perp(DF)$ و $(ED)\perp(AF)$ نستنتج أن H هي مركز تعامد المثلث EDF

بالتالي $(DH)\perp(EF)$ (لأن (DH) هو الارتفاع الثالث في هذا المثلث)

تمرين 2 :

$ABCD$ متوازي أضلاع، AEB مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، $BCGF$ مربع. $r\left(E,\dfrac{\pi}{2}\right)$ دوران.



1 لدينا $r(A)=B$ ، نضع: $D'=r(D)$

نستنتج إذن أن: $AD=BD'$ و أن: $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BD'})\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

و بما أن $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ فإن: $\begin{cases} BD'=BC \\ (\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD'})\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

و هذا يعني أن : $D'=r_2(C)$ حيث : r_2 هو الدوران الذي مركزه B و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ بالتالي : $D'=F$ أي : $r(D)=F$

2 لدينا H مماثلة A بالنسبة لـ E إذن : $r(B)=H$ و بما أن $r(D)=F$ فإن : $(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{FH})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

بالتالي $(BD)\perp(HF)$

3 لدينا O مركز $ABCD$ إذن O منتصف $[BD]$ إذن و باعتبار النقطة $O'=r(O)$ سنستنتج أن O' منتصف $[HF]$، منه : $EO=EO'$

وفي المثلث AFH : E منتصف $[AH]$ و O' منتصف $[HF]$ ، إذن: $EO'=\frac{1}{2}AF$، بالتالي : $EO=\frac{1}{2}AF$

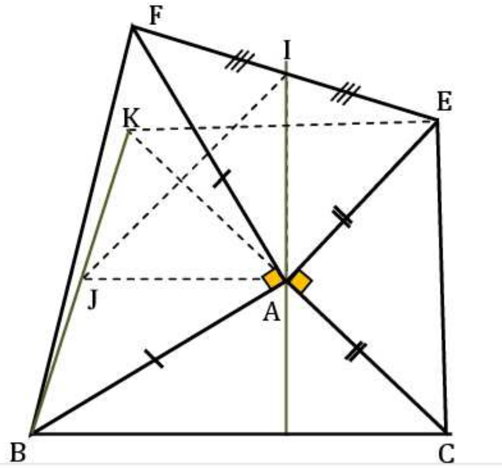
استعملنا خاصية تدرس في السنة الثانية إعدادي تخص المسافة بين منتصفي ضلعي مثلث.

تمرين 3 :

في الشكل جانبه ABC مثلث، AEC و AFB مثلثان متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A ، I منتصف $[EF]$

لتكن E مماثلة B بالنسبة للنقطة A

و ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$



1 $K=r(E)$ انظر الشكل جانبه

2 $J=r(I)$

في الشكل المدرج ستلاحظ أن $K\in[BF]$ ، هذه الملاحظة مجرد حالة خاصة تخص هذا الشكل فقط و ليس عامة.

3 لدينا $\begin{cases} r(E)=K \\ r(F)=B \\ r(I)=J \end{cases}$ وبما أن I منتصف $[EF]$ فإن J منتصف $[BK]$

وبما أن : $\begin{cases} r(C)=E \\ r(E)=K \end{cases}$ فإن A منتصف $[CK]$ ، إذن في المثلث KCB لدينا : A منتصف $[CK]$ و J

منتصف $[BK]$ إذن : $(AJ)//(BC)$ (1) و أيضا $AJ=\frac{1}{2}BC$ (2) ، و بما أن : $r(I)=J$ فإن

$(AI)\perp(AJ)$ (3) و $AI=AJ$ (4)

من (1) و (3) نستنتج أنم $(AI)\perp(BC)$ و من (2) و (4) نستنتج أنم $AI=\frac{1}{2}BC$

مرة أخرى استعملنا خاصية تمت دراستها في مرحلة الإعدادي

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الدوران في المستوى	سلسلة 2

تمرين 1 :

