سلسلة 1	المرجـــح حلول مقترحة	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية

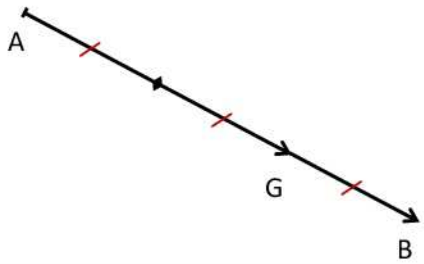
تمرين 1 :

G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن : $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



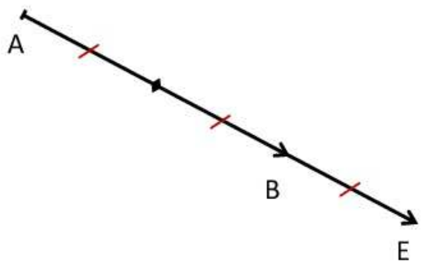
إذا أخذنا : $M = B$ سنجد أن $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ ، لكننا سنجد G في نفس الموضع

E مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-1)$ و $(B,3)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{ME} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{MA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

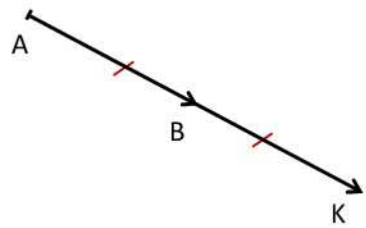


K مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-1)$ و $(B,2)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

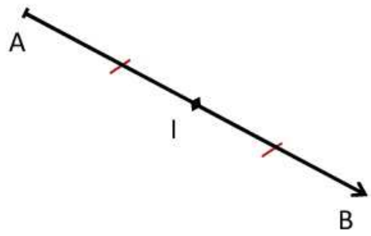
$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MK} = \frac{-1}{1}\overrightarrow{MA} + \frac{2}{1}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$



I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,100)$ و $(B,100)$

بما أن المعاملان متساويان فإن I منتصف $[AB]$



مرجح نقطتين لهما نفس المعامل هو منتصف القطعة التي تصلهما

لإيجاد علاقة متجهية تسمح بالإنشاء يمكن أيضا استعمال تعريف المرجح، لكن هذه الطريقة تتطلب في الغالب استعمال علاقة شال للحصول على المتساويات السابقة.

تمرين 2 : A و B و C نقط غير مستقيمية. G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

1 لدينا G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

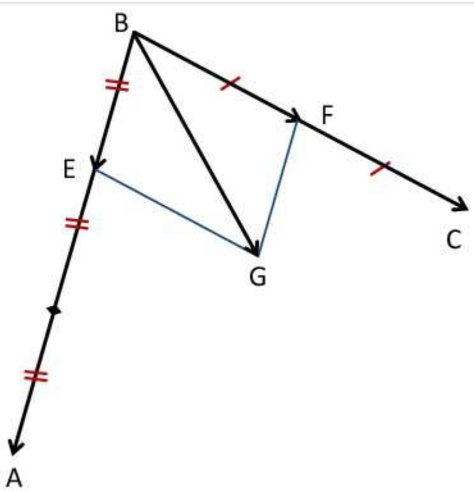
$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MG} = \frac{2}{6}\overrightarrow{GA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{GB} + \frac{3}{6}\overrightarrow{GC}$$

نأخذ : $M = B$ فنجد : $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

لأجل الإنشاء أنشأنا أولا النقطة E حيث $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

ثم النقطة F حيث $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ثم أنشأنا G حيث :

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF}$ أي $BEGF$ متوازي الأضلاع



2 لتكن K مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$

بما أن G مرجح $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

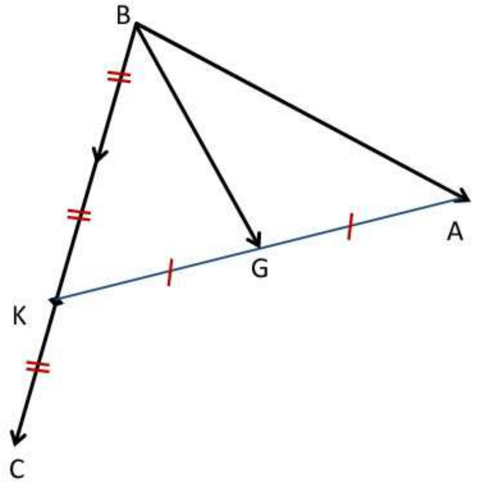
إذن حسب خاصية التجميعية فإن G مرجح $(K,3)$ و $(C,3)$

أي منتصف $[CK]$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$$

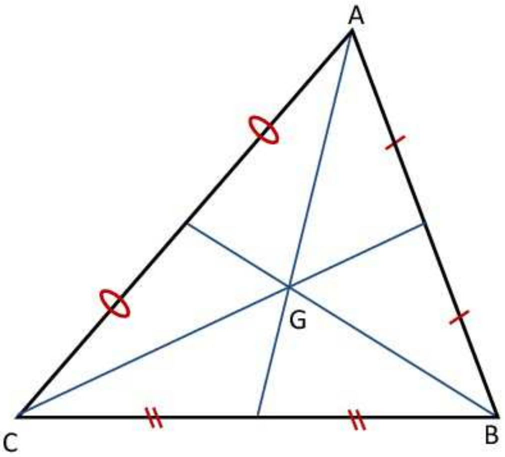
نأخذ : $M = B$ فنجد : $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$



لاحظ أنه رغم اختلاف الطريقتين إلا أن موضع النقطة G لا يتغير.

