

تمارين العلوم الفيزيائية الأولى بكالوريا علوم رياضية وتجريبية الشغل وطاقة الوضع الثقالية - الطاقة الميكانيكية

في جميع التمارين نأخذ $g = 10 \text{ N/kg}$

تمرين 1

نعتبر جسما A نقطيا ، كتلته $m = 2 \text{ kg}$ يمكن له أن يحتل مواضع مختلفة على المحور Oz الموجه نحو الأعلى ومدرج بالمتر .

1 - نأخذ كحالة مرجعية نقطة أنسوبها $z = 2$. أحسب طاقة الوضع الثقالية للجسم A عند المواضع التالية :
 $z_{A_1} = 6$ و $z_{A_2} = -4$

2 - نأخذ كحالة مرجعية النقطة ذات الأنسوب : $z = -1$. أحسب طاقة الوضع الثقالية للجسم A عند المواضع التالية :
 $z_{A_1} = 6, z_{A_2} = -4, z_{A_3} = 9$

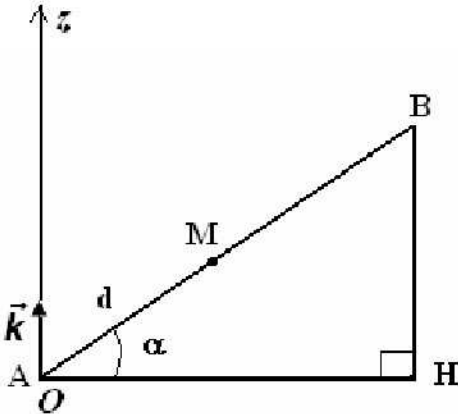
تمرين 2

لدينا مثلث AHB قائم الزاوية في H والضلع AH أفقي . أنظر الشكل .
نضع $AB = a$ و $\widehat{BAH} = \alpha$.

جسم نقطي كتلته m في حركة على AB . لتكن M موضع الجسم بحيث أن $AM = d$.

أعط تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم بدلالة g, a, α, d, m عند اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية هي :

- 1 - النقطة H
- 2 - النقطة B
- 3 - النقطة A



تمرين 3

كرة كتلتها $m = 20 \text{ g}$ وشعاعها $R = 10 \text{ cm}$ تتدحرج بدون انزلاق على مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي .

1 - أحسب تغير طاقة الوضع الثقالية للكرة عندما تنجز 6 دورات حول نفسها (حول المحور الذي يمر من مركز ثقلها)

2 - هل تغير طاقة الوضع الثقالية للكرة

— دالة تألفية بالنسبة لعدد الدورات المنجزة من طرفها ؟

— دالة تألفية بالنسبة للزمن t المستغرق خلال حركتها ؟

تمرين 4

نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل جانبه والمكونة من :

— بكرة (P) بإمكانها الدوران حول محور أفقي ثابت Δ ، شعاعها $r = 5 \text{ cm}$ وعزم قصورها J_Δ بالنسبة للمحور Δ

— خيط (f) ملفوف حول مجرى البكرة . نعتبره غير مدود وكتلته مهملة .

جسم (S) كتلته $m = 0,5 \text{ kg}$ موضوع على مستوى (π) مائل بزاوية

$\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي ومرتبب بالطرف الحر للخيط (f) .

نطلق الجسم S من أعلى نقطة على المستوى المائل بدون سرعة

بدئية . ونعتبر حركة الجسم على المستوى المائل تتم بدون احتكاك .

1 - بواسطة جهاز ملائم نقيس سرعة الجسم عند مروره من النقطتين A و B فنجد أن $V_A = 0,5 \text{ m/s}$ و $V_B = 2,5 \text{ m/s}$ والمسافة $AB = 62,5 \text{ cm}$

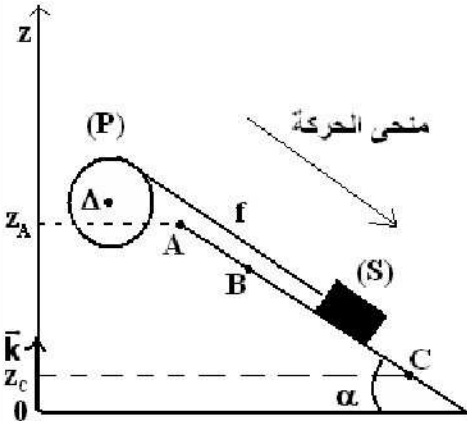
1 - 1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير الشغل $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ ، القوة التي يطبقها الخيط على الجسم S .

