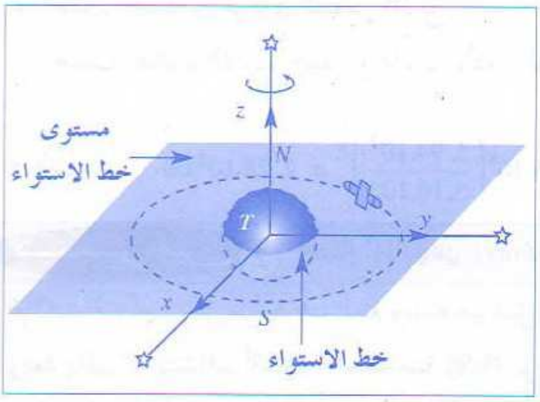
5. الأقمار الاصطناعية الساكنة بالنسبة للأرض



يكون قمر اصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض إذا كان :

- يدور في منحى دوران الأرض.
- دوره المداري T يساوي دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي.
- مداره الدائري في مستوى خط الاستواء الأرضي.

تمرين 1 السرعة القصوى و السرعة الدنيا للمريخ

المسافتان القصوى والدنيا لكوكب المريخ بالنسبة لمركز الشمس (S) هما $d_1 = 2,49.10^8 km$ و $d_2 = 2,06.10^8 km$

1 - ما طبيعة مدار كوكب المريخ حول الشمس ؟

2 - احسب طول نصف المحور الأكبر لهذا المدار.

3 - في أية نقطة من المدار تكون سرعة المريخ قصوى ؟ وفي أية نقطة تكون دنيا ؟

4 - تساوي المسافة المتوسطة بين مركزي الأرض والشمس $r = 1,5.10^8 km$.

احسب المسافة المتوسطة r' بين مركزي الشمس والمريخ.

- نعتبر مسار الكواكب حول الشمس دائري.

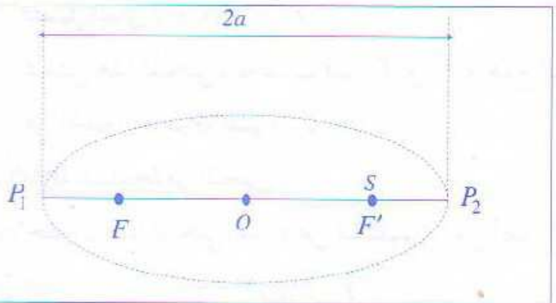
معطيات - الدور المداري للأرض : $T = 3,16.10^7 s$

- الدور المداري للمريخ : $T' = 5,94.10^7 s$

حل

1 - طبيعة المدار

مسار كوكب المريخ حول الشمس عبارة عن إهليلج، يشكل مركز الشمس إحدى بؤرتيه، لأن المسافة المتوسطة بين مركزي المريخ والشمس تتغير باستمرار.



2 - حساب طول نصف المحور الأكبر للمدار

لدينا : $P_1F' + F'P_2 = 2a$

أي أن : $d_1 + d_2 = 2a$

ومنه : $a = \dfrac{d_1 + d_2}{2} = 2,27.10^8 km$

3 - نقطتا المدار اللتان تكون عندهما السرعة قصوى ودنيا

تكون سرعة المريخ قصوى عندما يوجد مركزه عند النقطة P_2 الأقرب من مركز الشمس ؛

وتكون سرعة المريخ دنيا عندما يوجد مركزه عند النقطة P_1 الأبعد من مركز الشمس (انظر الشكل جانبه)

4 - حساب المسافة بين مركزي الشمس والمريخ

حسب القانون الثالث لكيبلر أو قانون الأدوار لدينا : $k = \frac{T'^2}{r'^3} = \frac{T^2}{r^3}$ ومنه : $r'^3 = r^3 \cdot \left(\frac{T'}{T}\right)^2$

وبالتالي : $r' = r\left(\frac{T'}{T}\right)^{2/3} = 1,5.10^8\left(\frac{5,94.10^7}{3,16.10^7}\right)^{\frac{2}{3}} = 2,28.10^8 km$

تمرين 2 أقمار أورانوس (*Uranus*)

تم اكتشاف أورانوس من طرف العالم ويليام هيرشيل (*William Herschel*) سنة *1781* ؛
وبعد ذلك تم اكتشاف أقماره الخمسة سنة *1986* بواسطة المجس الفضائي (*voyager 2*).
يعطي الجدول التالي الدور المداري T والشعاع r لمدارات هذه الأقمار والتي نعتبرها دائرية.

	القـمـر		الدور $T(\times 10^5 s)$	الشعاع $r(\times 10^8 m)$
1	ميراندا	Miranda	1,22	1,30
2	أرييل	Ariel	2,18	1,92
3	أومبيل	Umbiel	3,58	2,67
4	تيتانيا	Tutania	7,53	4,38
5	أوبيرون	Obéron	11,7	5,86

1 - مثل، مبيانيا، T^2 بدلالة r^3

2 - ما العلاقة التي يمكن استنتاجها من هذا المبيان ؟

3 - بين أن $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_u}$ ، حيث M_u كتلة أورانوس.

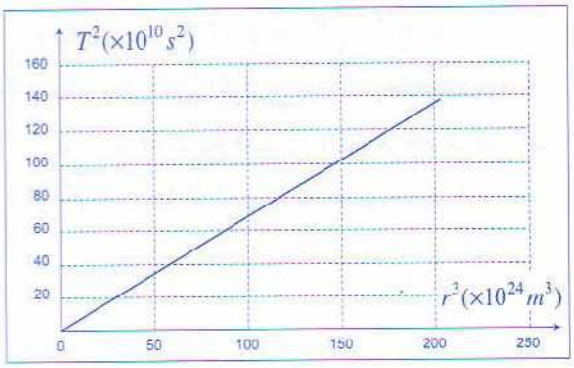
4 - احسب M_u. نعطي ثابتة التجاذب الكوني : $G = 6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$

حـل

1 - التمثيل المبياني لـ $T^2 = f(r^3)$

لتمثيل هذا المنحنى، نحسب قيم T^2 و r^3 ونجمع النتائج في الجدول بإضافة عمودين.

القـمـر	$T(\times 10^5 s)$	$r(\times 10^8 m)$	$T^2(\times 10^{10} s^2)$	$r^3(\times 10^{24} m^3)$
1	1,22	1,30	1,49	2,20
2	2,18	1,92	4,75	7,08
3	3,58	2,67	12,82	19,03
4	7,53	4,38	56,70	84,03
5	11,7	5,86	136,89	201,23



2 - العلاقة المستنتجة من المنحنى

نلاحظ أن هذا المنحنى عبارة عن مستقيم يمر من أصل المعلم

أي أن : $T^2 = k.r^3$

ومنه : $\frac{T^2}{r^3} = k$

3 - البرهنة على العلاقة :

للبرهنة على العلاقة : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_u}$ ؛ نطبق القانون الثاني لنيوتن على أحد الأقمار في المرجع المركزي لأورانوس.