تمرين 3 : ABC مثلث.

1



2 بما أن G مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$

فإن G تمثل مركز ثقل المثلث ABC أي نقطة تقاطع متوسطاته

الإنشاء في السؤال الأول تم بنفس طريقة الإنشاء في التمرين السابق.

مرجح ثلاث نقط لها نفس المعامل يكون هو مركز ثقل المثلث الذي رؤوسه هذه النقط ، لذلك يمكن الاستغناء عن الطريقة السابقة و الاستعانة بمتوسطاته (المستقيمات المارة بالرؤوس و بمنتصف الضلع المقابل لكل رأس)

تمرين 4 : لنبين أن بين أن O هو مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$ و $(D,1)$

أي لنبين أن: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

لدينا : $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O إذن O هي منتصف قطريه $[AC]$ و $[BD]$

منه : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ و $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ بالتالي : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} + \vec{0} =$

الشكل غير ضروري لكنه قد يساعد على إيجاد الفكرة.

تمرين 5 : G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

1 بين أن A مرجح النقطتين المتزنتين $(G,-3)$ و $(B,1)$ أي نبين : $-3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

لدينا G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ منه $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

منه : $3\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ بالتالي : $-3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

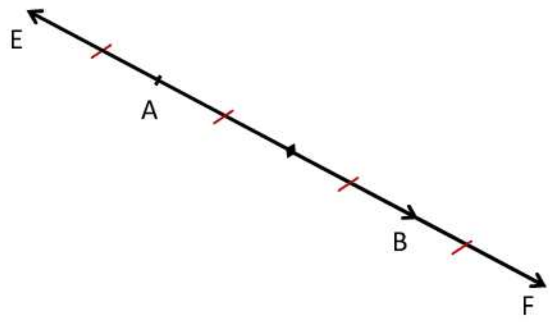
2 بين أن B مرجح النقطتين المتزنتين $(G,-6)$ و $(A,4)$ أي نبين : $-6\overrightarrow{BG} + 4\overrightarrow{BA} = \vec{0}$

لدينا G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ منه $2\left(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA}\right) + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$

منه : $2\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ منه $3\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ منه $-3\overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ بالتالي : $-6\overrightarrow{BG} + 4\overrightarrow{BA} = 2\vec{0} = \vec{0}$

الشكل غير ضروري لكنه قد يساعد على إيجاد الفكرة.

تمرين 6 : A و B نقطتان مختلفتان.



1

لدينا E مرجح النقطتين المتزنتين $(A,3)$ و $(B,-1)$ ، إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{ME} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MA} + \frac{-1}{2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AE} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

2

لدينا F مرجح النقطتين المتزنتين $(A,1)$ و $(B,-3)$ ، إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MF} = \frac{1}{-2}\overrightarrow{MA} + \frac{-3}{-2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

3

لتكن : I منتصف $[AB]$ و لنبين أن I هي أيضا منتصف $[EF]$ أي لنبين أن $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \vec{0}$

الطريقة الأولى:

لدينا : $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{IA} + \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

بالتالي للقطعتين $[AB]$ و $[EF]$ نفس المنتصف .

الطريقة الثانية:

باستعمال الخاصية المميزة للمرجح بالنسبة لـ $M = I$ المستعملة في السؤالين السابقين نجد أن:

$\overrightarrow{IE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{IA} + \frac{-1}{2}\overrightarrow{IB}$ و $\overrightarrow{IF} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{IA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{IB}$ منه : $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \left(\frac{-1}{2} + \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{IA} + \left(\frac{3}{2} + \frac{-1}{2}\right)\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

بالتالي للقطعتين $[AB]$ و $[EF]$ نفس المنتصف .

الخاصية المميزة للمرجح مفيدة في إنشاء المرجح و في كثير من البراهين.

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	المرجـــح حلول مقترحة	سلسلة 1

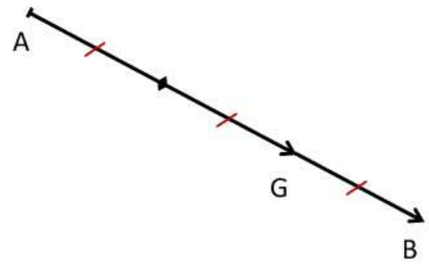
تمرين 1 :

G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن : $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



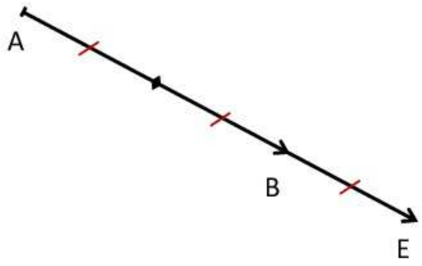
إذا أخذنا : $M = B$ سنجد أن $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ ، لكننا سنجد G في نفس الموضع

E مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-1)$ و $(B,3)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{ME} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{MA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

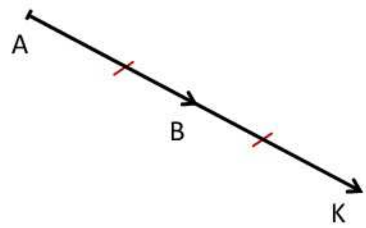


K مرجح النقطتين المتزنتين $(A,-1)$ و $(B,2)$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

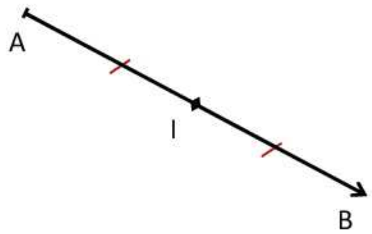
$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MK} = \frac{-1}{1}\overrightarrow{MA} + \frac{2}{1}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M = A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$



I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,100)$ و $(B,100)$

بما أن المعاملان متساويان فإن I منتصف $[AB]$



مرجح نقطتين لهما نفس المعامل هو منتصف القطعة التي تصلهما

لإيجاد علاقة متجهية تسمح بالإنشاء يمكن أيضا استعمال تعريف المرجح، لكن هذه الطريقة تتطلب في الغالب استعمال علاقة شال للحصول على المتساويات السابقة.

