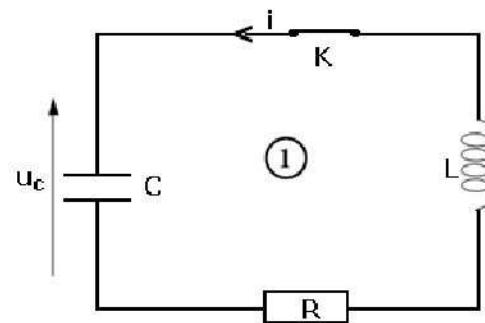
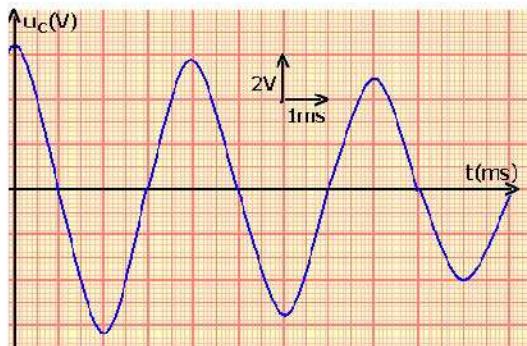


التدذبذبات الحرة في دارة RLC متوازية .
السنة الثانية بكالوريا علوم فизيائية وعلوم رياضية .

تمرين 1

- نركب مكثفا مشحونا بين مربطي ثانوي قطب RL . الشكل (1) .
- يمثل الشكل (2) تغيرات التوتر ($u_C(t)$) بين مربطي المكثف .
- 1 – انقل الشكل (1) وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر ($u_C(t)$) .
 - 2 – ما هو نظام التذبذبات ؟
 - 3 – حدد شبه الدور T .
 - 4 – علما أن سعة المكثف المستعمل هي $C=1\mu F$ حدد معامل التحرير الذاتي للوشيعة . نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص .



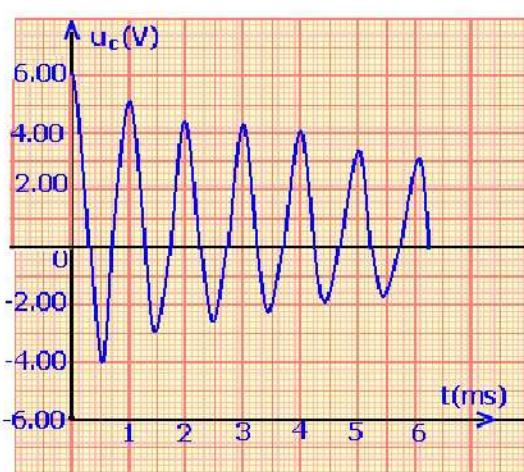
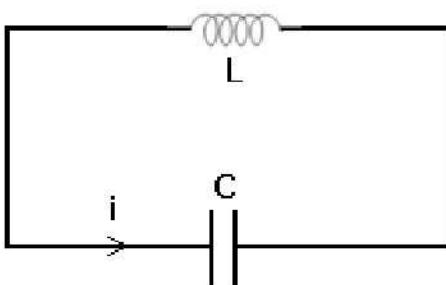
تمرين 2

نعتبر الدارة المكونة من مكثف سعته C ووشيعة معامل تحريرها الذاتي L وقاطع التيار K . المقاومة الكلية للدارة منعدمة . نشحن المكثف بحيث يحمل أحد لبوسيه كمية الكهرباء Q_0 ثم نغلق قاطع التيار K .

- 1 – أرسم تبيانية التركيب التجاري .

$$q(t) = Q_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \text{ علما أن } /$$

- 2 – حدد تعبير ($i(t)$) علما أن



تمرين 3

نعتبر مكثفا سعته $C=47,0nF$ مشحونا مسبقا تحت توتر مستمر $U_0=6,0V$. نصل مربطي المكثف بوشيعة معامل تحريرها الذاتي $L=65mH$ ومقاومتها مهملة ، المنحى الموجب لمرور التيار الكهربائي ممثل في الشكل أسفله :

- 1 – انقل التبيانية ومثل عليها التوتر ($u_C(t)$) بين مربطي المكثف والتوتر ($i(t)$) بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل .
- 2 – اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر ($u_C(t)$) .

$$3 – حل المعادلة التفاضلية هو \quad u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) . \quad \text{حدد قيمتي } U_m \text{ و } T_0 .$$

تمرين 4

نشحن مكثفا سعته $C=0,25\mu F$ بواسطة مولد قوته الكهرومagnetica $E=6,0V$ ، ونركبه عند اللحظة $t=0$ بين مربطي وشيعة معامل تحريرها الذاتي L ومقاومتها .