يخضع القمر أثناء دورانه حول أورانوس إلى قوة التجاذب $\vec{F}$ التي يطبقها أورانوس.

$$\vec{F} = m.\vec{a} = \frac{G.M_u.m}{r^2}.\vec{n}$$

حيث $\vec{n}$ متجهة واحدية مركزية منحاها نحو مركز أورانوس.

إذن :
$$\vec{a} = \frac{G.M_u}{r^2}.\vec{n} \quad (1)$$

يعبر عن التسارع $\vec{a}$ في أساس فريني$(\vec{\tau},\vec{n})$ بالعلاقة :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \frac{v^2}{r}.\vec{n} \quad (2)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و(2) نكتب :

$\frac{dv}{dt}.\vec{\tau} = \vec{0}$ ومنه : $\frac{dv}{dt} = 0$ أي أن : $v=cte$ (حركة منتظمة)

$\frac{v^2}{r}.\vec{n} = \frac{GM_u}{r^2}.\vec{n}$ ومنه : $v^2 = \frac{G.M_u}{r}$

بما أن الحركة دائرية منتظمة فإن دورها T هو : $T = \frac{2\pi r}{v}$ ومنه : $v = \frac{2\pi r}{T}$

أي أن : $v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G.M_u}{r}$ ومنه : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_u}$

4 ـ **حساب الكتلة** M_u :

لحساب الكتلة M_u ، نحسب المعامل الموجه للمنحنى $T^2 = f(r^3)$

لدينا : $T^2 = k.r^3$ ومنه : $k = \frac{\Delta T^2}{\Delta r^3} = 6,80.10^{-15}\ (S.I)$

إذن : $\frac{T^2}{r^3} = k = \frac{4\pi^2}{G.M_u}$

ومنه : $M_u = \frac{4\pi^2}{G.k} = \frac{4\pi^2}{6,67.10^{-11}.6,80.10^{-15}} = 8,70.10^{25}kg$

تمرين 3 قوانين كيبلر

معطيات :

كتلة الأرض : $M_T = 5,98.10^{24}kg$ ؛ المسافة المتوسطة أرض ـ شمس : $D = 1,5.10^{11}m$

كتلة القمر : $M_L = 7,3.10^{22}kg$ ؛ شعاع الأرض : $R = 6,4.10^6m$

كتلة الشمس : $M_S = 1,99.10^{30}kg$ ؛ ثابتة التجاذب الكوني : $G = 6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}$

المسافة المتوسطة أرض ـ قمر $d = 3,84.10^8m$ ؛ الدور المداري الخاص للأرض : $T = 23,9345h$

1 ـ فسر كيف تتغير سرعة كوكب عندما يقترب أو يبتعد عن الشمس.

2.1/2 ـ عرف الحركة الدائرية المنتظمة.

2.2 ـ أعط مميزات متجهة تسارعها.

3 ـ قارن شدة قوتي التجاذب المطبقة من طرف كل من القمر والشمس على الأرض.

4.1/4 ـ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن سرعة القمر ثابتة بالنسبة للمرجع المركزي الأرضي.

4.2 ـ أوجد تعبير القانون الثالث لكيبلر بالنسبة للقمر في حركة دائرية منتظمة حول الأرض.

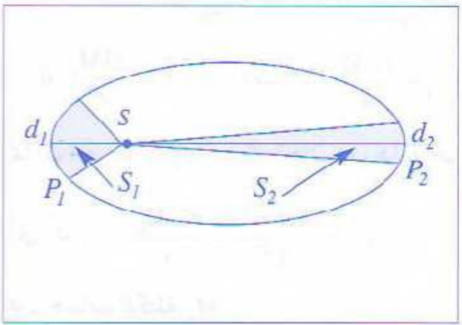
5.1/5 أعط الشروط التي ينبغي توفرها لكي يكون قمر اصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض.

ما دور مداره حول الأرض ؟

5.2 ـ ما الارتفاع h الذي يجب أن يتواجد فيه القمر الاصطناعي لكي يظهر ساكنا بالنسبة للأرض ؟

حـــل

1 ـ تغير سرعة كوكب



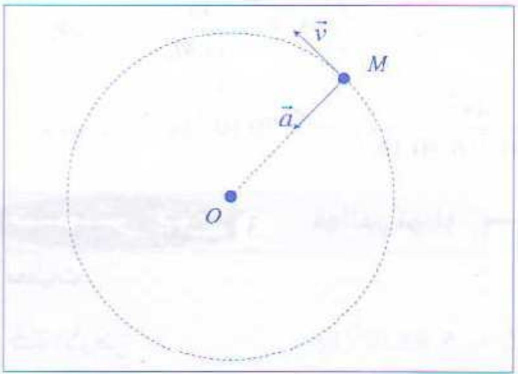
ـ حسب القانون الثاني لكيبلر، المساحتان S_1 وS_2 المكسوحتان من طرف القطعة $[SP]$ التي تربط مركز الشمس S بكوكب P خلال نفس المدة الزمنية متقايستان. كلما كانت المسافة شمس ـ كوكب صغيرة$(d_1 < d_2)$ كان طول المسار المقطوع Δs من طرف كوكب حول الشمس أكبر ؛

إذن كلما اقترب الكوكب من الشمس تزايدت سرعته والعكس صحيح

(لأن $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$)

2.1/2 ـ تعريف الحركة الدائرية المنتظمة

ـ تكون حركة متحرك دائرية منتظمة، إذا كان مساره دائريا وقيمة سرعته ثابتة.



2.2 ـ مميزات متجهة التسارع

ـ نرمز لمركز المسار الدائري بـ O ولشعاعه بـ R.

مميزات متجهة تسارع المتحرك M :

ـ الأصل : النقطة M

ـ الاتجاه : المستقيم MO .

