بسم الله الرحمان الرحيم ، ولا حول ولا قوة إلا بالله العلي العظيم، وصلى الله على نبينا محمد خاتم الأنبياء والمرسلين وعلى آله وصحبه أجمعين.

سلسلة تمارين حول التذبذبات القسرية في دارة RLC على التوالي

سلسلة خاصة بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية.

عن امتحانات البكالوريا دورة يونيو 1990 المملكة المغربية الأكاديمية

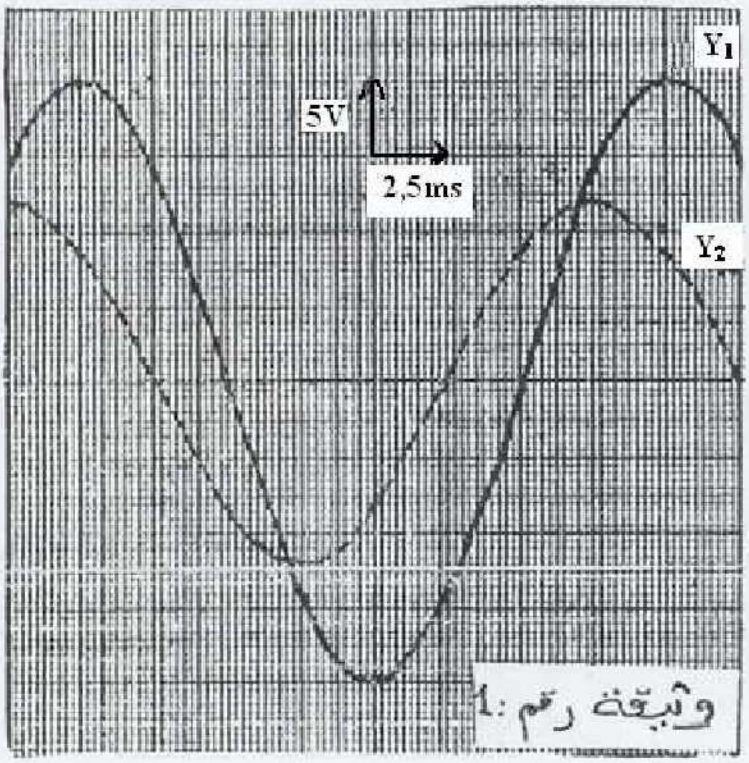
نعتبر ثنائي قطب D ، مكون من العناصر التالية مركبة على التوالي :

- موصل أومي مقاومته $R = 30\,\Omega$
- مكثف سعته $C = 2\,\mu F$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ،

نطبق ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض (G.B.F)، بين مربطي ثنائي القطب D ، توترا متناوبا جيبيا تردده N قابل للتغيير، وصيغته :

$$u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$$

نعاين، بواسطة كاشف التذبذب التوتر $u(t)$ بين قطبي المولد. (Y_1 على المدخل) والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي (على المدخل Y_2).



وثيقة رقم 1:

1- رسم تبيانة التركيب المستعمل.

2- بالنسبة لقيمة معينة N_1 للتردد، نشاهد على شاشة كاشف التذبذب المنحنيين الممثلين على الوثيقة رقم 1. علما أنه تم ضبط الكسح الأفقي على $2,5\ ms.cm^{-1}$ والحساسية الرأسية بالنسبة للمدخلين Y_1 و Y_2 على $5V.cm^{-1}$ حدد مبيانيا :

2.1- الدور T_1 والتردد N_1 لكل من التوتر بين $u(t)$ و $u_R(t)$

2.2- القيمتين القصويتين U_m للتوتر $u(t)$ و I_m لشدة التيار $i(t)$ ؟

2.3- قيمة فرق الطور $|\varphi|$ بين $u(t)$ و $i(t)$. ما المقدار المتقدم في الطور على الآخر؟

3- احسب الممانعة Z لثنائي القطب D ، ثم أوجد قيمة r باستعمال كاشف التذبذب فريينيل.