تمرين 2 : A و B و C نقط غير مستقيمية. G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

1 لدينا G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

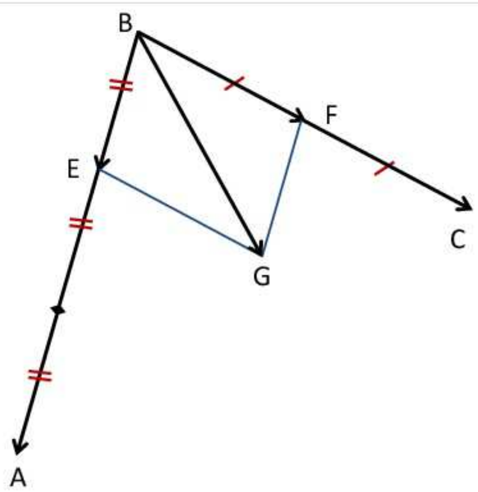
$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MG} = \frac{2}{6}\overrightarrow{GA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{GB} + \frac{3}{6}\overrightarrow{GC}$$

نأخذ : $M = B$ فنجد : $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

لأجل الإنشاء أنشأنا أولا النقطة E حيث $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

ثم النقطة F حيث $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ثم أنشأنا G حيث :

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF}$ أي $BEGF$ متوازي الأضلاع



2
لتكن K مرجح النقط المتزنة $(A,2)$ و $(B,1)$

بما أن G مرجح $(A,2)$ و $(B,1)$ و $(C,3)$

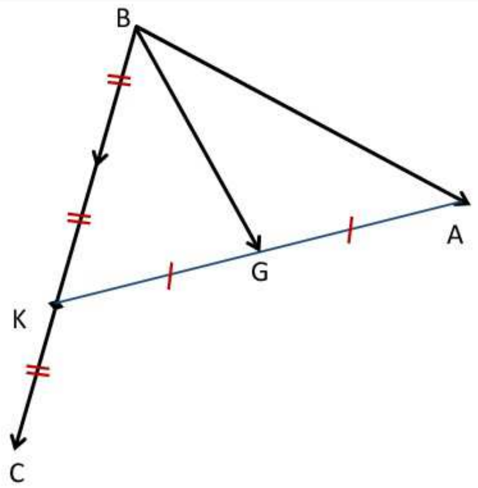
إذن حسب خاصية التجميعية فإن G مرجح $(K,3)$ و $(C,3)$

أي منتصف $[CK]$

لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$$

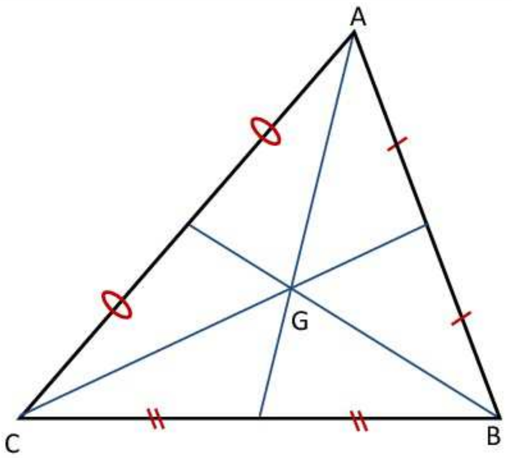
نأخذ : $M = B$ فنجد : $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$



لاحظ أنه رغم اختلاف الطريقتين إلا أن موضع النقطة G لا يتغير.

تمرين 3 : ABC مثلث.

1



2
بما أن G مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$

فإن G تمثل مركز ثقل المثلث ABC أي نقطة تقاطع متوسطاته

الإنشاء في السؤال الأول تم بنفس طريقة الإنشاء في التمرين السابق.

مرجح ثلاث نقط لها نفس المعامل يكون هو مركز ثقل المثلث الذي رؤوسه هذه النقط ، لذلك يمكن الاستغناء عن الطريقة السابقة و الاستعانة بمتوسطاته (المستقيمات المارة بالرؤوس و بمنتصف الضلع المقابل لكل رأس)

تمرين 4 : لنبين أن بين أن O هو مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$ و $(D,1)$

أي لنبين أن: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

لدينا : $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O إذن O هي منتصف قطريه $[AC]$ و $[BD]$

منه : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ و $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ بالتالي : $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0}$

الشكل غير ضروري لكنه قد يساعد على إيجاد الفكرة.

تمرين 5 : G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

1
بين أن A مرجح النقطتين المتزنتين $(G,-3)$ و $(B,1)$ أي نبين : $-3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

لدينا G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ منه $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

منه : $3\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ بالتالي : $-3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$

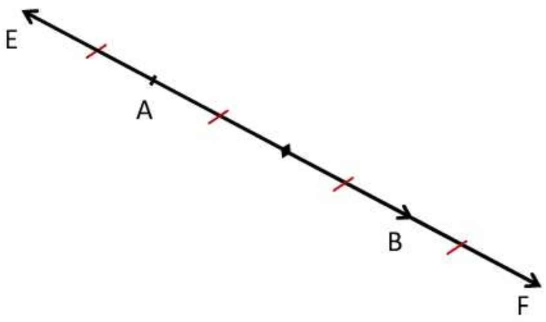
2
بين أن B مرجح النقطتين المتزنتين $(G,-6)$ و $(A,4)$ أي نبين : $-6\overrightarrow{BG} + 4\overrightarrow{BA} = \vec{0}$

لدينا G مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ منه $2(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BA}) + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$

منه : $2\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ منه $3\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ منه $-3\overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{BA} = \vec{0}$ بالتالي : $-6\overrightarrow{BG} + 4\overrightarrow{BA} = 2\vec{0} = \vec{0}$

الشكل غير ضروري لكنه قد يساعد على إيجاد الفكرة.