ـ المنحى : من M نحو O

ـ المنظم $a = \dfrac{v^2}{R}$

3 ـ مقارنة شدة قوتي التجاذب

ـ شدة القوة المطبقة من طرف القمر على الأرض : $F_{L/T} = \dfrac{G.M_T M_L}{d^2}$

ـ شدة القوة المطبقة من طرف الشمس على الأرض : $F_{S/T} = \dfrac{G.M_T.M_S}{D^2}$

مقارنة شدة القوتين $F_{S/T}$ و $F_{L/T}$

$$\frac{F_{S/T}}{F_{L/T}} = \frac{G.M_T.M_S}{D^2} \cdot \frac{d^2}{G.M_T M_L} = \frac{M_S}{M_L}\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \frac{1,99.10^{30}}{7,3.10^{22}} \cdot \left(\frac{3,84.10^8}{1,5.10^{11}}\right)^2 \approx 178,7$$

شدة القوة المطبقة من طرف الشمس على الأرض أكبر بـ 179 مرة من شدة القوة المطبقة من طرف القمر على الأرض.

4.1/4 - البرهنة

- المجموعة المدروسة بالنسبة للمرجع المركزي الأرضي : القمر

- القوى الخارجية المطبقة على القمر : قوة التجاذب $\vec{F}_{T/L}$ المطبقة من طرف الأرض.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب :

$$\vec{F}_{T/L} = \frac{G.M_L M_T}{d^2}.\vec{n} = M_L(a_T.\vec{\tau} + a_N.\vec{n})$$

إذن، $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن : $v = cte$ و $a_N = \frac{G.M_T}{d^2} = \frac{v^2}{d}$ (1)

4.2 - القانون الثالث لكيبلر

الدور المداري للقمر هو : $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v}.d$ مع $\omega = \frac{v}{d}$

لدينا حسب العلاقة (1) : $G\frac{M_T}{d^2} = \frac{v^2}{d}$ ومنه : $v^2 = \frac{GM_T}{d}$

لدينا كذلك : $T^2 = \frac{4\pi^2}{v^2}d^2 = \frac{4\pi^2}{G.M_T}.d^3$

أي أن : $\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} = k$ (القانون الثالث لكيبلر)

5.1/5 - ليكون قمر اصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض يجب أن :

- يدور في منحى دوران الأرض حول محورها القطبي ؛

- يكون دوره المداري مساويا لدور حركة دوران الأرض حول محورها القطبي.

- يكون مداره الدائري في مستوى خط الاستواء

5.2 - ارتفاع القمر الاصطناعي الساكن بالنسبة لسطح الأرض

بتطبيق القانون الثالث لكيبلر نكتب : $\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$

إذن : $(R+h)^3 = \frac{T^2.GM_T}{4\pi^2}$

ومنه : $h = \left(\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R = \left(\frac{23,9345.3600)^2.6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}}{4.\pi^2}\right)^{1/3} - 6,4.10^6 = 3,58.10^7 m$

$h \approx 36000 km$

تمرين 4 قمر اصطناعي مداره في مستوى خط الاستواء

يدور قمر اصطناعي (S) كتلته $m = 500kg$ على ارتفاع h من سطح الأرض وفق مدار دائري مركزه منطبق مع مركز الأرض.

ندرس حركة هذا القمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي.

1 - بين أن حركة (S) منتظمة.

2 - أوجد تعبير السرعة v والدور T للقمر (S) بدلالة h و R شعاع الأرض و g_0 شدة الثقالة عند سطح الأرض، ثم احسب قيمة v وقيمة T.

3 - اذكر إحدى استعمالات هذا القمر (S) ، علما أنه يدور في نفس منحى دوران الأرض حول محورها القطبي.

4 - بين أن : $\frac{T^2}{(R+h)^3} = k$ ؛ استنتج قيمة كتلة الأرض.

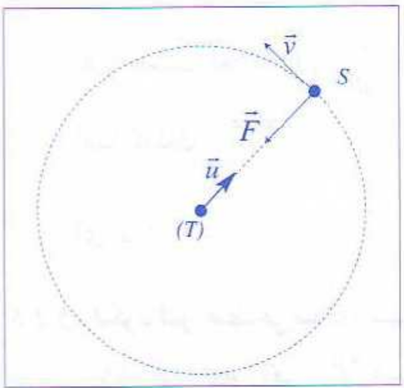
معطيات : $R = 6380km$; $G = 6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$; $h = 36000km$; $g_0 = 9,81 m.s^{-2}$

حل

1 - **البرهنة على أن حركة (S) منتظمة**

يخضع القمر (S) أثناء دورانه حول الأرض إلى قوة التجاذب الكوني $\vec{F}$ ، بحيث :

$$\vec{F} = \frac{-G.M.m}{(R+h)^2}.\vec{u}$$



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر (S) في المرجع المركزي الأرضي نكتب :

$$m.\vec{a} = \frac{-G.M.m}{(R+h)^2}.\vec{u} \quad \text{أي أن :} \quad \vec{a} = \frac{-G.M}{(R+h)^2}.\vec{u}$$

يعبر عن التسارع $\vec{a}$ للقمر الاصطناعي في أساس فريني بالعلاقة :

$$(1) \quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \frac{v^2}{R+h}.\vec{n} \quad \text{مع} \quad \vec{n} = -\vec{u}$$

نحصل على :

$$(2) \quad \vec{a} = \frac{GM}{(R+h)^2}.\vec{n}$$

بمقارنة العلاقتين (1) و(2) نحصل على :

$a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ أي أن : $v = cte$ ، مما يدل على أن الحركة دائرية منتظمة وتسارعها هو : $(3)\, a = a_N = \frac{v^2}{R+h} = \frac{G.M}{(R+h)^2}$

2 - **تعبير v وتعبير T**

من خلال العلاقة (3) ، نحصل على :

$$(4) \quad v^2 = \frac{G.M}{(R+h)}$$

وبما أن : $F = mg = \frac{G.M.m}{(R+h)^2}$ فإن : $g = \frac{G.M}{(R+h)^2}$

عند سطح الأرض، يكون $h = 0$ و $g = g_0 = \frac{G.M}{R^2}$

بتعويض $G.M$ بـ $g_0.R^2$ في العلاقة (3) نحصل على :

$$\frac{v^2}{R+h} = g_0.\frac{R^2}{(R+h)^2} \quad \text{ومنه :} \quad v = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

$$v = 6380.10^3\sqrt{\frac{9,81}{42380.10^3}} = 3,0.10^3 m.s^{-1}$$

تعبير T : ينجز القمر دورة كاملة وفق مسار دائري محيطه $2\pi(R+h)$ خلال المدة T بالسرعة v.

إذن :

$$2\pi(R+h) = v.T$$

$$2\pi(R+h) = R.\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}.T$$

$$(5) \quad T = \frac{2\pi}{R}\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} = \frac{2\pi}{6380.10^3}.\sqrt{\frac{(42380.10^3)^3}{9,81}} \approx 86749s = 24h$$

3 - استعمال القمر الاصطناعي (S)

يدور القمر (S) في نفس منحى دوران الأرض، ومداره يوجد في مستوى خط الاستواء، ودوره المداري يساوي دور دوران الأرض حول محورها القطبي، إذن فهو قمر يبدو ساكنا بالنسبة لنقطة من سطح الأرض (ملاحظ أرضي)

نذكر من بين استعمالات هذا القمر، الاتصالات التلفزية و اللاسلكية.