2 - 1 أحسب $W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$ واستنتج شدة القوة \vec{F} .

2 - لإيجاد قيمة عزم القصور J_Δ للبكرة (P) بالنسبة للمحور Δ نقوم بالدراسة التجريبية التالية : عندما يقطع

الجسم المسافة AB تدور البكرة بزاوية $\Delta\theta$.

2 - 1 أوجد العلاقة بين الزاوية $\Delta\theta$ والمسافة AB .



2 - 2 بتطبيق مبرهنة الطاقة على البكرة (P) بين أن $J_A = \frac{2.F.AB.r^2}{V_B^2 - V_A^2}$. أحسب J_A .

3 - في الواقع أن الجزء BC من المستوى المائل خشن أي أن حركة الجسم على هذا الجزء تتم بالاحتكاك بحيث ينتج عن هذه الاحتكاكات توقف الجسم S عند النقطة C ($V_C = 0$)

نأخذ المستوى الأفقي المار من A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية حيث $E_{pp} = 0$

3 - 1 أعط تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار هذه الحالة المرجعية .

3 - 2 بين أن تغير طاقة الوضع الثقالية بين B و C لا تتعلق بالحالة المرجعية المختارة .

3 - 3 أوجد تغير الطاقة الميكانيكية عند انتقال الجسم S من B إلى C . واحسب قيمته .
نعطي $BC = 100\text{cm}$

3 - 4 استنتج الطاقة المفقودة على شكل حرارة أثناء الانتقال BC .

3 - 5 استنتج قيمة شدة قوة الاحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال هذا الجزء .

تمرين 5

تحتوي حقينة سد على كمية من الماء عمقها 15m ومساحة سطحها $1,5\text{km}^2$.

مركز قصور كمية الماء يوجد على ارتفاع $h = 2000\text{m}$ من سطح البحر .

توجد محطة هيدروكهربائية على مقربة من السد وعلى ارتفاع $h' = 1200\text{m}$ من سطح البحر ويتم تغذية المحطة بماء السد لإنتاج الطاقة الكهربائية .

1 - أحسب طاقة الوضع الثقالية المخزونة في ماء السد بعد اختيار حالة مرجعية .

2 - أحسب تغير طاقة الوضع الثقالية إذا اعتبرنا أن كتلة الماء الموجودة بالسد تنزل بكاملها إلى محطة توليد الكهرباء .

3 - أحسب القدرة الكهربائية المحصل عليها بالنسبة لصبيب مائي يساوي $(10\text{m}^3/\text{s})$. إذا اعتبرنا أن 75% من الطاقة المخزونة في الماء تتحول إلى طاقة كهربائية .

نعطي : $\rho_{\text{eau}} = 10^3\text{kg}/\text{m}^3$ و $g = 10\text{N}/\text{kg}$

تمرين 6

ساق متجانسة كتلتها m وطولها $\ell = 1\text{m}$ قابلة للدوران ، بدون احتكاك ، حول محور (Δ) أفقي يمر من أحد

طرفيها . عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) هو : $J_A = \frac{1}{3}m\ell^2$.

نزح الساق عن موضع توازنها المستقر الرأسي بزاوية $\theta = 60^\circ$ ثم نحررها بدون سرعة بدئية نأخذ $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$.

أحسب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عندما تمر من موضع توازنه المستقر . نعطي شدة الثقالة $g = 10\text{N}/\text{kg}$

تمرين 7

نعتبر جسما صغيرا كتلته $m = 0,5\text{kg}$ ينتقل فوق

مدار ABCD يتكون من جزء مستقيم طوله

$AB = 2\text{m}$ ، ومن جزء دائري BCD شعاعه

$r = 0,5\text{m}$. نعطي $\theta = 60^\circ$.

نطلق الجسم (S) من النقطة A بدون سرعة بدئية .

1 - نعتبر الاحتكاكات مهملة .

1 - 1 أوجد تعبير الطاقة الميكانيكية للجسم S في

الموضع A بدلالة m, r, θ و g شدة الثقالة . أحسب

$E_m(A)$. نعطي $g = 10\text{N}/\text{kg}$

1 - 2 أحسب طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع B .

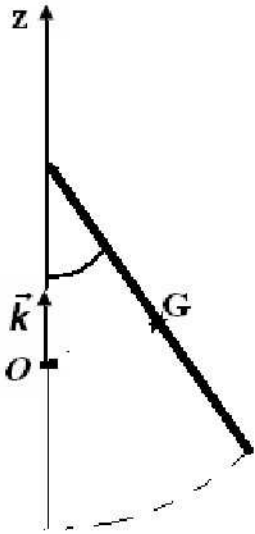
3 - أحسب سرعة S عند وصوله إلى الموضع D .