4- أعط التعبير العددي لكل من التوتر اللحظي $u(t)$ ، وشدة التيار اللحظي $i(t)$

5- نغير التردد N للتوتر $u(t)$، مع إبقاء شدة الفعالة U ثابتة، فنلاحظ أن ثنائي القطب D يتصرف كأنه موصل أومي ، عندما تكون قيمة التردد $N_0 = 150\ Hz$

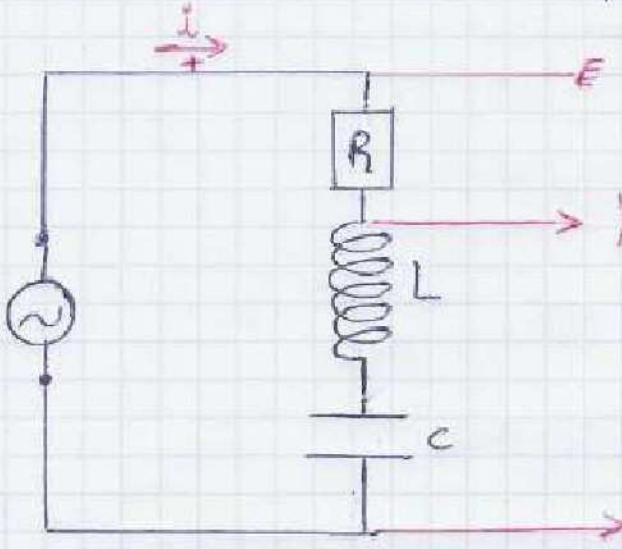
5.1- ما هي الظاهرة الملاحظة ؟ احسب القيمة الفعالة القصوى I_0 لشدة التيار

5.2- احسب قيمة معامل التحريض L للوشيعة.

تصحيح موضوع دورة يونيو 1990

Moutamadris.ma

① تبيانة التركيب المستقل :



② • الدور T_1 :

$T_1 = 8\,cm \cdot 2{,}5\ ms/cm$

$= 20\ ms = 20 \cdot 10^{-3}\,s = 2 \cdot 10^{-2}\,s$

• التردد N_1 :

$N_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}\,s} = 50\ Hz$

$\boxed{N_1 = 50\ Hz}$

(2-2) • من خلال المنحنى المشاهد في المدخل Y_1 نحصل على :

$U_{max} = 4\,cm \times 5\,V/cm = 20\,V$.

• ومن خلال المنحنى المشاهد في المدخل Y_2 لدينا :

$U_{R_{max}} = 2{,}4\,cm \times 5\,V/cm = 12\,V$

ولدينا : $U_{R_{max}} = R I_{max}$

(3-2) فرق الطور $|\varphi|$:

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T_1} \theta$

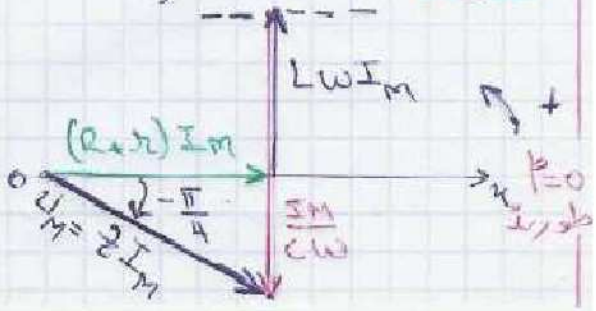
$= \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,s = 0{,}25\pi = \frac{\pi}{4}$.

$|\varphi| = \frac{\pi}{4}$

U_R هي المتقدمة في الطور على $u(t)$ ؛ إذن $i(t)$ هي المتقدمة في الطور على $u(t)$. وبما أن $i = I_m \cos \omega t$ ⇐ طور $i(t)$ منعدم و"متقدمة"

$\varphi = -\pi/4$ $\varphi < 0$ في الطور عليه فإن

③ مبانة" الدارة" :



$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{20}{0{,}4} = 50\,\Omega$

$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$

$\Leftrightarrow r = Z \cos\varphi - R = 50 \cos\frac{\pi}{4} - 30$

$\boxed{r = 5{,}35\,\Omega}$

Moutamadris.ma

(4)

- $u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$

$= 20 \cos(2\pi . 50 t - \frac{\pi}{4}) = 20 \cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$

- $i(t) = I_m \cos(2\pi N t) = 0{,}4 \cos(100\pi t)$.

(5) (1-5)

عندما يتكافأ التأثيران الحثي و السعوي تكون $Lw = \frac{1}{Cw}$

ومعاقة الدارة تكتب كما يلي :

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}$$

عند $Lw = \frac{1}{Cw}$ تصبح $Z = R + r$.