تمرين 6 : A و B نقطتان مختلفتان.



1 لدينا E مرجح النقطتين المتزنتين $(A,3)$ و $(B,-1)$ ، إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MA}+\frac{-1}{2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AE}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$

2 لدينا F مرجح النقطتين المتزنتين $(A,1)$ و $(B,-3)$ ، إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M \in (P)\ \overrightarrow{MF}=\frac{1}{-2}\overrightarrow{MA}+\frac{-3}{-2}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

3 لتكن : I منتصف $[AB]$ و لنبين أن I هي أيضا منتصف $[EF]$ أي لنبين أن $\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=\vec{0}$

<u>الطريقة الأولى</u>:

لدينا : $\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{IA}+\frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

بالتالي للقطعتين $[AB]$ و $[EF]$ نفس المنتصف .

<u>الطريقة الثانية</u>:

باستعمال الخاصية المميزة للمرجح بالنسبة لـ $M=I$ المستعملة في السؤالين السابقين نجد أن:

$\overrightarrow{IE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{IA}+\frac{-1}{2}\overrightarrow{IB}$ و $\overrightarrow{IF}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{IA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{IB}$ منه : $\overrightarrow{IE}+\overrightarrow{IF}=\left(\frac{-1}{2}+\frac{3}{2}\right)\overrightarrow{IA}+\left(\frac{3}{2}+\frac{-1}{2}\right)\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

بالتالي للقطعتين $[AB]$ و $[EF]$ نفس المنتصف .

الخاصية المميزة للمرجح مفيدة في إنشاء المرجح و في كثير من البراهين.

سلسلة 2	المرجـــــح	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية

تمرين 1 : ABC مثلث حيث $AB=3$ و $AC=4$ و $BC=5$

1) أنشئ النقط :

I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,1)$ و $(B,2)$

J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,3)$ و $(A,1)$

K مرجح النقطتين المتزنتين $(B,2)$ و $(C,3)$

2) أنشئ G مرجح النقط المتزنة $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,3)$

3) بين أن المستقيمات (CI) و (BJ) و (AK) متلاقية في G

تمرين 2 : ABC مثلث. نعتبر النقطتين E و D حيث : $2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ و $\overrightarrow{DE}+3\overrightarrow{EC}=\vec{0}$

1) عبر عن D كمرجح للنقطتين A و B

2) عبر عن E كمرجح للنقطتين C و D

3) بين أن النقطة C مرجح النظمة المتزنة : $\{(A,2);(B,1);(E,6)\}$

4) لتكن H مرجح النقطتين المتزنتين $(A,1)$ و $(E,3)$.

5) بين أن النقط B و C و H مستقيمية.

تمرين 3 : ABC مثلث. لتكن O منتصف $[BC]$ و لتكن H مرجح النظمة المتزنة $\{(A,-1);(B,2);(C,2)\}$

1) بين أن $\overrightarrow{OH}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{OA}$ ثم أنشئ النقطة H

2) لتكن G مركز ثقل المثلث ABC ، بين أن النقطة O منتصف القطعة $[HG]$

تمرين 4 : $ABCD$ متوازي أضلاع.

لتكن E مرجح النقطتين المتزنتين $(C,1)$ و $(B,2)$ و F مرجح النقطتين المتزنتين $(C,3)$ و $(D,-2)$

1) أنشئ الشكل

2) بين أن A مرجح النقطتين المتزنتين $(E,3)$ و $(F,-1)$

3) ماذا تستنتج ؟

تمرين 5 : ABC مثلث.

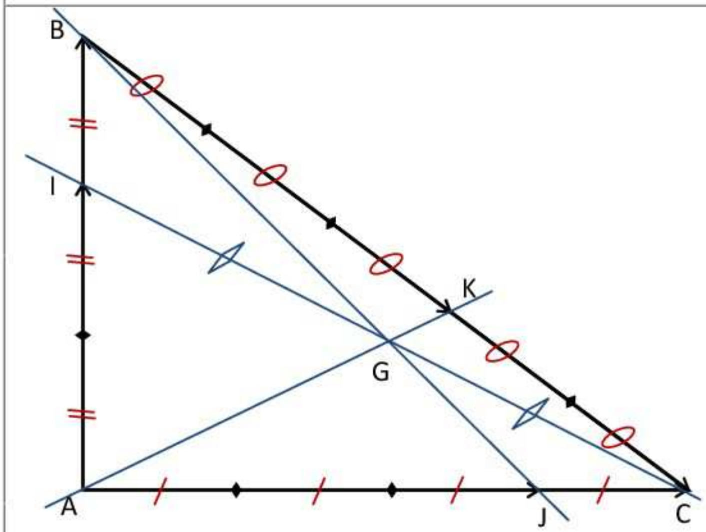
لتكن E مرجح النقطتين المتزنتين $(C,-3)$ و $(B,1)$ و F مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$