2 - في الواقع سرعة الجسم S في الموضع B تساوي $4,00\text{m}/\text{s}$ نتيجة قوى الاحتكاك التي نعتبرها مكافئة

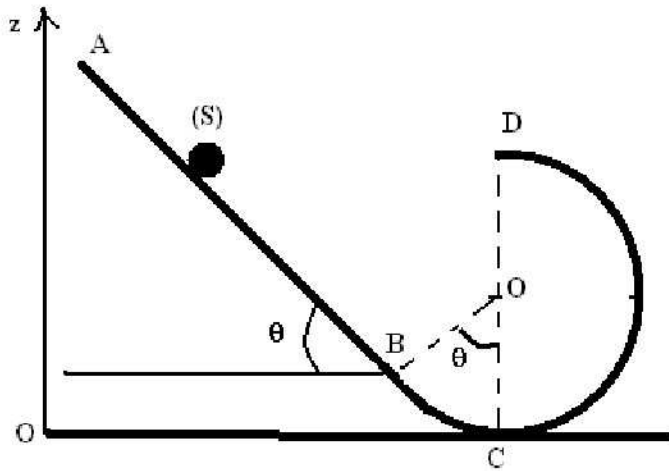
لقوة \vec{f} ثابتة ومنحاهها معاكس لمنحى حركة الجسم S .

2 - 1 أحسب الطاقة المفقودة على شكل حرارة أثناء الانتقال AB

2 - 2 أحسب شدة القوة \vec{f} .



موضع التوازن المستقر



تصحيح تمارين حول الطاقة الميكانيكية .

تمرين 2

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو : $E_{pp} = mgz + C$ بحيث z أرتوب النقطة M و C ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية .

1 - عند اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية هي النقطة H أي أن $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ في هذه الحالة $C=0$ وطاقة الوضع تكون كالتالي :

$$E_{pp} = mgz$$

$$z = d \sin \alpha$$

$$E_{pp} = mgd \sin \alpha$$

2 - عند اختيار النقطة B كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = 0 \text{ عند } z = a \sin \alpha \text{ أي أن } C = -mga \sin \alpha \text{ وبالتالي } E_{pp} = mg \sin \alpha (d - a)$$

3 - عند اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع النقطة A هي نفس الحالة المرجعية النقطة H .

تمرين 3

الكرة تتدحرج بدون انزلاق على المستوى المائل . نعتبر (Δ) محور دورانها حول نفسها .

تغير طاقة الوضع بين موضعين لا يتعلق بالحالة المرجعية .

1 - تغير طاقة الوضع عند انتقالها من الموضع A إلى الموضع B :

$$\Delta E_{pp} = mgz_B - mgz_A = mg(z_B - z_A) \text{ وحسب}$$

الشكل يلاحظ أن $z_B - z_A < 0$ وبالتالي :

$$\Delta E_{pp} = -mg(z_A - z_B) = -mgh$$

$$h = AB \sin \alpha$$

وحسب المعطيات أن الكرة خلال انتقالها من A إلى B

$$\Delta \theta = 6 \times 2\pi = 12\pi \text{ أن :}$$

وبما أن الكرة تتدحرج بدون انزلاق : $AB = R\Delta \theta$ أي أن :

$$E_{pp} = -mgR\Delta \theta \sin \alpha$$

$$E_{pp} = -0,377 \text{ J}$$

2 - تغير الطاقة الوضع الثقالية دالة تألفية بالنسبة لعدد الدورات المنجزة من طرفها وليس بالنسبة للزمن t المستغرق خلال حركتها .

تمرين 4

1 - شغل القوة \vec{F} المطبقة من طرف الخيط على الجسم :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{m}{2}(v_B^2 - v_A^2) - mgAB \sin \alpha$$