و بالتالي ثنائي القطب يتصرف كأنه موصل أومي و الدارة تكون في حالة رنين . إذن الظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين

- حساب I_0 :

$$I_0 = \frac{U}{R+r}$$

$$= \frac{20}{30 + 5{,}35} = 0{,}56\ A$$

(2-5)

لدينا أن الدارة في حالة رنين :

$$Lw_0 = \frac{1}{Cw_0} \Leftrightarrow LCw_0^2 = 1.$$

مع : $w_0 = 2\pi N_0$

إذن :

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1.$$

$$\boxed{L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}}$$

- تطبيق عددي :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 (150)^2 . 2.10^{-6}}$$

$$= 0{,}56\ H$$

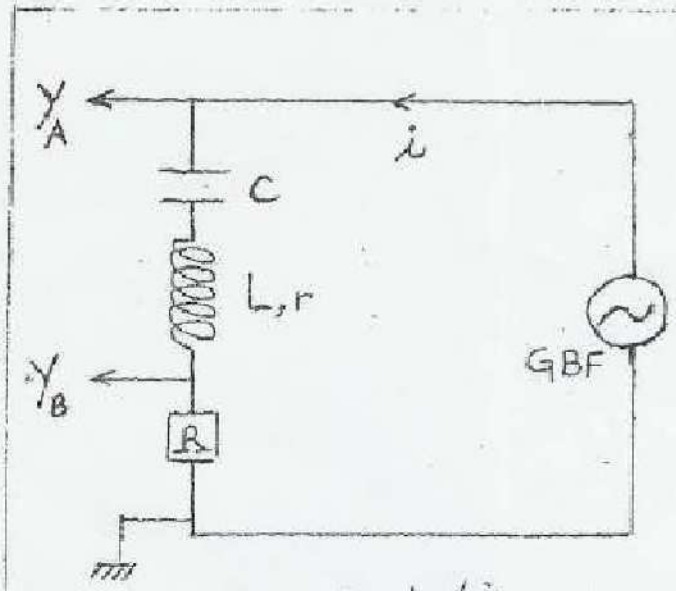
Moutamadris.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
أكاديمية أكادير
= / =
امتحانات الباكلوريا
دورة : يونيو 1992

المستوى : الثالثة ثانوي
المادة : العلوم الفيزيائية
الزمن : 2 س
المعامل : 5
الشعبة : العلوم التجريبية والزراعية والاميلية

الموضوع الاول : (7 نقط) يسمح باستعمال الالة الحاسبة الغير المبرمجة

ننجز دارة كهربائية، باستعمال الاجزاء التالية، مركبة على التوالي :
موصل اومي مقاومته $R = 10\ \Omega$، و وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r و مكثف سعته $C = 10\ \mu F$ و مولد يغذي الدارة بتوتر جيبي قيمته اللحظية $u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$، وقيمته القصوية ثابتة.
(انظر الشكل 1)



شكل 1

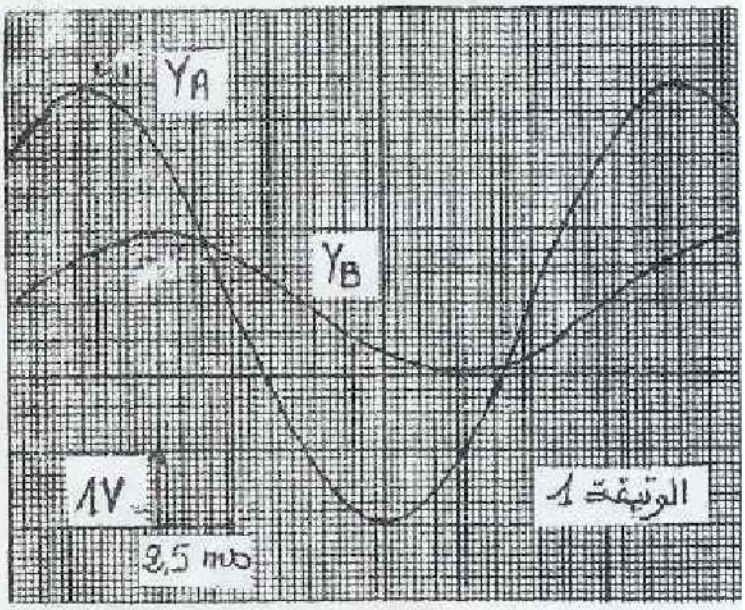
1) نعاين بواسطة راسم التذبذب الثنائي المنحنى، التوتر $u(t)$ بين قطبي المولد والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الاومي فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل على الوثيقة (1).