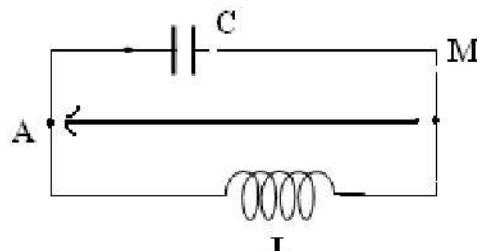
نعاين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر ($u_C(t)$) بين مربطي المكثف ، فنحصل على الشكل أسفله :

- 1 - ما نظام الذبذبات الملاحظ ؟
- 2 - كيف تفسر خمود هذه الذبذبات ؟
- 3 - أوجد المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر u_0 بين مربطي المكثف .
- 4 - عين مبيانيا شبه الدور T للذبذبات .
- 5 - نعتبر المقاومة R_0 منعدمة .
- 6 - أكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر u_0 .
- 7 - حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$. ما تعبر كل من U_m, φ, ω ؟
- 8 - استنتج تعبير كل من الشحنة $q(t)$ للمكثف وشدة التيار $i(t)$ المار في الدارة .
- 9 - أعط تعبير الدور الخاص T_0 للذبذبات .
- 10 - أحسب قيمة معامل التحرير الذاتي L للوشيعة ، علماً أن شبه الدور T يساوي شبه الدور الخاص T_0 .
- 11 - لبيانات الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولد يزودها بتوتر $U_0 = R_0 i_0$. ما قيمة المقاومة R_0 التيتمكن من الحصول على ذبذبات جيبية ؟

تمرين 5

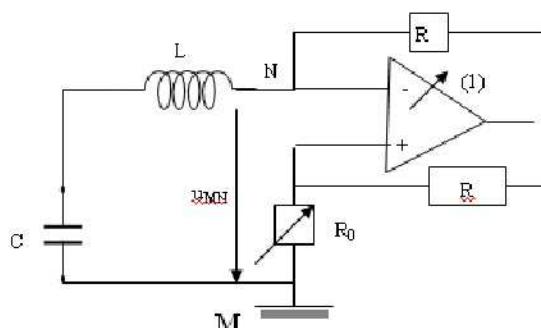
- نعتبر مكثفاً سعنته C مشحوناً تحت توتر E . عند اللحظة $t=0$ نربط المكثف بوشيعة معامل تحريرها الذاتي L و مقاومتها R_0 .
- 1 - نعتبر مقاومة الوشيعة مهملاً .
 - 2 - أوجد المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر u_0 بين مربطي المكثف .
 - 3 - حل هذه المعادلة هو : $u_C(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$. أوجد تعبير الطاقة الكلية \dot{E} وبين أنها ثابتة .
 - 4 - في الحقيقة ، مقاومة الوشيعة R_0 غير مهملاً .
 - 5 - في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر $u_C(t)$.
 - 6 - باستعمال هذه المعادلة بين أن : $\dot{E} = -ri^2$ حيث : i الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t و \dot{E} شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة t . ماذا تستنتج ؟

تمرين 6



نشحن مكثف سعنته $C=0.1\mu F$ تحت توتر $V=12V$ تم نركبه عند اللحظة $t=0$ بين مربطي وشيعة ذات معامل تحرير $L=1.0H$ و مقاومة نفترض أنها مهملاً.

- 1 - اثبت المعادلة التفاضلية التي يتحققها شحنة المكثف q شحنة الليوس المرتبط بالنقطة A)
- 2 - عبر عن الشحنة q بدلالة الزمن t
- 3 - احسب الدور الخاص T_0 ثم مثل التوتر u_{AM} بدالة الزمن في المجال $[0ms, 6ms]$



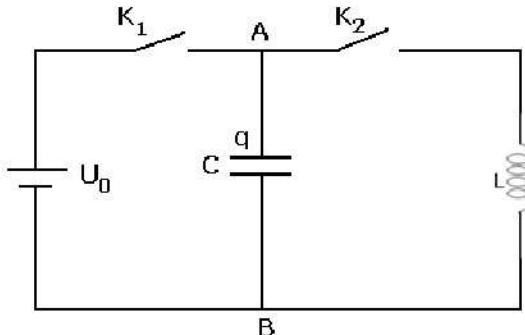
في هذه الحالة نأخذ بعين الاعتبار مقاومة الوشيعة بحيث قيمتها $R=350\Omega$ ولصيانة التذبذبات ننجز التركيب التالي :

- أ - ما اسم المركبة (1) في هذا التركيب ؟
- ب - باعتبار أن المضخم العملياتي كاملاً بين أن $u_{MN} = -R_0 i_0$. ما هي القيمة الدنيا للحصول على تذبذبات مصانة ؟

تمرين 7

- نعتبر التركيب الممثل في الشكل أسفله حيث $H=0.8H$ و $C=0.4\mu F$ و $U_0=12V$.
- نحتفظ بقاطع التيار K_2 مفتوحاً ونغلق قاطع التيار K_1 ثم نفتحه بعد لحظات .