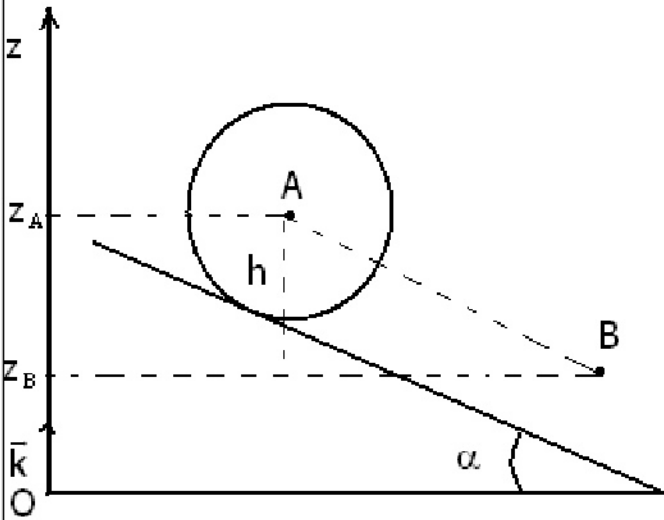
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -6,25 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

شدة القوة \vec{F}

$$F = -\frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{F})}{AB} = 0,1 \text{ N}$$

2 - العلاقة بين الزاوية $\Delta \theta$ والمسافة AB : $AB = R\Delta \theta$

2 - 2 نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة P :



$$\frac{1}{2}J_A\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_A\omega_A^2 = \mathcal{M}_A.\Delta\theta + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{P}_p)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0, W_{A \rightarrow B}(\vec{P}_p) = 0$$

$$\frac{1}{2}J_A\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_A\omega_A^2 = \mathcal{M}_A.\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{AB}{R}, \omega_A = \frac{v_A}{R}, \omega_B = \frac{v_B}{R}$$

وبالتالي أي أن $J_A(v_B^2 - v_A^2) = 2R^2AB.F$

$$J_A = \frac{2R^2AB.F}{v_B^2 - v_A^2}$$

تطبيق عددي : $J_A = 0,521.10^{-4} \text{ kg.m}^2$

3 _ الجزء BC خشن . ونأخذ المستوى المار من النقطة A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .

3 _ 1 تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار الحالة المرجعية أعلاه :

$$E_{pp} = mgz + C \text{ نأخذ } E_{pp} = 0 \text{ عند } z = z_A \text{ وبالتالي : } C = -mgz_A$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو :

$$E_{pp} = mg(z - z_A)$$

3 _ 2 : نبين أن طاقة الوضع الثقالية لا تتعلق بالحالة المرجعية :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) = mg(z_C - z_A) - mg(z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$$

وبالتالي فإن تغير طاقة الوضع لا يتعلق بالحالة المرجعية .

3 _ 3 وتغير الطاقة الميكانيكية هو $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

* تعبير طاقة الوضع في الجزء BC : نعطي $BC = 100 \text{ cm}$

$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$ وحسب الشكل فإن $z_C - z_B = -BC \cdot \sin \alpha$ وبالتالي فتعبير تغير طاقة الوضع

الثقالية هو كالتالي :

$$\Delta E_{pp} = -mgBC \sin \alpha$$

* تعبير تغير الطاقة الحركية بين B و C .

$$\Delta E_C = -\frac{1}{2}mv_B^2 \text{ وبالتالي } v_C = 0$$

وبالتالي فتعبير تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

$$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(B) = E_{pp}(C) + E_C(C) - E_{pp}(B) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) + E_C(C) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = -mgBC \sin \alpha - \frac{1}{2}mv_B^2$$

تطبيق عددي : $\Delta E_{pp} = -250.10^{-2} \text{ J}$ و $\Delta E_C = -1,56 \text{ J}$ وبالتالي $\Delta E_m = -4,06 \text{ J}$

3 _ 4 يتبين من خلال هذه النتيجة أن الطاقة الميكانيكية لا تنخفض أي أنها تتحول إلى طاقة حرارية Q

$$\Delta E_m = -Q$$

وبالتالي فالطاقة المفقودة على شكل حرارة هي : $Q = 4,06 \text{ J}$.

3 _ 5 : لدينا $\Delta E_m = W(\vec{f}) \Rightarrow \Delta E_m = -f.BC$

$$f = -\frac{\Delta E_m}{BC} \text{ : تطبيق عددي : } f = 4,06 \text{ N}$$

تمرين 5

1 - نأخذ سطح البحر الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية . عند $z = 0$ $E_{pp} = 0$

$$E_{pp} = mgz$$

بحيث أن $m = \rho_{eau} V = \rho_{eau} p.S$ أي أن طاقة الوضع الثقالية للماء المخزون في السد هو :

$$E_{pp} = \rho_{eau} p S g z$$

تطبيق عددي : $E_{pp} = 250.10^{12} \text{ J}$

2 - تغير طاقة الوضع الثقالية إذا اعتبرنا أن كتلة الماء تنزل بكاملها إلى محطة التوليد الكهربائي :

$$\Delta E_{pp} = -\rho_{eau} p S g \Delta z = -180.10^{12} \text{ J}$$

3 - القدرة الكهربائية هي : $P = 0,75 \frac{-\Delta E_{pp}}{\Delta t} = 60.10^5 \text{ Watt}$

تمرين 6

حساب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عند مروره من موضع توازنه المستقر :
القوى المطبقة على الساق هي :

\vec{P} وزن الساق ، \vec{R} تأثير المحور على الساق .