1 ـ 1 ـ عين مبيانيا القيمة القصوية U_m للتوتر $u(t)$ والقيمة القصوية I_m لشدة التيار $i(t)$ المار عبر الدارة.
استنتج قيمة الممانعة Z للدارة.

1 ـ 2 ـ عين قيمتي التردد N وفرق الطور φ للتوتر $u(t)$ بالنسبة لشدة التيار $i(t)$.

1 ـ 3 ـ بين أي التأثيرين أقوى، الحثي ام الكتافي ؟ ثم إعط تعبيري $u(t)$ و $i(t)$.

2) أنجز إنشاء فريينل المتعلق بالممانعات واعط :
ـ تعبير المقاومة r بدلالة : R و Z و φ. احسب قيمتها.
ـ تعبير L بدلالة N و C و R و r و φ. احسب قيمته.



التصحيح :

Moutamadris.ma

(2.1) لدينا :

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8.2,5.10^{-3}} = \frac{1}{0,02}$$

$$= 50\ Hz$$

. الدلتين لهما نفس التردد :

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} e = \frac{2\pi}{20.10^{-3}} 2,5.10^{-3}$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

. من خلال المبيان لدينا $u(t)$ متقدمة في الطور على u_R . (لأنها تتقاطع مع محور الزمن قبل u_R)

وبما أن طور i هو نفس طور u_R فإن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

ولدينا φ هو فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$ و نعتبر: $u(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi)$

فإن تعبير $i(t)$ هو كالتالي : $i = I_m \cos \omega t$

إذن طور $i(t)$ متقدم وهي متأخرة في الطور على $u(t)$ إذن $\varphi > 0$

ومنه : $\varphi = +\frac{\pi}{4}$

(3.1) نعلم أن :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r}$$

أي أن و بما أن : $\varphi > 0 \Leftarrow \operatorname{tg}\varphi > 0 \Leftarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$.

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

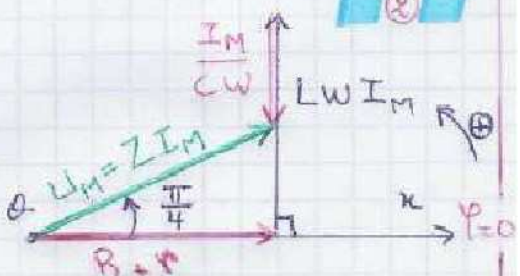
. إذن التأثير الحثي هو المتفوق .

. $u(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi) = 3 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

. $i(t) = I_m \cos(\omega t) = 0,1 . \cos(100\pi t)$

(2)

. تعبير المقاومة r بدلالة R و Z و φ :



$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$$

$$\Leftrightarrow R + r = Z . \cos\varphi \Leftrightarrow r = Z.\cos\varphi - R$$

$$r = 30 . \cos\frac{\pi}{4} - 10 = 11,2\ \Omega$$

$$r = 11,2\ \Omega$$: إذن فإن

* تطبيق عددي :

. تعبير L بدلالة N ، r ، R ، φ ، C :

لدينا :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r}$$

$$(R+r)\operatorname{tg}\varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

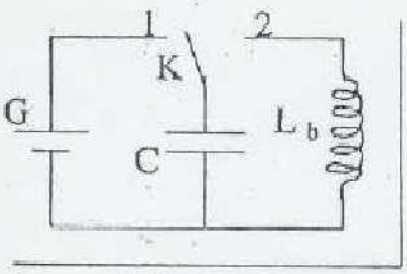
$$(R+r)\operatorname{tg}\varphi + \frac{1}{2\pi NC} = 2\pi NL \Leftrightarrow$$

$$L = \frac{(R+r)\operatorname{tg}\varphi + \frac{1}{2\pi NC}}{2\pi N} \quad (\text{مع } \omega = 2\pi N)$$

$$= \frac{(R+r)\operatorname{tg}\varphi}{2\pi N} + \frac{1}{4\pi^2 N^2 C} \simeq 1\ H$$

Moutamadris.ma

الفيزياء 1 : 7 نقط



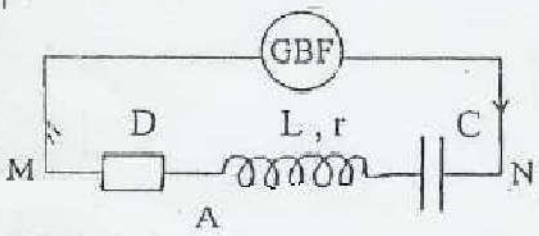
1- يتكون التركيب الكهربائي الممثل في الشكل جانبه من :
- G : مولد لتوتر مستمر ثابت قيمته $U_0 = 10\ V$ ،
- مكثف سعته $C = 5\mu F$ ،
- وشيعة(b) معامل تحريضها $L_b = 0,8\ H$ ومقاومتها مهملة ،
- K : قاطع التيار .