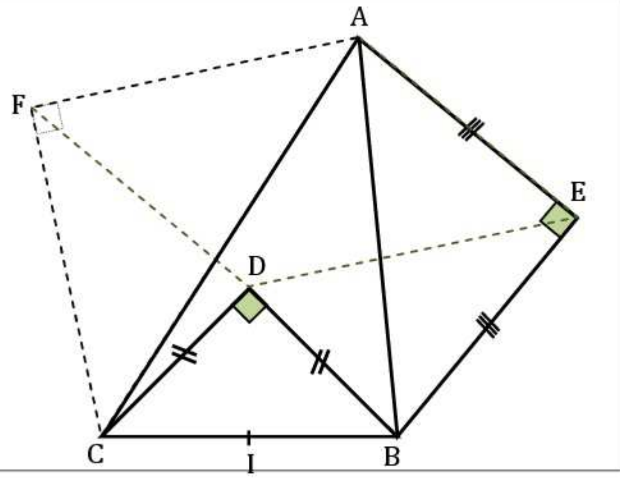
في الشكل جانبه ABC مثلث، D نقطة داخله و E نقطة خارجه حيث يكون المثلث BCD متساوي الساقين و قائم الزاوية في D ويكون المثلث AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، I منتصف $[BC]$.

نعتبر الدوران $r\left(I,\frac{\pi}{2}\right)$ ، و لتكن $F=r(E)$

1) بين أن $DF=AE$

2) بين أن الرباعي $AFDE$ متوازي الأضلاع

3) بين أن AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F

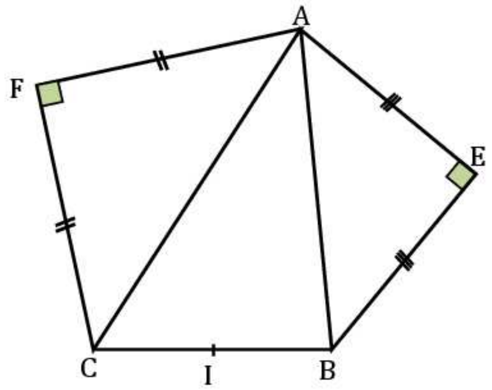


تمرين 2 :

في الشكل جانبه ABC مثلث، E و F نقطتان خارجه حيث يكون المثلث AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ويكون المثلث AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F ، I منتصف $[BC]$.

لتكن C' مماثلة C بالنسبة لـ F و B' مماثلة B بالنسبة لـ E

نعتبر الدوران $r\left(I,\frac{\pi}{2}\right)$ ، و لتكن $F=r(E)$



1) بين أن : $\overrightarrow{IF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC'}$ و أن : $\overrightarrow{IE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB'}$

2) مستعملا دورانا مناسبا بين أن : $BC'=CB'$

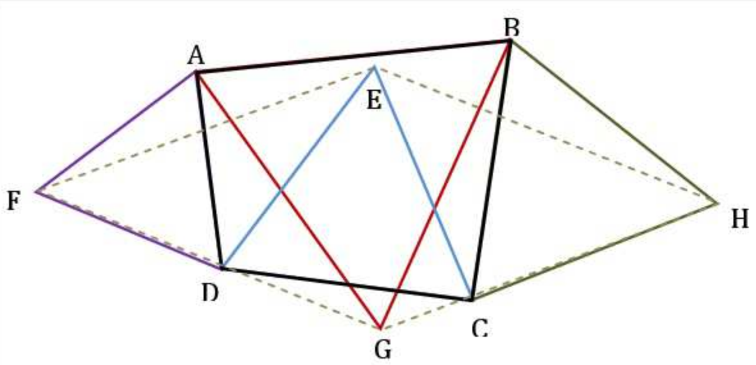
3) استنتج مما سبق أن : $F=r(E)$ حيث r هو الدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{\pi}{2}$

4) لتكن D نقطة داخل المثلث ABC حيث يكون المثلث BCD متساوي الساقين و قائم الزاوية في D
برهن أن $AFDE$ متوازي الأضلاع

تمرين 3 :

في الشكل جانبه $ABCD$ رباعي، أنشأنا داخله و خارجه أربع مثلثات متساوية الأضلاع : DEC و ABG و AFD و BHC .