شغل القوة \vec{R} منعدم وفي غياب الاحتكاكات القوة الوحيدة التي تنجز شغلا هي وزن الجسم أي أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية .

الحالة البدئية : $E_{Cl} = 0$ لأن $\omega_1 = 0$

بحيث أن $E_{pp1} = mgz$ (نأخذ كحالة مرجعية $z = \frac{\ell}{2}(1 - \cos \theta)$)

$$(z = 0 \text{ عند } E_{pp} = 0)$$

أي أن $E_{pp1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية هي :

$$E_{m1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$$

الحالة النهائية : $E_{C2} = \frac{J_A \omega_2^2}{2}$ و $E_{pp2} = 0$ وبالتالي فالطاقة

الميكانيكية النهائية هي : $E_{m2} = \frac{J_A \omega_2^2}{2}$

بما أن

$$J_A = \frac{1}{3} m \ell^2 \Rightarrow E_{m2} = \frac{m \ell^2 \omega_2^2}{6}$$

هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للساق أي أن $E_{m1} = E_{m2}$

$$\frac{m \ell^2 \omega_2^2}{6} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$\omega_2 = 3,83 \text{ m/s} \text{ تطبيق عددي } \omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1 - \cos \theta)}$$

تمرين 7

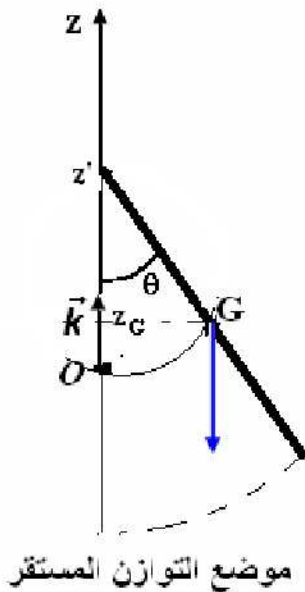
1 - تعبير الطاقة الميكانيكية في الموضع A :

$$E_m(A) = E_C(A) + E_{pp}(A)$$

$E_C(A) = 0$ لأن $v_A = 0$ و $E_{pp}(A) = mgz_A$ (اختير كحالة مرجعية سطح الأرض $z=0$)

بحيث أن $z_A = AB \sin \theta + r(1 - \cos \theta)$ أي أن $E_m(A) = mgr(1 + 4 \sin \theta - \cos \theta)$

تطبيق عددي : $E_m(A) = 9,71 \text{ J}$



2 - حساب طاقة الوضع الثقالية في الموضع B : $E_{pp}(B) = mgz_B = mgr(1 - \cos \theta)$

تطبيق عددي : $E_{pp}(B) = 1,23J$

حساب الطاقة الحركية للجسم S في B .

بما أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ لغياب الاحتكاكات وأن وزن الجسم القوة الوحيدة التي تشتغل :

$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) \Rightarrow E_c(B) = E_m(B) - E_{pp}(B)$ وبما أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

$$E_m(A) = E_m(B) = 9,71J$$

وبالتالي $E_c(B) \approx 8,48J$

3 - نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين D و B :

$$W_{B \rightarrow D}(\vec{R}) = 0$$

$$v_D = 4,39m/s \text{ : تطبيق عددي } v_D = \sqrt{v_B^2 - 2gr\left(\frac{1}{2} + \cos \theta\right)}$$

2 - الطاقة المفقودة على شكل حرارة أثناء الانتقال AB :

$$E_m(B) = \frac{mv_B^2}{2} + 1,23J = 5,23J \text{ و } E_m(A) = 9,71J \text{ بحيث أن } \Delta E_m = E_m(B) - E_m(A)$$

وبالتالي $\Delta E_m = -5,71J$ أي أن الطاقة المفقودة على شكل حرارة هي $\Delta E_m = -Q$ أي أن $Q = 5,71J$

شدة القوة \vec{f} :

$$\Delta E_m = -f \cdot AB \Rightarrow f = -\frac{\Delta E_m}{AB} = 2,85N$$