1) أنشئ الشكل

2) بين أن $(CF)//(AE)$

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	المرجـــح حلول مقترحة	سلسلة 2

تمرين 1 : $AB=3$ و $AC=4$ و $BC=5$



1

لدينا I مرجح النقطتين المتزنتين $(A,1)$ و $(B,2)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

لدينا J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,3)$ و $(A,1)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{MA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{MC}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن: $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

لدينا K مرجح النقطتين المتزنتين $(B,2)$ و $(C,3)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MK}=\frac{2}{5}\overrightarrow{MB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{MC}$$

نأخذ: $M=A$ فنجد أن: $\overrightarrow{BK}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

2

لدينا G مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,3)$ و I مرجح النقطتين $(A,1)$ و $(B,2)$

إذن حسب خاصية التجميعية فإن G مرجح النقط $(I,3)$ و $(C,3)$ أي أن G منتصف $[IC]$

3

لدينا G مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,3)$ و J مرجح النقطتين المتزنتين $(C,3)$ و $(A,1)$

إذن حسب خاصية التجميعية فإن G مرجح النقط $(B,2)$ و $(J,4)$ إذن $G\in(BJ)$

لدينا G مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,3)$ و K مرجح النقطتين المتزنتين $(B,2)$ و $(C,3)$

إذن حسب خاصية التجميعية فإن G مرجح النقط $(A,1)$ و $(K,5)$ إذن $G\in(AK)$

و حسب السؤال السابق $G\in(IC)$

بالتالي : المستقيمات (CI) و (BJ) و (AK) متلاقية في G

خاصية التجميعية مفيدة في كثير من البراهين حيث تكون كافية للبرهان عن الاستقامية لأن مرجح نقطتين تكون مستقيمية مع هتين النقطتين.

تمرين 2 : $2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ و $\overrightarrow{DE}+3\overrightarrow{EC}=\vec{0}$

1 لدينا $2\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ منه : D مرجح النقطتين $(A,2)$ و $(B,1)$

2 لدينا $\overrightarrow{DE}+3\overrightarrow{EC}=\vec{0}$ منه : $-\overrightarrow{ED}+3\overrightarrow{EC}=\vec{0}$ منه : E مرجح النقطتين $(D,-1)$ و $(C,3)$

3

لبين أن النقطة C مرجح النظمة المتزنة : $\{(A,2);(B,1);(E,6)\}$ أي لنبين أن : $2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+6\overrightarrow{CE}=\vec{0}$

لدينا E مرجح النقطتين $(D,-1)$ و $(C,3)$ منه : $\forall M\in(P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{MD}+\frac{3}{2}\overrightarrow{MC}$

نأخذ: $M=C$ فنجد أن: $\overrightarrow{CE}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{CD}$ (1)

ولدينا D مرجح النقطتين $(A,2)$ و $(B,1)$ منه : $\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MB}$

نأخذ: $M=C$ فنجد أن: $\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $\overrightarrow{CE}=\frac{-1}{2}\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}\right)$ أي : $\overrightarrow{CE}=\frac{-2}{6}\overrightarrow{CA}-\frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$ أي : $6\overrightarrow{CE}=-2\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}$

بالتالي : $2\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+6\overrightarrow{CE}=\vec{0}$

يمكن أيضا استعمال علاقة شال باستعمال المعطيات مباشرة ، لكن الأمر يتطلب استعمال متساويات كثيرة، لذلك استعمال الخاصية المميزة يسمح باختصار الوقت.

4 لدينا H مرجح النقطتين $(A,1)$ و $(E,3)$ إذن حسب خاصية الصمود H مرجح النقطتين $(A,2)$ و $(E,6)$
وبما أن C مرجح : $(A,2);(B,1);(E,6)$ فحسب خاصية التجميعية C مرجح : $(H,8);(B,1)$
بالتالي النقط B و C و H مستقيمية .

للبرهان على الاستقامية يمكن البرهان على أن إحدى النقط الثلاث مرجح باقي النقطتين.

الشكل غير مطلوب ، لذلك لم يتم رسم أي شكل

تمرين 3 : O منتصف $[BC]$ ، H مرجح $\{(C,2);(B,2);(A,-1)\}$

1 لدينا : H مرجح $(C,2);(B,2);(A,-1)$ إذن $\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MH}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MC}$

نأخذ: $M=O$ فنجد أن: $\overrightarrow{OH}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OC}$ منه : $\overrightarrow{OH}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=\frac{-1}{3}\overrightarrow{OA}$

(لأن $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ لكون O منتصف $[BC]$) ، بالتالي $\overrightarrow{OH}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{OA}$

لم يتم رسم الشكل لكونه لا يتضمن الجديد

2 لنبين أن النقطة O منتصف القطعة $[HG]$ أي نبين أن : $\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OG}=\vec{0}$
لدينا G مركز ثقل المثلث ABC إذن G مرجح $(C,1);(B,1);(A,1)$

إذن : $\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$ نأخذ : $M=O$ نجد :

$$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$$

بالتالي : $\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OG}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}=\vec{0}$

تمرين 4 : $ABCD$ متوازي أضلاع. E مرجح $(C,1)$ ، F مرجح $(C,3)$ و $(D,-2)$

1 لدينا E مرجح النقطتين المتزنتين $(C,1)$ و $(B,2)$
إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