- 1 – أحسب الشحنة القصوى للمكثف وعین على التبیانة للبیوس الذى يحمل الشحنة الموجبة .
 2 – عند اللحظة $t=0$ نفتح قاطع التيار K_1 ونغلق قاطع التيار K_2 .
 2 – 1 حدد عند اللحظة $t=0$ قيمة التوتر U_{AB} وقيمة الشدة i_0 للتيار في الدارة LC .



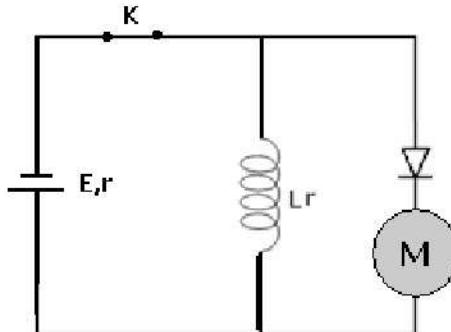
- 2 – 2 أثبت المعادلة التفاضلية للدارة : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$
- 2 – 3 تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي : $u_C(t) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$. أحسب U_m و φ .
- 2 – 4 حدد قيمة الدور الخاص T_0 واحسب عند اللحظات $T_0, \frac{3T_0}{4}, \frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{4}, 0$ شحنة q للبیوس A .
- ب – الشدة i للتيار في الوشیعة .
- ج – مثل في نفس المبيان (t) و $q(t)$.
- 2 – 5 عبر عن الطاقة الكهرباسکنة e_e والطاقة المغنتیسیة e_m بدلالة الزمن t . مثل في نفس المبيان e_e و e_m علق على المنحنیین .

تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة

1

أ – عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$



ب – الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج – الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2} LI^2 = 0,5 \cdot 10^{-2} J$$

2

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0 (v_i = v_f = 0)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 – هناك ضياع الطاقة المغناطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأولية .

الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343 \cdot 10^{-2} J$

مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343 \cdot 10^{-2}}{0,5 \cdot 10^{-2}} = 67\%$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متواالية .

تمرين 1

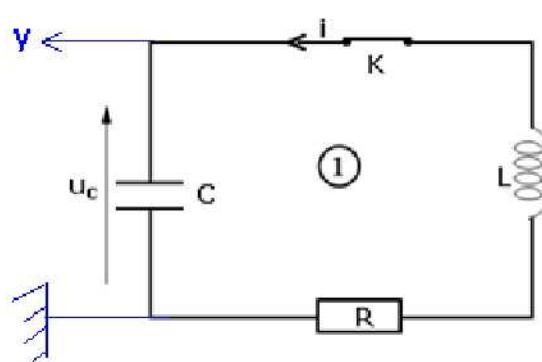
1 – الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة ($u_c(t)$) :

أنظر الشكل جانبه

2 – نظام التذبذبات شبه دائري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 – تحديد شبه الدور من الشكل :

$$T = 4ms$$



4 – تحديد معامل التحرير الذاتي α للوشيعة :

لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات T_0

$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L \cdot C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C} = 0,40H$$

تمرين 2

1 – تبيان التركيب التجاريبي :

أنظر الشكل

2 – تعبير ($i(t)$) :



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T} Q_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

3 - الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :
الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغناطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2$$

الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

تمرين 3

1 - التمثيل على التبليانة لكل من u_C و u_L :

2 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_L = L \frac{di}{dt}, i = \frac{dq}{dt}, q = u_C \cdot C$$

$$u_L = LC \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2q}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

3 - حل المعادلة التفاضلية هو .