4 - البرهنة واستنتاج كتلة الأرض

لدينا حسب العلاقة (5) $T^2 = \frac{4\pi^2}{R^2} \cdot \frac{(R+h)^3}{g_0}$ ومنه : $\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{g_0 R^2}$ (6)

يعبر عن وزن الجسم عند سطح الأرض $(h = 0)$، بالعلاقة : $mg_0 = \frac{G.M.m}{R^2}$ $(F = P)$

ومنه : $g_0.R^2 = GM$

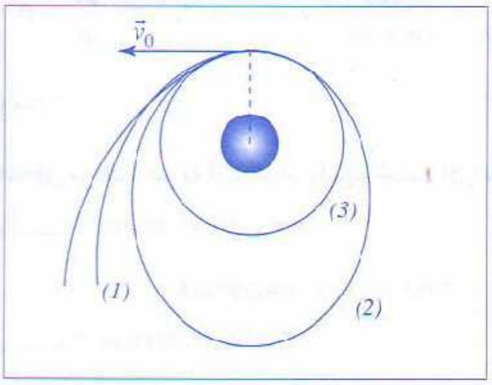
نعوض $g_0.R^2$ بتعبيرها في العلاقة (6) ، نحصل على : $\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = k$

حساب الكتلة M

$$M = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{G.T^2} = \frac{4\pi^2(6380.10^3 + 36.10^6)^3}{6,67.10^{-11}.(86749)^2} = 5,98.10^{24}\,kg$$

تمرين 5 سرعة الاستقمار

لاستقمار قمر اصطناعي، تقوم مركبة فضائية بنقله خارج الغلاف الجوي وتدفعه في مداره بسرعة بدئية v_0.



توجد قيمتان خاصتان للسرعة عند نقطة التحرير بالنسبة لارتفاع معين عن سطح الأرض :

- سرعة الاستقمار الدائري v_s ؛
- سرعة التحرير v_L.

• عندما تكون $v_0 = v_S$ ،يكون المدار دائريا.

• عندما تكون $v_s < v_0 < v_L$ ، يكون المدار إهليلجيا.

• عندما يكون $v_0 \geq v_L$ ،يكون المدار شلجميا ، ولا يحدث استقمار القمر الاصطناعي. يسمى القمر الاصطناعي في هذه الحالة مسبارا فضائيا.

$v_L(km.h^{-1})$	$v_S(km.h^{-1})$	الارتفاع $h(km)$
39640	28029	200
37940	26832	800
15620	11044	36000

1 - تعرف على مختلف الوضعيات في الشكل أعلاه

2 - أوجد تعبير سرعة الاستقمار بدلالة ارتفاع نقطة التحرير.

3 - تحقق من القيم الواردة في الجدول جانبه.

4 - يوافق أحد ارتفاعات نقطة التحرير ارتفاع قمر ساكن بالنسبة للأرض.

عين هذا الارتفاع وحدد الشروط التي يجب توفرها لكي يكون هذا القمر ساكنا بالنسبة للأرض.

معطيات : كتلة الأرض : $M = 5,98.10^{24}\,kg$ $G = 6,67.10^{-11}\,N.m^2kg^{-2}$

شعاع الأرض : $R = 6380km$

حـــل

1 ـ **تعيين المسارات**

ـ المسار (1) : مدار شلجمي يوافق $v_0 \geq v_L$

ـ المسار (2) : مدار إهليلجي يوافق $v_s < v_0 < v_L$

ـ المسار (3) : مدار دائري يوافق $v_0 = v_s$

2 ـ **تعبير سرعة الاستقمار**

يخضع القمر الاصطناعي في المرجع الأرضي، إلى قوة التجاذب المطبقة من طرف الأرض : $\vec{F} = -\dfrac{G.M.m}{(R+h)^2}\vec{u}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الاصطناعي، نكتب :

$$m.\vec{a} = -\frac{G.M.m}{(R+h)^2}\vec{u}$$

أي أن :

$$(1) \quad \vec{a} = -\frac{G.M}{(R-h)^2}\vec{u}$$

$\|\vec{u}\| = \|\vec{n}\| = 1$ و $\vec{u} = -\vec{n}$

يعبر عن التسارع $\vec{a}$ في أساس فريني بالعلاقة :

$$(2) \quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \frac{v_0^2}{R+h}.\vec{n}$$

بمقارنة حدي المتساويتين (1) و(2) نكتب :

$1m.s^{-1} = 3,6km.h^{-1}$

$\dfrac{dv}{dt} = 0$ أي أن $v = cte$ و $a = a_N = \dfrac{v_0^2}{R+h} = \dfrac{GM}{(R+h)^2}$

ومنه :

$$v_0 = \sqrt{\frac{G.M}{R+h}}$$

3 ـ **التحقق من قيمة سرعة الاستقمار بالنسبة لمختلف الارتفاعات**

ـ بالنسبة لـ $h_1 = 200km$

$$v_1 = \sqrt{\frac{G.M_T}{R+h_1}} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}}{(6380+200)10^3}} \approx 7786m.s^{-1} = 28029km.h^{-1}$$

ـ بالنسبة لـ $h_2 = 800km$

$$v_2 = \sqrt{\frac{G.M_T}{R+h_2}} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}}{(6380+800)10^3}} \approx 7453m.s^{-1} \approx 26832km.h^{-1}$$

ـ بالنسبة لـ $h_3 = 36000km$

$$v_3 = \sqrt{\frac{G.M_T}{R+h_3}} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}.5,98.10^{24}}{(6380+36000)10^3}} \approx 3068m.s^{-1} \approx 11044km.h^{-1}$$

4 ـ **شروط القمر الاصطناعي الساكن**

يكون القمر الاصطناعي، ساكنا بالنسبة للأرض، عند الارتفاع $h = 36000km$

الشروط التي ينبغي توفرها ليظهر القمر الاصطناعي ساكنا بالنسبة للأرض هي أن :

ـ يدور القمر في منحى دوران الأرض حول محور قطبيها،

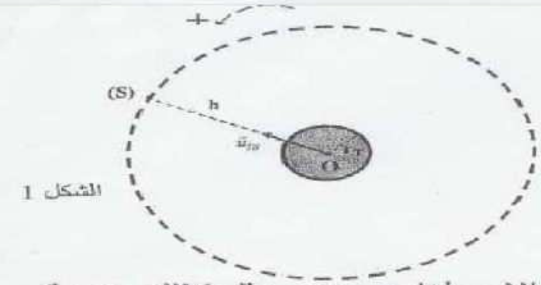
ـ يساوي دوره المداري T دور حركة الدوران الخاصة للأرض حول محورها القطبي.