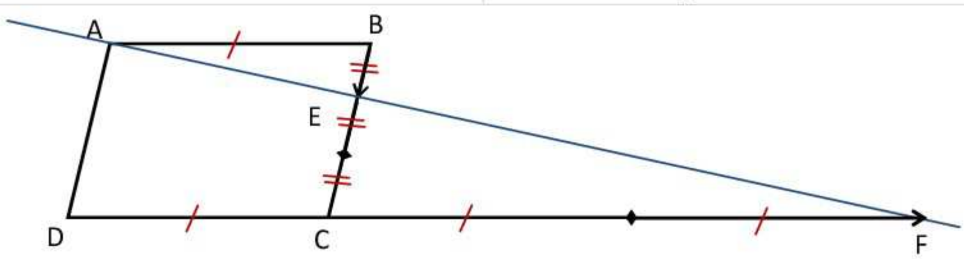
$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$$

نأخذ: $M=B$ فنجد أن: $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

لدينا F مرجح النقطتين المتزنتين $(C,3)$ و $(D,-2)$
إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MF}=\frac{3}{1}\overrightarrow{MC}+\frac{-2}{1}\overrightarrow{MD}$$

نأخذ: $M=D$ فنجد أن: $\overrightarrow{DF}=3\overrightarrow{DC}$



2 لنبين أن A مرجح النقطتين المتزنتين $(E,3)$ و $(F,-1)$ أي نبين : $3\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AF}=\vec{0}$

لدينا: $3\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AF}=3\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}\right)-\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}\right)=3\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DF}=3\overrightarrow{DC}+3\times\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$

بالتالي A مرجح النقطتين المتزنتين $(E,3)$ و $(F,-1)$

3 نستنتج أن النقط A و E و F مستقيمية.

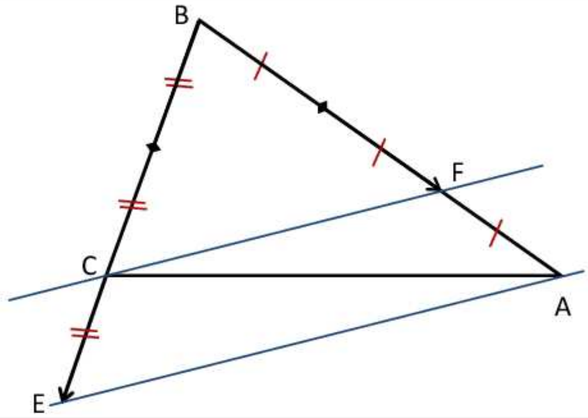
تمرين 5 : ABC مثلث. E مرجح $(C,-3)$ و $(B,1)$ و F مرجح $(A,2)$ و $(B,1)$

1 لدينا E مرجح النقطتين المتزنتين $(C,-3)$ و $(B,1)$
إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{-3}{-2}\overrightarrow{MC}+\frac{1}{-2}\overrightarrow{MB}$$

لدينا F مرجح النقطتين المتزنتين $(A,2)$ و $(B,1)$
إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$$

	نأخذ: $M=B$ فنجد أن: $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$	نأخذ: $M=B$ فنجد أن: $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$	
			
2	لدينا: $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$ منه $\overrightarrow{BA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BF}$ منه : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{FB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{FC}$ بالتالي $(CF)//(AE)$		

سلسلة 3	المرجـــــح	السنة 1 بكالوريا علوم رياضية

تمرين 1 : $ABCD$ رباعي محدب . ليكن E و F هما على التوالي مركزا ثقلي المثلثين ABC و ADC
بين أن $(EF)//(BD)$

تمرين 2 : ABC مثلث. E و I و F نقط حيث $\overrightarrow{AE}=\frac{-2}{5}\overrightarrow{AB}$ و I منتصف $[BC]$ و $\overrightarrow{CF}=\frac{7}{9}\overrightarrow{CA}$

1) عبر عن E و I و F كمرجح للنقط A ، B أو C

2) برهن أن النقط E و I و F مستقيمية.

تمرين 3 : المستوى منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعتبر النقط $A(3,4)$ و $B(0,2)$ و $C(3,2)$.
ليكن E منتصف $[BC]$ و G مرجح النقطتين المتزنتين $(E,2)$ و $(A,1)$

1) أوجد إحداثيتي كل من E و G

2) استنتج أن النقط O و G و C مستقيمية.

تمرين 4 : ABC مثلث.

1) حدد (E_1) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\overrightarrow{AM}\|=\|\overrightarrow{BC}\|$ ثم أنشئها .

2) حدد (E_2) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\overrightarrow{BM}\|=\|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\|$ ثم أنشئها.

3) حدد (E_3) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|4\overrightarrow{CM}\|=\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\|$ ثم أنشئها .

تمرين 5 : ABC مثلث حيث $AB=6$ و $AC=4$ و $BC=5$. G مركز ثقل المثلث ABC .

1) حدد و أنشئ (ζ) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=6$.

2) حدد و أنشئ (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|$.

3) حدد و أنشئ (L) مجموعة النقط M التي تحقق : $\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\|$.

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	المرجـــح حلول مقترحة	سلسلة 3

تمرين 1 : $ABCD$ رباعي محدب. E و F هما على التوالي مركزا ثقلي المثلثين ABC و ADC

لدينا E مركز ثقل المثلث ABC أي مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$(*)\ \forall M\in(P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$$

لدينا F مركز ثقل المثلث ADC أي مرجح النقط $(A,1)$ و $(D,1)$ و $(C,1)$

إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح:

$$(*)\ \forall M\in(P)\ \overrightarrow{MF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$$

نأخذ في المتساوية $(*)$: $M=E$ فنجد أن: $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{EC}\right)$

وبما أن E مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$ فإن: $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}$ أي : $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=-\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{DE}$

منه: $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{EC}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EC}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$

بالتالي : $(EF)//(BD)$

الشكل غير ضروري لكنه يساعد في إيجال الفكرة أحيانا.