1-1 نضع قاطع التيار في الموضع (1) ، فيشحن المكثف . احسب قيمة الشحنة Q_0 للمكثف . 0,5

1-2 نضع قاطع التيار في الموضع (2) في لحظة نأخذها أصلا للتواريخ .

1-2-1 اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها q شحنة المكثف . 0,5

1-2-2 أوجد تعبير الشحنة q بدلالة الزمن . 0,5



2- تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل جانبه من :
- المكثف السابق ،
- وشيعة معامل تحريضها L قابل للضبط ومقاومتها r ،
- موصل أومي D مقاومته $R = 40\ \Omega$
- مولد GBF يزود الدارة بتوتر متناوب جيبي تعبيره $u_{NM}(t) = U_m \cos(2\pi.N.t + \varphi)$ قيمته القصوية U_m ثابتة وتردده N قابل للضبط ، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t) = I_m \cos(2\pi.N.t)$.

2-1 نضبط معامل التحريض على القيمة L_1 والتردد على القيمة N_1 ، ونعاين على شاشة راسم التذبذب التوترين $u_{NM}(t)$ و $u_{AM}(t)$ فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (1) .

2-1-1 باعتمادك على هذا الرسم حدد قيم كل من N_1 و I_m و Z ممانعة ثنائي القطب MN و φ طور التوتر $u_{NM}(t)$ بالنسبة للشدة $i(t)$. استنتج ، معللا جوابك ، هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟ 2,25

2-1-2 باستعمال إنشاء فرينيل أوجد قيمة L_1 . 0,75

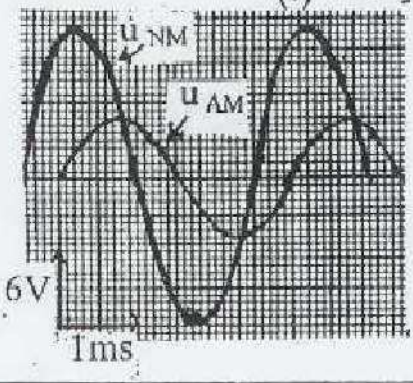
2-2 نغير أحد المقدارين القابلين للضبط(L أو N)، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (2)

2-2-1 ماهي الظاهرة التي تبرزها هذه الوثيقة ؟ علل جوابك . 0,5

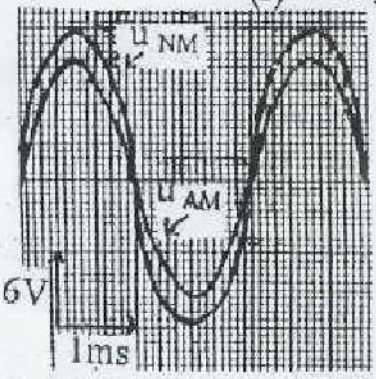
2-2-2 حدد ، معللا جوابك ، المقدار الذي غيرناه . احسب قيمته الجديدة . 1

2-2-3 أوجد قيمة r . 1

الوثيقة (1)



الوثيقة (2)



Moutamadris.ma

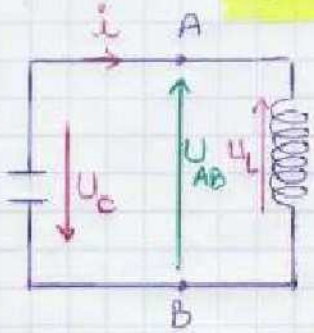
تصحيح الموضوع ③

① (1-1)

$Q_0 = C\,U$

$= 5 \times 10^{-6}\,F \times 10V.$

$Q_0 = 5.10^{-5}\,C$ إذا فإن :



(1-2)

المعادلة التفاضلية : [1.2.1]

$U_{AB} = -U_C$ و $U_{AB} = U_L$

إذن : $U_C = -U_L$

$U_L + U_C = 0$

$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$; $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ ⓐ $\left(\omega_0^2 = \frac{1}{LC}\right.$ مع $)$