ـ يوجد مدار القمر في مستوى خط الاستواء للأرض.

1- الموضوع الأول :موضوع باكالوريا مغربية الفيزياء 2008الدورة الاستدراكية علوم فيزيائية

زرقاء اليمامة، قمر اصطناعي مغربي يقوم بمهام مراقبة الحدود الجغرافية للمملكة وبالتواصل والاستشعار عن بعد. وقد أنجز هذا القمر من طرف خبراء المركز الملكي للاستشعار البعدي الفضائي بتعاون مع خبراء دوليين.
تم وضع زرقاء اليمامة في مداره يوم 10 دجنبر 2001 على ارتفاع h من سطح الأرض.
ينجز هذا القمر الأصطناعي (S) حوالي 14 دورة حول الأرض في اليوم الواحد.

نفترض مسار (S) دائريا، وندرس حركته في المرجع المركزي الأرضي.
نعتبر الأرض ذات تماثل كروي لتوزيع الكتلة.
نهمل أبعاد (S) أمام المسافة الفاصلة بينه وبين مركز الأرض.

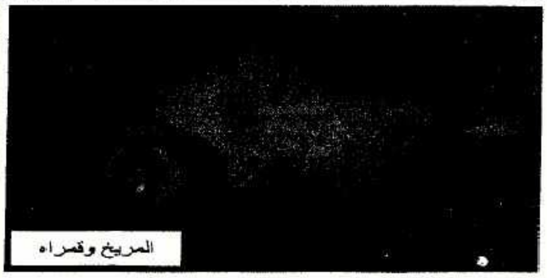


الشكل 1

المعطيات:
ثابتة التجاذب الكوني: $G = 6,67.10^{-11}$ (SI) .
شعاع الأرض: $r_T = 6350\ km$.
شدة مجال الثقالة على سطح الأرض: $g_0 = 9,8\ m.s^{-2}$.
الدورT للأرض حول المحور القطبي: $T = 84164\ s$.
الارتفاع h : $h = 1000\ km$.
$\vec{u}_{TS}$: متجهة واحدية موجهة من O نحو S .

1- انقل تبيانة الشكل 1 ومثل عليها متجهة السرعة $\vec{V}_S$ للقمر الاصطناعي (S) ومثل كذلك متجهة قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على (S). (0,5 ن)
2- أعط التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على (S) . (0,25 ن)
3- اكتب في أساس فريني، تعبير متجهة التسارع لحركة (S). (0,5 ن)
4- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز قصور القمر الاصطناعي (S) :
4.1- بين أن حركة (S) دائرية منتظمة. (0,75 ن)
4.2- اكتب تعبير V_S بدلالة g_0 و r_T و h ؛ واحسب قيمتها. (0,75 ن)
5- بين أن كتلة الأرض هي $M_T \approx 6.10^{24}\ kg$. (0,5 ن)
6- بين أن القمر الاصطناعي (S) لا يبدو ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي. (0,75 ن)
7- يقوم قمر اصطناعي ('S) بالدوران حول الأرض بسرعة زاوية ω بحيث يبدو ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي ويرسل صورا إلى الأرض تُعتمد في التوقعات الجوية.
7.1- أثبت العلاقة: $\omega^2.(r_T + z)^3 = Cte$ ؛ حيث z المسافة الفاصلة بين سطح الأرض والقمر الاصطناعي. (0,75 ن)
7.2- أوجد قيمة z . (0,75 ن)

2- الموضوع الثاني :موضوع باكالوريا مغربية الفيزياء 2010الدورة الاستدراكية علوم فيزيائية


المريخ وقمراه

المريخ هو أحد كواكب النظام الشمسي الذي يمكن رصده بسهولة في السماء بسبب إضاءته ولونه الأحمر، وله قمران طبيعيان هما فوبوس و ديموس. اهتم العلماء بدراسته منذ زمن بعيد وأرسلت إليه في العقود الأخيرة عدة مركبات فضائية استكشافية مكنت من الحصول على معلومات هامة حوله. يقترح هذا التمرين تحديد بعض المقادير الفيزيائية المتعلقة بهذا الكوكب.

المعطيات :
– كتلة الشمس: $M_S = 2.10^{30}\ kg$
– شعاع المريخ: $R_M = 3400\ km$
– ثابتة التجاذب الكوني: $G = 6,67.10^{-11}$ (SI)
– دور حركة المريخ حول الشمس: $T_M = 687$ jours ؛ 1jour = 86400 s
– شدة الثقالة على سطح الأرض : $g_0 = 9,8\ N.kg^{-1}$
نعتبر أن للشمس وللمريخ تماثلا كرويا لتوزيع الكتلة .

1 – تحديد شعاع مسار حركة المريخ وسرعته:
نعتبر أن حركة المريخ في المرجع المركزي الشمسي دائرية ، سرعتها V وشعاع مسارها r (نهمل أبعاد المريخ أمام المسافة الفاصلة بينه وبين مركز الشمس، كما نهمل القوى الأخرى المطبقة عليه أمام قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الشمس).
1.1– مثل على تبيانة القوة التي تطبقها الشمس على المريخ . (0,5 ن)
1.2– اكتب بدلالة G و M_S و M_M و r تعبير الشدة $F_{S/M}$ لقوة التجاذب الكوني التي تطبقها الشمس على المريخ . (M_M تمثل كتلة المريخ)
1.3– بتطبيق القانون الثانى لنيوتن بيّن أن :
1.3.1– حركة المريخ حركة دائرية منتظمة.
1.3.2– العلاقة بين الدور والشعاع هي : $\frac{T_M^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$ ؛ و أن قيمة r هي : $r \approx 2,3.10^{11} m$.
1.4– أوجد السرعة V .

2– تحديد كتلة المريخ وشدة الثقالة على سطحه :
نعتبر أن القمر فوبوس يوجد في حركة دائرية منتظمة حول المريخ على المسافة $z = 6000\ km$ من سطحه .
دور هذه الحركة هو $T_P = 460\ min$ (نهمل أبعاد فوبوس أمام باقي الأبعاد).
بدراسة حركة فوبوس في مرجع أصله منطبق مع مركز المريخ ، والذي نعتبره غاليليا، أوجد :
2.1– الكتلة M_M للمريخ . (1 ن)
2.2– شدة الثقالة g_{0M} على سطح المريخ وقارنها بالقيمة $g_M = 3,8\ N.kg^{-1}$ التي تم قياسها على سطحه باعتماد أجهزة متطورة . (1,5 ن)

3 -الموضوع الثالث :باكالوريا مغربية الفيزياء 2008الدورة الاستدراكية علوم رياضية .