نعتبر الدورانين : $r_1\left(A,\frac{\pi}{3}\right)$ و $r_2\left(C,\frac{-\pi}{3}\right)$



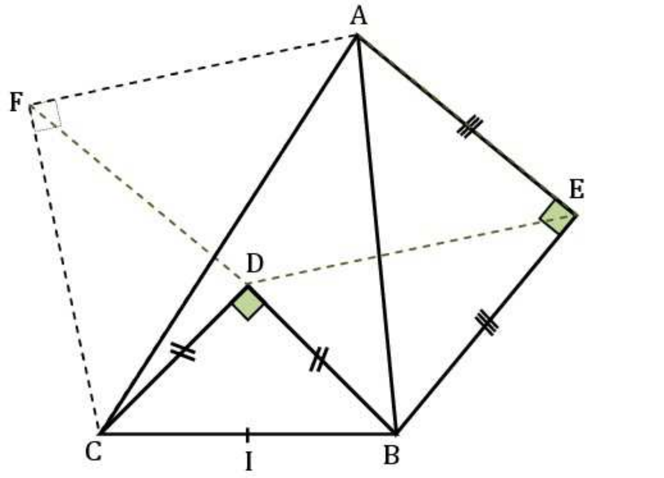
1) حدد طبيعة التحويل $T=r_2\circ r_1$ محددا عناصره المميزة

2) بين أن : $EFGH$ متوازي الأضلاع

سلسلة 2	الدوران في المستوى حلول مقترحة	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية

تمرين 1 :

ABC مثلث، BCD متساوي الساقين و قائم الزاوية في D ، AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، I منتصف $[BC]$. $r\left(I,\frac{\pi}{2}\right)$ دوران، $F=r(E)$



1. لدينا $\begin{cases} r(B)=D \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $BE=DF$

و بما أن : $AE=BE$ فإن: $DF=AE$

2. لدينا $\begin{cases} r(B)=D \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{FD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

منه : $\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AE}\right)+\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{FD}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

و بما أن :

$\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{AE}\right)=-\left(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EA}\right)\equiv\left(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ فإن

: $\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{FD}\right)\equiv 0[2\pi]$ و بما أن : $DF=AE$

فإن الرباعي $AFDE$ متوازي الأضلاع

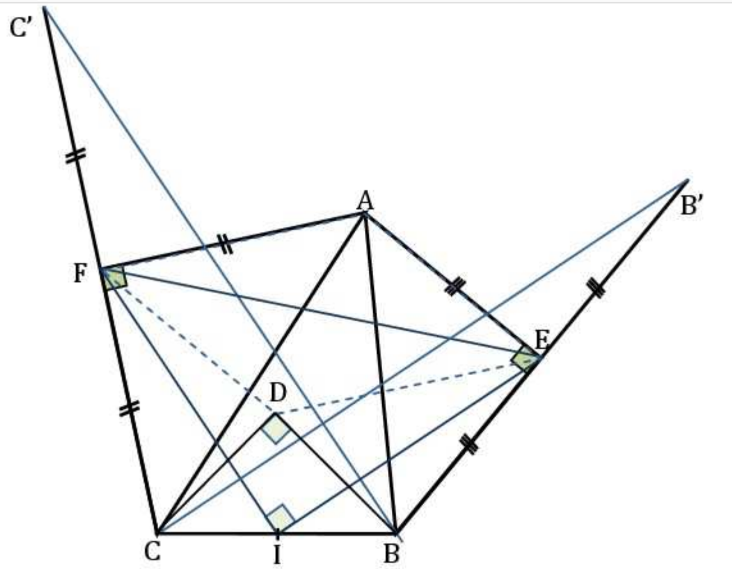
3. لدينا : $\begin{cases} r(D)=C \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $ED=FC$ و بما أن $ED=AF$ فإن : $AF=FC$ $\quad(1)$

أيضا نستنتج أن: $\left(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{FC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ منه: $(ED)\perp(FC)$ وبما أن: $(ED)//(AF)$ فإن: $(AF)\perp(FC)$ $\quad(2)$

من (1) و (2) نستنتج أن AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F

تمرين 2 :