[1.2.2] تعبير q بدلالة t :

لدينا المعادلة التفاضلية ⓐ هي لمتذبذب توافقي ، فإن حلها حلة الة جيبية

$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$

$q_m = Q_0 = 5.10^{-5}\,C$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5.10^{-6} \times 98}}$

$= 500\ rad/s.$

عند أصل التواريخ لدينا : $t=0$ $q = q_m$

$\cos\varphi = 1. \Leftrightarrow q_m = q_m \cos(\varphi) \Leftrightarrow$

$q = 5.10^{-5}.\cos(500t)$

② (2-1)

قيمة التردد N_1 :

$N_1 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3.10^{-3}}$

$= 333,33\ Hz$

قيمة I_m :

$U_{AM_m} = R\,I_m \Leftrightarrow I_m = \frac{U_{R_{max}}}{R}$

$U_{AM_m} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4,8\,V$

$I_m = \frac{U_{AM_{max}}}{R} = \frac{4,8}{40} = 0,12\ A.$

ممانعة الدارة Z :

$Z = \frac{U_{NM_{max}}}{I_m} = \frac{2 \times 6V}{0,12} = 100\ \Omega$

حساب الطور :

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T_0}c = \frac{2\pi}{3.10^{-3}}\,0,5.10^{-3} = \frac{\pi}{3}$

$u_L(t)$ متقدمة في الطور على u_R (طورها هو نفس طور u_R).

Moutamadris.ma

فإن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$.

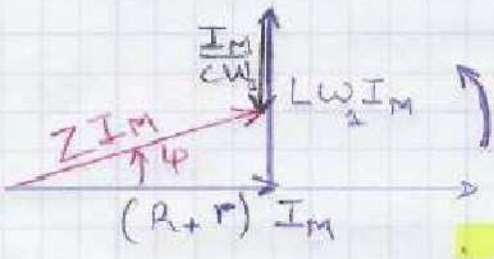
وبما أن طور $u(t)$ منعدم (وهي متأخرة في الطور) فإن $\varphi > 0$

إذن $\varphi = +\frac{\pi}{3}$

لدينا: $\varphi > 0$: $tg\varphi = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R} > 0$ ، وبالتالي: $Lw - \frac{1}{Cw} > 0$

أي: $Lw > \frac{1}{Cw}$

إذن الدارة تحريضية:



(2.2)

من خلال إنشاء فرينيل:

$$\sin\varphi = \frac{L_2 w_2 I_m - \frac{I_m}{Cw_2}}{Z I_m} \Leftrightarrow \sin\varphi = \frac{L_2 w_2 - \frac{1}{Cw_2}}{Z}$$

$$\Leftrightarrow Z\sin\varphi = L_2 w_2 - \frac{1}{Cw_2} \Leftrightarrow L_1 = \frac{Z\sin\varphi + \frac{1}{Cw_2}}{w_2}$$

مع: $(w_2 = 2\pi N$

$$L_1 = \frac{100\sin\frac{\pi}{3} + \frac{1}{5.10^{-6}.2\pi 333,33}}{2\pi.333,33} = 0,087\ H = 87\ mH$$

(2.3)

(2.3.1)

الظاهرة التي يبرزها هذه الوثيقة هي ظاهرة الرنين لأن $u(t)$ و $i(t)$ على توافق في الطور.

بما أن عند الرنين $Lw_0 = \frac{1}{Cw_0}$

$$LCw_0^2 = 1 \quad ; \quad (w_0 = 2\pi N_0 \text{ مع})$$

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1$$

من خلال الوثيقة ② نحصل على التردد N_0 عند الرنين.

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3.10^{-3}} = 333,33\ Hz = N_2$$

إذن التردد ثابت، وبالتالي المقدار الذي تم تغييره هو L.

$$L = \frac{1}{C4\pi^2 N_0^2} = \frac{1}{5.10^{-6}.4\pi^2.(333,33)^2} = 0,045\ H = 45\ mH$$

(2.3.2)

من خلال إنشاء فرينيل:

$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Leftrightarrow R + r = Z\cos(\varphi) \Leftrightarrow r = Z\cos\varphi - R$$

تطبيق عددي:

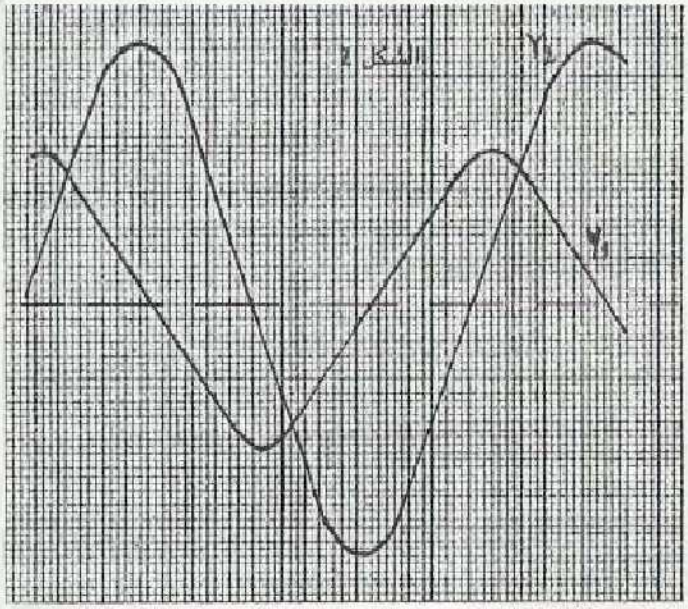
$$\Leftrightarrow r = 100\cos\frac{\pi}{3} - 40 = 10\ \Omega$$

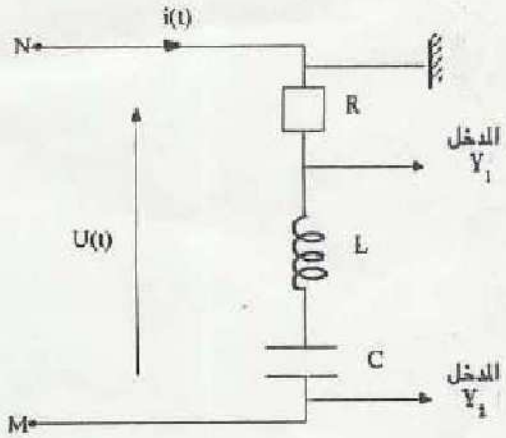
Moutamadris.ma

يمثل الشكل 1 ، ثنائي قطب MN مركب من موصل أومي مقاومته $R = 20\ \Omega$ و وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها $L = 0,1\ H$ ومكثف سعته $C = 10\ \mu F$

نطبق بين المربطين M و N توترا جيبيا $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ ، قيمته الفعالة ثابتة ونبضه قابل للضبط فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته $i(t) = I\sqrt{2}\cos\omega t$.

1- اعتمادا على الشكل 2 ، الذي يمثل الرسم المشاهد على شاشة كاشف التذبذب الذي يتم ضبط مدخليه، Y_1 على 5V/cm و Y_2 على 20 V/cm والحساسية الأفقية على 2ms/cm





1- 1- عين القيمة القصوية Um التوتر المطبق بين N و M ، والقيمة القصوية Um(R) التوتر بين مربطي الموصل الأومي ذي المقاومة R .

1- 2- استنتج أن العلاقة بين Z ممانعة الدارة و R هي : $Z = 7R$.

1- 3- حدد معللا جوابك هل الدارة حثية أم كثافية وأوجد قيمة فرق الطور بين u(t) و i(t) .

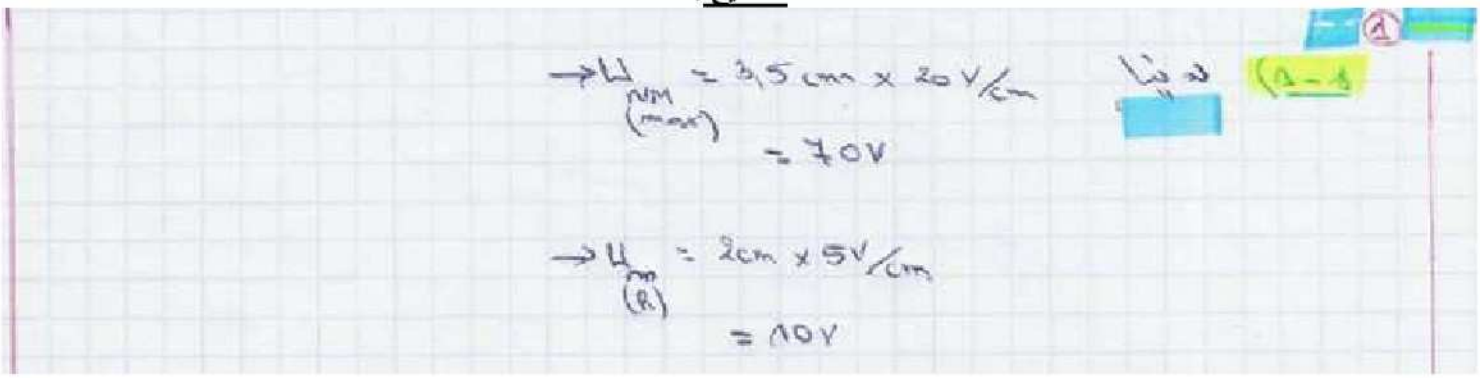
2- نضبط النبض ω بحيث $\omega = \omega_0$ ، فينعدم فرق الطور بين u(t) و i(t) .