تمكن معرفة حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض و حركة الأرض حول الشمس من مقارنة كتلة الشمس m_S بكتلة الأرض m_T .

معطيات: نعتبر قمرا اصطناعيا ساكنا بالنسبة للأرض، كتلته m وشعاع مداره الدائري في المرجع المركزي الأرضي هو $r = 4,22.10^4 km$.

- الدور المداري لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض هو T.
- الدور المداري لحركة الأرض حول الشمس في المرجع المركزي الشمسي هو $T_T = 365,25\ jours$.
- شعاع المدار الدائري لحركة مركز الأرض حول الشمس هو $r_T = 1,496.10^8\ km$.
- دور دوران الأرض حول محورها القطبي هو $T_0 = 24\ heures$.
- نرمز بـ G لثابتة التجاذب الكوني و نعتبر أن كلا من الأرض و الشمس لهما توزيع تماثلي للكتلة.

نهمل تأثير الكواكب الأخرى على كل من الأرض و القمر الاصطناعي.

1 – بين أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة في المرجع المركزي الأرضي. و استنتج تعبير لدور T بدلالة G و m_T و r .

2 – يعبر عن القانون الثالث لكبلير بالنسبة لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض بالعلاقة:

$\frac{T^2}{r^3} = K$ حيث K ثابتة ؛ أوجد تعبير K بدلالة G و m_T .

3– أوجد تعبير النسبة $\frac{m_S}{m_T}$ بدلالة r و r_T و T_T و T . احسب قيمتها.

3الموضوع الرابع :

قرر مركز للأبحاث الفضائية إرسال بعثة من الرواد للفضاء من اجل دراسة بيئية للغلاف الجوي للأرض .

دراسة بعض مراحل الرحلة.

الجزء الأول : مرحلة الانطلاق

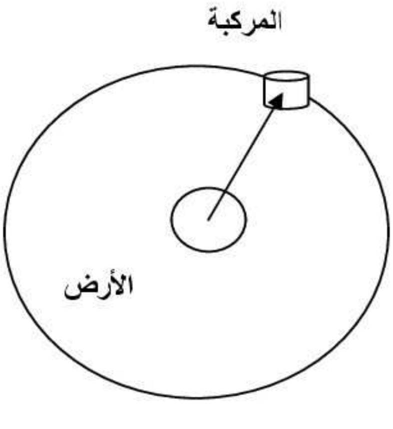
عند تشغيل المحرك يكون الانطلاق راسيا ونتقبل أن اندفاع الغازات المحترقة يكافئ قوة خارجية شدتها $F = 32,4.10^6\ N$ تسمى قوة الدفع . نهمل قوى الاحتكاك ونعتبر شدة مجال الثقالة ثابتة $g_0 = 9,81 m/s^2$ و كتلة المركبة عند الانطلاق $M=2041.10^3\ Kg$

1 - أجرد القوى المطبقة على المركبة الفضائية عند لحظة الانطلاق . 2-احسب تسارع المركبة a_0 عند لحظة الانطلاق.

3- احسب السرعة و الارتفاع التي تصل إليها المركبة عند التاريخ $t = 2,5\ mn$ إذا افترضنا أن التسارع ثابت.

4- في الحقيقية سرعة المركبة أكبر من السرعة التي تم حسابها سابقا. أعط تفسيرا لذلك .

الجزء الثاني : الحركة الدائرية حول الأرض



بعد 10 mn من الانطلاق.تدخل المركبة إلى مدارها الدائري حول الأرض على ارتفاع $z = 300 Km$ و تكون كتلتها $m = 69,68.\ 10^3\ Kg$.نعتبر المركبة نقطة مادية و الأرض كروية الشكل شعاعها $R_t = 6400 km$.

1-مثل على الشكل 2 متجهة القوة المطبقة على المركبة .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن اوجد تعبير تسارع المركبة بدلالة $G , M_t , R_t . z$.

3 - أعط تعبير سرعة المركبة بدلالة G , M_t و $r = R_t + z$.

4 - تحقق من القانون الثالث لكبلير .

5 - علما أن سرعة المركبة هي $V_2 = 7,74\ Km/s$ احسب كتلة الأرض M_t .

نعطي: $G = 6,67 . 10^{-11} m^3.Kg^{-1} .S^{-2}$.

الجزء الثالث:مرحلة النزول :

1-فتح المظلة:

خلال مرحلة النزول تكون حركة المركبة رأسية. عند ارتفاع Z_1 تفتح المظلة المرتبطة بالمركبة فتخضع المجموعة الى قوة احتكاك منحاها معاكس لمنحى متجهة السرعة و يمكن نمدجدتها ب : $F_Z = k.V_Z^2$حيث V سرعة المركبة على المحور OZ وk ثابتة .

نهمل دافعة ارخميدس و نختار المحور Oz موجه نحو الأعلى أصله O عند سطح الأرض.

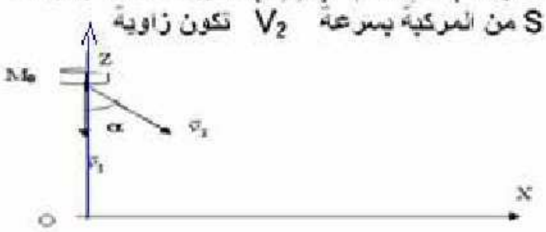
1-1أكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة V_Z .

2-1- تصل سرعة المركبة الى قيمة حدية $V_L = 10\ m/s$.أحسب قيمة الثابتة k محددا وحدتها .

نعتبر كتلة المركبة ثابتة وتساويm .

-انفلات جسم من المركبة

2 عندما تصل المركبة إلى النقطة M_0 ذات الإحداثيتين ($X_0=0$,$Z_0=3Km$) في معلم (o,i,k) نعتبره غاليليا بسرعة $V_L=10m/s$ في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ.. ينفلت جسم S من المركبة بسرعة V_2 تكون زاوية $\alpha = 11°$ مع الخط الرأسي.(الشكل2)



1-2-أكتب المعادلتين الزمنيتين لحركة الجسم في المعلم (o,i,k) .

2-2 -أكتب المعادلة الزمنية لحركة المركبة .

3-2-حدد أيهما يصل إلى سطح الأرض أولا المركبة أم الجسم .