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

تحديد U_m و T_0 :

تحديد U_m :

عند اللحظة $t=0$ المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(0)=U_0=U_m \cos 0$ وبالتالي $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص T_0 :

نعرض الحل في المعادلة التفاضلية :

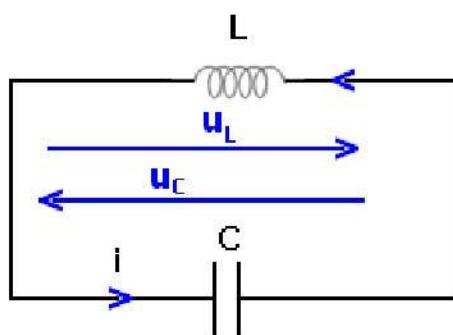
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) + \frac{1}{LC} U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = 0$$

$$\left(\frac{1}{LC} - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right) U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 0,34\text{ms}$$



تمرين 4

- 1 – نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموضع يتناقض مع الزمن t .
- 2 – تفسير خمود الذذبذبات :
يفسر خمود الذذبذبات إلى تناقض الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة ٢ للوشيعة والتي تحول فيها الطاقة الكلية المتناقضة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .
- 3 – المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :
حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$rC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

4 – تعين شبه الدور $T=1ms$ للذذبذبات هو :

5 – تعتبر المقاومة ٢ للوشيعة منعدمة :

5 – المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

5 – حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

تعبير $: U_m$

$$u_C(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{E}{U_m}$$

في اللحظة $t=0$ تكون شدة التيار في الوضيعة منعدمة :

$$u_C(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C \cdot \omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C \cdot \omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ or } \varphi = \pi$$

$$\cos \varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\frac{U_m}{E} = 1$ وبالتالي ستكون $E = U_m$

تحديد ①

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثلية LC :

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6 \cos(2.10^3 \pi t)$$

5 - تعبير $q(t)$:

نعلم أن

$$q(t) = C \cdot u_c(t) = 1,5 \cdot 10^{-6} \cos(2000\pi t)$$

تعبير $i(t)$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -3\pi \cdot 10^{-3} \sin(2000\pi t)$$

5 - تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

6 - حساب قيمة معامل التحرير الذاتي L للوشيعة علماً أن شبه الدور يساوي الدور الخاص T_0 :

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 L \cdot C$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C} = 0,1 \text{ H}$$

7 - قيمة المقاومة R_0 للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g = R_0 i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2 i}{dt^2} \Rightarrow R_0 i = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2 i}{dt^2}$$

$$(r - R_0) i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r - R_0) i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2 i}{dt^2} = 0 \Rightarrow R_0 = r \Rightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

تمرين 5

1 - في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 - المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر $u_c(t)$:

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

1 - تعبير الطاقة الكلية :

$$\xi_t = \frac{1}{2} Li(t)^2 + \frac{1}{2} Cu_c(t)^2$$

$$u_c(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} = -C \frac{2\pi E}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} LC^2 \frac{4\pi^2 E^2}{T^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2} CE^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2 L \cdot C \Rightarrow L \cdot C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} CE^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2} CE^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} CE^2 \left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} CE^2$$

2 – في حالة مقاومة الوضيعة غير مهملة :
2 – المعادلة التي يتحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_c}{dt^2}$$

$$rC \frac{du_c}{dt} + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

$$2 – باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} Li(t)^2 + \frac{1}{2} Cu_c(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t) \frac{di}{dt} + Cu_c \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \frac{d^2 u_c}{dt^2} + Cu_c \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \left(\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c \right)$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0 \Rightarrow \frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = -\frac{r}{L} \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L} LC^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 = -ri^2$$

تمرين 6

1_ المعادلة التفاضلية التي تتحققها الشحنة :

$$u_{AM} = -L \frac{di}{dt} = \frac{q}{C}$$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

: $q(t)$ المعاوقة الزمنية (t=0) في اللحظة $t=0$ لدينا

$$q(t) = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{إذن } \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \quad \text{يعني أن } q(t) = Q_0 = CU_0 = 1,2 \cdot 10^{-6} C$$

$$q(t) = 1,2 \cdot 10^{-6} \cos(3162t)$$

3_ حساب الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0 = 2ms$$

$$u_{AM} = \frac{q}{C} = 12 \cos(3162t) \text{ فولts}$$

4_ اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي حسب الشكل أسفله :

$$u_{MN} = \varepsilon - R_o i_2 = -R_o i_2$$

من جهة أخرى أن $u_{NS} = u_{NB} + u_{BS}$

$$-R_i i_1 = 0 - R_i i_2$$

$$i_1 = i_2 = i \quad \text{وبالتالي}$$

$$u_{MN} = -R_o i$$

القيمة الدونية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوتّرات بين M و N :

$$u_{MN} = u_L + u_C = -L \frac{di}{dt} - ri - \frac{q}{C}$$

$$-R_o i = -L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} - ri$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + (r - R_o)i = 0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r - R_o = 0 \Rightarrow R_o = r = 350 \Omega$