ABC مثلث، AEB متساوي الساقين و قائم الزاوية في E AFC متساوي الساقين و قائم الزاوية في F ، I منتصف $[BC]$. C' مماثلة C بالنسبة لـ F ، B' مماثلة B بالنسبة لـ E ، $r\left(I,\frac{\pi}{2}\right)$ دوران، $F=r(E)$



1. لدينا I منتصف $[BC]$ و F منتصف $[CC']$

إذن : $\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CC'}$

$\overrightarrow{IF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC'}$

و لدينا I منتصف $[BC]$ و E منتصف $[BB']$

إذن : $\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$

$\overrightarrow{IE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BB'}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB'}$

2. نعتبر الدوران $r_1\left(A,\frac{\pi}{2}\right)$ ،بما أن إذن : $\begin{cases} r_1(C')=C \\ r_1(B)=B' \end{cases}$ (لأن كلا من ACC' و ABB' قائمي الزاوية ومتساويي الساقين في A)، إذن : $BC'=CB'$

3

لدينا $\begin{cases} r_1(C')=C \\ r_1(B)=B' \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} BC'=CB' \\ \left(\overrightarrow{BC'},\overrightarrow{B'C}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 2IF=2IE \\ \left(2\overrightarrow{IF},2\overrightarrow{IE}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ منه: $\begin{cases} IF=IE \\ \left(\overrightarrow{IF},\overrightarrow{IE}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

مما يعني أن : $F=r(E)$ حيث r هو الدوران الذي مركزه I و زاويته $\frac{\pi}{2}$

للتذكير $\left(\vec{u},\vec{v}\right)\equiv\left(a\vec{u},b\vec{v}\right)[2\pi]$ حيث $a>0$ و $b>0$

4

لدينا $\begin{cases} r(B)=D \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $BE=DF$ و بما أن $BE=AE$ فإن : $AE=DF \quad (1)$

و لدينا $\begin{cases} r(D)=C \\ r(E)=F \end{cases}$ إذن : $DE=CF$ و بما أن $CF=AF$ فإن : $AF=DE \quad (2)$

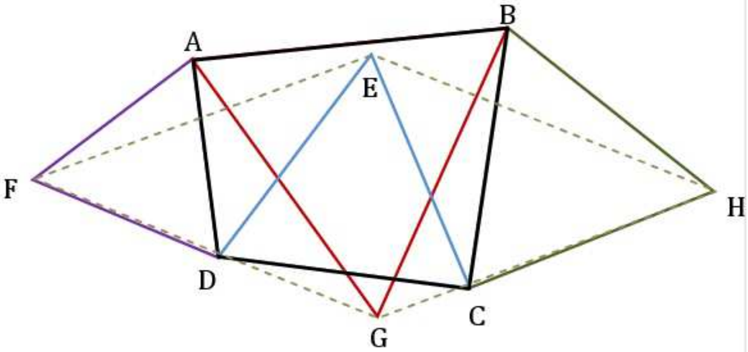
من (1) و (2) نستنتج أن $AFDE$ متوازي الأضلاع

يمكن اتباع نفس طريقة السؤال 2 من التمرين الأول، لكن هنا لدينا معطيات أكثر تم استغلالها لتقديم برهان أبسط

تمرين 3 :

$ABCD$ رباعي، DEC و ABG و AFD و BHC مثلثات متساوية الأضلاع.

$r_1\left(A,\frac{\pi}{3}\right)$ و $r_2\left(C,\frac{-\pi}{3}\right)$ دورانان



1

بما أن r_2 دوران زاويته $\frac{-\pi}{3}$ و r_1 دوران زاويته $\frac{\pi}{3}$ وحيث أن : $\frac{\pi}{3}+\left(\frac{-\pi}{3}\right)\equiv 0[2\pi]$ فإن $T=r_2\circ r_1$ إزاحة

وبما أن : $T(F)=r_2\circ r_1(F)=r_2(r_1(F))=r_2(D)=E$ فإن : T هي إزاحة متجهتها $\overrightarrow{FE}$

2

لدينا : $T(G)=r_2\circ r_1(G)=r_2(r_1(G))=r_2(B)=H$ إذن : $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{GH}$ ، بالتالي $EFGH$ متوازي الأضلاع