4-2 - حدد المدة الزمنية الفاصلة بين وصول كل منهم إلى سطح الأرض.

1-تصحيح الموضوع الأول :موضوع باكالوريا مغربية الفيزياء 2008الدورة الاستدراكيةعلوم فيزيائية 1

1 - $\vec{v}_s$: مماسة للمسار وموجهة في نفس منحى الحركة. -2 $\vec{F}_{T/S}=-G\dfrac{M_T.m_s}{(r_T+h)^2}\vec{n}_{TS}$ -3 $\vec{a}=a_t\vec{u}+a_n\vec{n}$ $a_t=\dfrac{dv}{dt}$ $a_n=\dfrac{v_s^2}{r_T+h}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\vec{F}_{T/S}=m_s\vec{a}_G$ بالإسقاط على المنظمي : $F_{T/S}=m_s.a_n$ $\Leftarrow$ $F_{T/S}=m_s.\dfrac{v_s^2}{r_T+h}$

4-2- نعلم أن وزن الجسم في الارتفاع h يساوي قوة التجاذب المطبقة عليه من طرف الأرض في هذا الموضع:

أي : $F_{T/S}=P_h$ $m_s.a_n=m_s.g_h$

$a_n=g_h$ مع : $g_h=g_o\dfrac{r_T^2}{(r_T+h)^2}$ و : $a_n=\dfrac{v_s^2}{r_T+h}$ $\dfrac{v_s^2}{r_T+h}=g_o\dfrac{r_T^2}{(r_T+h)^2}$

ت.ع: $v_s=r_T\sqrt{\dfrac{g_o}{r_T+h}}=6350.10^3m\sqrt{\dfrac{9.8m.s^{-2}}{(6350+1000).10^3m}}=7.10^3m/s$

-5 $F_{T/S}=P_h$ $G.\dfrac{m_s.M_T}{(r_T+h)^2}=m_s.g_o\dfrac{r_T^2}{(r_T+h)^2}$

$$G.M_T=g_o r_T^2$$

$$M_T=\frac{g_o r_T^2}{G}=\frac{9,8m.s^{-2}.(6350.10^3m)^2}{6,67.10^{-11}N.m^2kg^{-2}}=5,92.10^{24}kg\approx 6.10^{24}kg$$

7) لكي يبدو القمر الإصطناعي ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي يجب أن يكون دوره

$$T_s=T=24h$$

بما ان القمر الإصطناعي -اليمامة- ينجز 14 دورة في اليوم فإن دوره: $T_s=\dfrac{T}{14}=\dfrac{24h}{14}\neq T$ وبالتالي فهو لا يبدو ساكنا بالنسبة لملاحظ ارضي .

1-7 القانون الثاني لنيوتن : $F=m.a_N$

أي: $G\dfrac{m_s.M_T}{(r_T+h)^2}=m_s.\dfrac{v_s^2}{r_T+h}$ مع : $v_s=(r_T+h)\omega$

$G\dfrac{m_s.M_T}{(r_T+h)^2}=m_s.(r_T+h)\omega^2\Rightarrow G\dfrac{M_T}{(r_T+h)^2}=(r_T+h)\omega^2\Rightarrow G.M_T=(r_T+h)^3\omega^2$

بما أن G و M_T ثابتتين فإن : $(r_T+h)^3\omega^2=C^{te}$

2-7 القمر الإصطناعي يبدو ساكنا بالنسبة لملاحظ أرضي $\Leftarrow$ دوره مساو لدور حركة دوران الأرض حول نفسها أي : $T_s=T=24h$

ولدينا : $G.M_T=(r_T+h)^3\omega^2$ مع : $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{G.M_T}{(r_T+h)^3}=\dfrac{4\pi^2}{T^2}$ $\Rightarrow$ $(r_T+h)^3=\dfrac{G.M_T T^2}{4\pi^2}$

$r_T+h=\sqrt[3]{\dfrac{G.M_T T^2}{4.\pi^2}}$ $\Rightarrow$ $h=\sqrt[3]{\dfrac{G.M_T T^2}{4.\pi^2}}-r_T$

ت.ع: $h=\sqrt[3]{\dfrac{6,67.10^{-11}N.m^2.kg^{-2}.6.10^{24}kg.[24.(3600s)]^2}{4\pi^2}}-6350.10^3m=3,595.10^6m\approx 3,6.10^6m=3600km$

2-تصحيح الموضوع الثاني :موضوع باكالوريا مغربية الفيزياء 2010الدورة الاستدراكية علوم فيزيائية

1-1- الدرس 1-2- $F_{S/M}=G.\dfrac{M_M.M_S}{r^2}$ 1-3 1-3-1 الدور ثابت $\Leftarrow$ السرعة ثابتة $\Leftarrow$ التسارع منظمي ، لأن $a_t=\dfrac{dv}{dt}=0$ والقوة مركزية $\Leftarrow$ حركة المريخ حول الشمس دورانية منتظمة. 1-3-2 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كوكب المريخ $\vec{F}_{S/M}=m_M.\vec{a}_G$ نجد

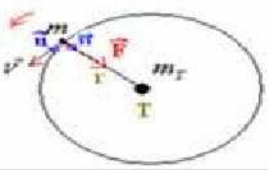
$G.\dfrac{M_M.M_S}{r^2}=M_M.\dfrac{v^2}{r}\Rightarrow v=\sqrt{G.\dfrac{M_S}{r}}$ ولدينا : $\omega=\dfrac{v}{r}=\dfrac{2\pi}{T}\Rightarrow T=2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM_S}}$ ومنه : $\boxed{\dfrac{T^2}{r^3}=\dfrac{4\pi^2}{G.M_S}}$

1-4 $v=\sqrt{\dfrac{6,67.10^{-11}\times 2.10^{30}}{2,.3.10^{11}}}=24.10^3m/s$ 2 2-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الفوبوس $\vec{F}_{M/F}=m_F.\vec{a}_G$

بعد الاسقاط على المنظمي : $G.\dfrac{M_M.M_P}{(R_M+z)^2}=M_P.\dfrac{v^2}{R_M+z}\Rightarrow G.\dfrac{M_M}{R_M+z}=v^2\Rightarrow M_M=\dfrac{v^2\times(R_M+z)}{G}$ مع

$v=\dfrac{2\pi(z+R_M)}{T_P}$ وهي $\Leftarrow$ كتلة المريخ : $M_M=\dfrac{4\pi^2\times(R_M+z)^3}{T_P{}^2.G}=6,45.10^{23}kg$ 2-2 $\boxed{g_{oM}=G.\dfrac{M_M}{R_M{}^2}\approx 3,72N/kg}$

3 -تصحيح الموضوع الثالث :باكالوريا مغربية الفيزياء 2008الدورة الاستدراكية علوم رياضية



1 - يخضع القمر الاصطناعي خلال حركته في المرجع المركزي الأرضي إلى قوة التجاذب الكوني المطبقة عليه من طرف الأرض: $\vec{F}=G.\dfrac{m.m_T}{r^2}\vec{n}$ انجذابية مركزية.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}=m\vec{a}$

$G\dfrac{m.m_T}{r^2}\vec{n}=m\vec{a}$

بما أن القمر الاصطناعي ساكن بالنسبة للأرض فإن سرعته ثابتة.وبذلك نستنتج أن تسارعه المماسي منعدم $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$.