تمرين 2 : ABC مثلث. E و I و F نقط حيث $\overrightarrow{AE}=\frac{-2}{5}\overrightarrow{AB}$ و I منتصف $[BC]$ و $\overrightarrow{CF}=\frac{7}{9}\overrightarrow{CA}$

1

لدينا $\overrightarrow{AE}=\frac{-2}{5}\overrightarrow{AB}$ منه : $5\overrightarrow{AE}=-2\overrightarrow{AB}$ منه : $5\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ منه : $5\overrightarrow{AE}+2\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}\right)=\vec{0}$

منه : $5\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{EB}=\vec{0}$ منه : $7\overrightarrow{AE}+2\overrightarrow{EB}=\vec{0}$ منه: $-7\overrightarrow{EA}+2\overrightarrow{EB}=\vec{0}$

هذا يعني أن E مرجح النقطتين $(A,-7)$ و $(B,2)$

لدينا I منتصف $[BC]$ إذن I مرجح النقطتين $(B,1)$ و $(C,1)$

لدينا $\overrightarrow{CF}=\frac{7}{9}\overrightarrow{CA}$ منه $9\overrightarrow{CF}=7\overrightarrow{CA}$ منه : $9\overrightarrow{CF}-7\overrightarrow{CA}=\vec{0}$ منه : $9\overrightarrow{CF}-7\left(\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{FA}\right)=\vec{0}$

منه : $9\overrightarrow{CF}-7\overrightarrow{CF}-7\overrightarrow{FA}=\vec{0}$ منه : $2\overrightarrow{CF}-7\overrightarrow{FA}=\vec{0}$ منه: $-2\overrightarrow{FC}-7\overrightarrow{FA}=\vec{0}$

هذا يعني أن E مرجح النقطتين $(C,-2)$ و $(A,-7)$ (أو أيضا $(C,2)$ و $(A,7)$ خاصية الصمود)

2

لدينا E مرجح $(A,-7)$ و $(B,2)$ إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح: $\forall M\in(P)\ \overrightarrow{ME}=\frac{-7}{-5}\overrightarrow{MA}+\frac{2}{-5}\overrightarrow{MB}$

لدينا F مرجح $(C,2)$ و $(A,7)$ إذن حسب الخاصية المميزة للمرجح: $\forall M\in(P)\ \overrightarrow{MF}=\frac{2}{9}\overrightarrow{MC}+\frac{7}{9}\overrightarrow{MA}$

نأخذ: $M=I$ فنجد أن: $\overrightarrow{IE}=\frac{7}{5}\overrightarrow{IA}-\frac{2}{5}\overrightarrow{IB}$ و $\overrightarrow{IF}=\frac{2}{9}\overrightarrow{IC}+\frac{7}{9}\overrightarrow{IA}$

ولدينا I منتصف $[BC]$ منه : $\overrightarrow{IC}=-\overrightarrow{IB}$ منه : $\overrightarrow{IF}=\frac{-2}{9}\overrightarrow{IB}+\frac{7}{9}\overrightarrow{IA}$

إذن : $9\overrightarrow{IF}=-2\overrightarrow{IB}+7\overrightarrow{IA}$ و $5\overrightarrow{IE}=7\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}$ منه : $9\overrightarrow{IF}=5\overrightarrow{IE}$ أي $\overrightarrow{IF}=\frac{5}{9}\overrightarrow{IE}$

بالتالي: النقط E و I و F مستقيمية.

تمرين 3 : $A(3,4)$ و $B(0,2)$ و $C(3,2)$. E منتصف $[BC]$ و G مرجح النقطتين $(E,2)$ و $(A,1)$

1

لدينا E منتصف $[BC]$ منه : $\begin{cases} x_E=\dfrac{x_B+x_C}{2}=\dfrac{3}{2} \\ y_E=\dfrac{y_B+y_C}{2}=\dfrac{4}{2}=2 \end{cases}$ منه: $E\left(\frac{3}{2}\,;\,2\right)$

لدينا: G مرجح $(E,2)$ و $(A,1)$ منه : $\begin{cases} x_G = \dfrac{2x_E + x_A}{3} = \dfrac{3+3}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{2y_E + y_A}{3} = \dfrac{4+4}{3} = \dfrac{8}{3} \end{cases}$ منه: $G\left(2\,;\,\dfrac{8}{3}\right)$

2 لدينا: $\overrightarrow{OE}\left(\dfrac{3}{2}\,;\,2\right)$ و $\overrightarrow{OG}\left(2\,;\,\dfrac{8}{3}\right)$ ولدينا : $\det\left(\overrightarrow{OG},\overrightarrow{OE}\right)=\begin{vmatrix} 2 & \dfrac{8}{3} \\ \dfrac{3}{2} & 2 \end{vmatrix} = 2\times 2 - \dfrac{8}{3}\times\dfrac{3}{2} = 4-4=0$

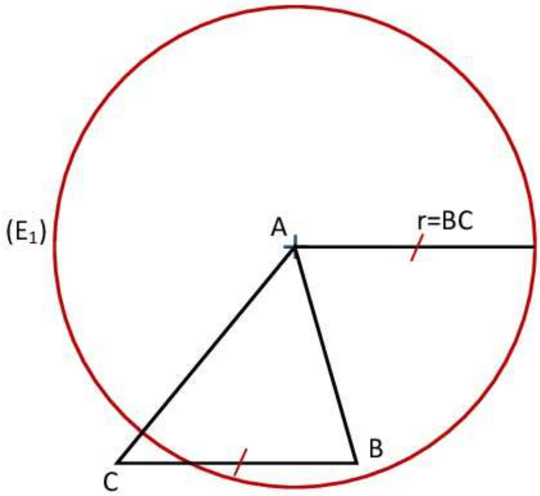
بالتالي : O و G و C مستقيمية.

تذكير: إحداثيتا مرجح (A,α) و (B,β) و ... و (K,λ) هي : $\begin{cases} x_G = \dfrac{\alpha\, x_A + \beta\, x_B + \ldots + \lambda\, x_K}{\alpha+\beta+\ldots+\lambda} \\ y_G = \dfrac{\alpha\, y_A + \beta\, y_B + \ldots + \lambda\, y_K}{\alpha+\beta+\ldots+\lambda} \end{cases}$

<u>تمرين 4</u> : ABC مثلث.

1 لنحدد (E_1) مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{AM}\right\| = \left\|\overrightarrow{BC}\right\|$

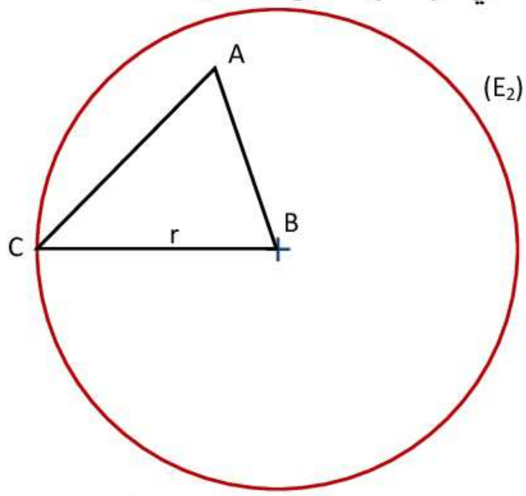
لدينا : $\left\|\overrightarrow{AM}\right\| = \left\|\overrightarrow{BC}\right\|$ تعني : $AM = BC$ إذن المجموعة (E_1) هي الدائرة التي مركزها A و شعاعها $R = BC$



2 لنحدد (E_2) مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{BM}\right\| = \left\|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right\|$

لدينا : $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ منه : $\left\|\overrightarrow{BM}\right\| = \left\|\overrightarrow{CB}\right\|$ أي : $BM = BC$

بالتالي المجموعة (E_2) هي الدائرة التي مركزها B و شعاعها $R = BC$

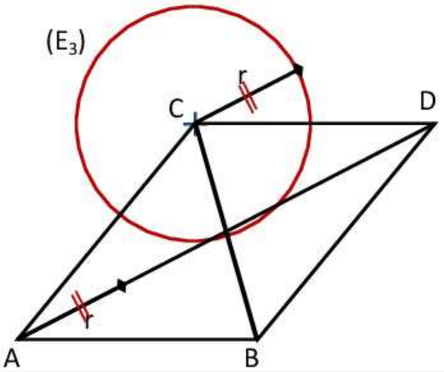


3 لنحدد (E_3) مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|4\overrightarrow{CM}\right\| = \left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right\|$

نعتبر النقطة D حيث $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ (أي $ABDC$ متوازي أضلاع)

منه : $\left\|\overrightarrow{AD}\right\| = \left\|4\overrightarrow{CM}\right\|$ أي : $4CM = AD$ أي : $CM = \dfrac{AD}{4}$

بالتالي المجموعة (E_3) هي الدائرة التي مركزها C و شعاعها $R = \dfrac{AD}{4}$



تمرين5 : ABC مثلث ، $AB = 6$ ، $AC = 4$ ، $BC = 5$. G مركز ثقل المثلث ABC .

1	لنحدد (ζ) مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 6$ نعتبر النقطة G مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,1)$ و $(C,1)$ (أي مركز ثقل المثلث ABC) لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح $\forall M \in (P)\ 3\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ منه : $\left\|3\overrightarrow{MG}\right\| = 6$ أي $3MG = 6$ أي $MG = 2$ بالتالي (ζ) هي الدائرة التي مركزها G و شعاعها $r = 2$
2	لنحدد (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$ نعتبر النقطة I مرجح النقط $(A,1)$ و $(B,1)$ (أي منتصف $[AB]$) و النقطة J مرجح النقط $(B,1)$ و $(C,1)$ (أي منتصف $[BC]$) لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح $\forall M \in (P)\ 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ و $\forall M \in (P)\ 2\overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ منه : $\left\|2\overrightarrow{MI}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MJ}\right\|$ أي $2MI = 2MJ$ أي $MI = MJ$ بالتالي (Δ) هو واسط القطعة $[IJ]$
3	لنحدد (L) مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$ نعتبر النقطة G مرجح النقطتين $(A,1)$ و $(B,3)$ لدينا حسب الخاصية المميزة للمرجح $\forall M \in (P)\ 4\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$ منه : $\left\|4\overrightarrow{MG}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{CM}\right\|$ أي $\left\|4\overrightarrow{MG}\right\| = \left\|\overrightarrow{CB}\right\|$ أي $MG = \dfrac{BC}{2}$ بالتالي (L) هي الدائرة التي مركزها G و شعاعها $r = \dfrac{BC}{2}$

- لم يتم رسم الأشكال نظرا لكوننا تطرقنا لها في التمرين السابق.
- لا حظ أننا ستعمل المرجح لكي يتم تبسيط المجموع المتجهي داخل رمز المنظم، لكن و في حال كان مجموع المعاملات منعدما (كما هو الحال في المثال الأخير فإنه يكون ممكنا تبسيط هذا التعبير دون استعمال المرجح)