وبما أن في معلم فريني متجهة التسارع: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \vec{a}_n$ ، $a_n = \frac{v^2}{r}$

$\vec{a} = \vec{a}_n = G.\frac{m_T}{r^2}\vec{n}$ متجهة التسارع انجذابية مركزية ومنظمها ثابت إذن حركة القمر الاصطناعي منتظمة شعاعها r.

$G.\frac{m.m_T}{r^2} = m.\frac{v^2}{r}$ ⇐ $v^2 = G.\frac{m_T}{r}$: $\boxed{v = \sqrt{G.\frac{m_T}{r}}}$

$v = r\omega$ $\quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{1}{r}\sqrt{G\frac{m_T}{r}} = \sqrt{G\frac{m_T}{r^3}}$ الدور : $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}}}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الأرض التي تخضع لقوة التجاذب الكوني المطبقة عليها من طرف الشمس :

$\vec{F}_{S/T} = m\,\vec{a}_G$ بالاسقاط على المنظمي : $G.\frac{m_T m_S}{r_T^2} = m_T.\frac{v_T^2}{r_T}$

$v_T = \sqrt{G.\frac{m_S}{r_T}}$ ⇐ $\omega_T = \frac{v_T}{r_T} = \frac{1}{r_T}\sqrt{G\frac{m_S}{r_T}} = \sqrt{G\frac{m_S}{r_T^3}}$ ⇐ $T_T = \frac{2\pi}{\omega_T} = 2\pi\sqrt{\frac{r_T^3}{G.m_T}}$

2- من خلال العلاقة السابقة : $\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{r^3}{G.m_T}$ ⇐ $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$ $\quad k = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$

3- تعبير القانون الثالث لكبلير بالنسبة لحركة الأرض حول القمر $\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S}$ ومنه : $m_S = \frac{4\pi^2 r_T^3}{G T_T^2}$

ورأينا بأن تعبير القانون الثالث لكبلير بالنسبة لحركة القمر الاصطناعي حول الأرض :

$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_T}$ ⇐ $m_T = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$ ومنه نستخرج : $\frac{m_S}{m_T} = \left(\frac{r_T}{r}\right)^3\left(\frac{T}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{1,496.10^8 km}{4,22.10^4 km}\right)^3\left(\frac{1}{365,25}\right)^2 = 3,34.10^5$

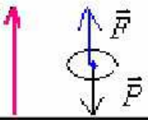
4-تصحيح الموضوع الرابع :

1-I - $\vec{F}$ و $\vec{P}$ -2 $a_o = \frac{F}{m} - g$ ت.ع: $a_o = \frac{32,4.10^6}{2041.10^3} - 9,81 = 6,06 m/s^2$ -3 $v = a.t = 6,06 m/s^2$ و $z = \frac{1}{2}at^2 = 68175m$

2- بما ان : $g_z = g_o.\frac{R_T^2}{(R_T+z)^2}$ فإن وزن المركبة يتناقص كلما ابتعدنا عن الأرض ⇐ التسارع $a = \frac{F}{m} - g$ يتناقص ومنه فان سرعة المركبة أكبر من القيمة التي تم حسابها.

1II - $\vec{v}_s$:مماسة للمسار وموجهة في نفس منحى الحركة. -2 $a = G\frac{.M_T}{(R_T+z)^2}$ -3 $v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$ مع $r = R_T + z$

4- $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} = C^{te}$ 5 - $M_T = \frac{v^2.r}{G} = 6.10^{24}kg$ 1-III - $\vec{P} + \vec{F} = m.\vec{a}$ ⇐



$-P + F_z = m.a_z$

أي: $-m.g + k.v_z^2 = m.\frac{dv_z}{dt}$ ⇐ $\frac{dv_z}{dt} = \frac{k}{m}.v_z^2 - g$ ⇐ $v_\ell^2 = \frac{g.m}{k}$ $\quad k = \frac{m.g}{v_\ell^2} = \frac{69,68.10^3 \times 9,81}{100} \approx 6,8.10^3 kgm^{-1}$

انفلات المركبة - 1- عند لحظة الانفلات t=0 ، $\vec{v}_2$ لها مركبتين : $\vec{v}_2\begin{cases} v_2x = +v_2.\sin\alpha \\ v_2z = -v_2.\cos\alpha \end{cases}$: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم

$\vec{P} = m.\vec{a}_G$ بالإسقاط على Oz الموجه نحو الأعلى : $-P = m.a_z$ ⇐ $a_z = -g$ ⇐ $v_z = -g.t - v_2.\cos\alpha$ ⇐

$\boxed{z = -\frac{1}{2}g.t^2 - v_2.(\cos\alpha).t + z_o}$ بالإسقاط على Ox: $0 = m.a_x$ ⇐ $a_x = 0$ ⇐ $v_x = C_{te} = v_2 \sin\alpha$ ⇐ $\boxed{x = v_2.(\sin\alpha).t}$

2-2 المركبة وصلت سرعتها إلى القيمة الحدية v_L وبالتالي حركتها منتظمة : ⇐ عند t=0 $v_L\begin{cases} v_Lx = 0 \\ v_Lz = -v_L \end{cases}$ ⇐ $\begin{cases} x = 0 \\ z = -v_L.t + z_o \end{cases}$

3-2- عندما يصل الجسم Sالى سطح الارض : $z = 0$ ⇐ $0 = -4,9.t^2 - (7,74.10^3.\cos 11).t + 3.10^3$ ⇐ $t =$

$0 = -4,9.t^2 - 7,6.10^3.t + 3.10^3$ ⇐ $0 = -4,9.10^{-3}.t^2 - 7,6.t + 3$ ⇐ $t_1 \approx 1,55.10^3 s$

عندما تصل المركبة الى سطح الارض: $0 = -v_L.t + zo$ ⇐ $t_2 = \frac{z_o}{v_L} = \frac{3000}{10} = 300s$ الجسم s يصل قبل المركبة.

4-2 - $\Delta t = t_2 - t_1$