2- 1- أوجد التعبير العددي لشدة التيار i(t) .

2- 2- احسب معامل الجودة Q

3- أوجد تعبير التوتر الفعال U_C بين مربطي المكثف بدلالة U و R و L و ω_0 .

تصحيح :



Moutamadris.ma

$U_m = Z I_m$ ومنه (2-1)

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad (1)$$

$U_{R(max)} = R I_m$ ج

$I_m = \frac{U_{R(max)}}{R}$ إذن

$$Z = \frac{U_m}{\frac{U_{Rm}}{R}} = \frac{R U_m}{U_{Rm}} = \frac{R.70}{10} = 7R$$ نستنتج (1) من العلاقة

(1.3) لتحديد قيمة كل من $\frac{1}{Cw}$ و Lw نحسب الدور T أولا:

$T = 6\,Cm \times 2\,ms/Cm$

$= 12\,ms = 12 \cdot 10^{-3}\,s$

$$Lw = \frac{2\pi L}{T} = \frac{2\pi.0,1}{12.10^{-3}} = 52,33\,\Omega$$

$$\frac{1}{Cw} = \frac{1}{C\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2\pi C} = \frac{12\times10^{-3}}{2\pi.10.10^{-6}} = 191\,\Omega$$

إذن: الدارة كثافية: $Lw < \frac{1}{Cw}$

تطبيق عددي:

$$tg\varphi = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R}$$

$$tg\varphi = \frac{52,33 - 191}{20} = -6,93$$

$$\varphi = Arctg(-6,93) = -81,79^\circ = -0,45\pi$$

(1.2) الدارة عند الرنين: لدينا:

بما أن الدارة في حالة رنين:

$$Lw = \frac{1}{Cw} \Rightarrow LCw^2 = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{\sqrt{LC}} = w_0.$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{0,1.10.10^{-6}}} = 10^3\,rad/s$$

لدينا: $U = ZI$ عند الرنين $Z = R$

$I = I_0$ و

$i(t) = I_0\sqrt{2}\cos w_0 t$

Moutamadris.ma

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}R} = \frac{3,5}{\sqrt{2}}$$

نعوض في العلاقة ④

$$i(t) = 3,5\cos(10^3 t)$$

(2.2)

معامل الجودة :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{0,1 \times 10^3}{20} = 5$$

③

$$U_C = Z_C \cdot I_0$$

$$= \frac{1}{C\omega_0} I_0 = \frac{1}{C\omega_0} \frac{U}{R}$$

عند الرنين :

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

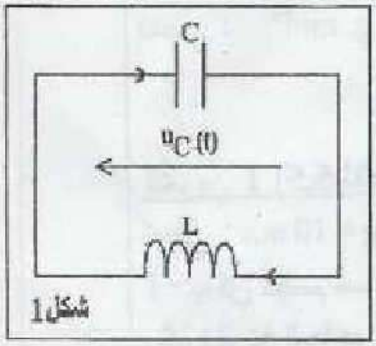
$$U_C = L\omega_0 \frac{U}{R} = QU = 5 \times (3,5\sqrt{2} \times 20) = 350\ V.$$

الموضوع الخامس :

عن باكالوريا 2007 الدورة الاستدراكية المملكة المغربية.

التمرين 2 (4,5 نقط)

1- نطبق بين مربطي مكثف سعته $C = 2.10^{-6}\ F$ توترا مستمرا $U_0 = 10\ V$ ، فيشحن المكثف ثم نركبه بين مربطي وشيعة معامل تحريضها $L = 0,05H$ ومقاومتها مهملة ، عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $t = 0$ (شكل1)، نأخذ $\pi^2 = 10$.



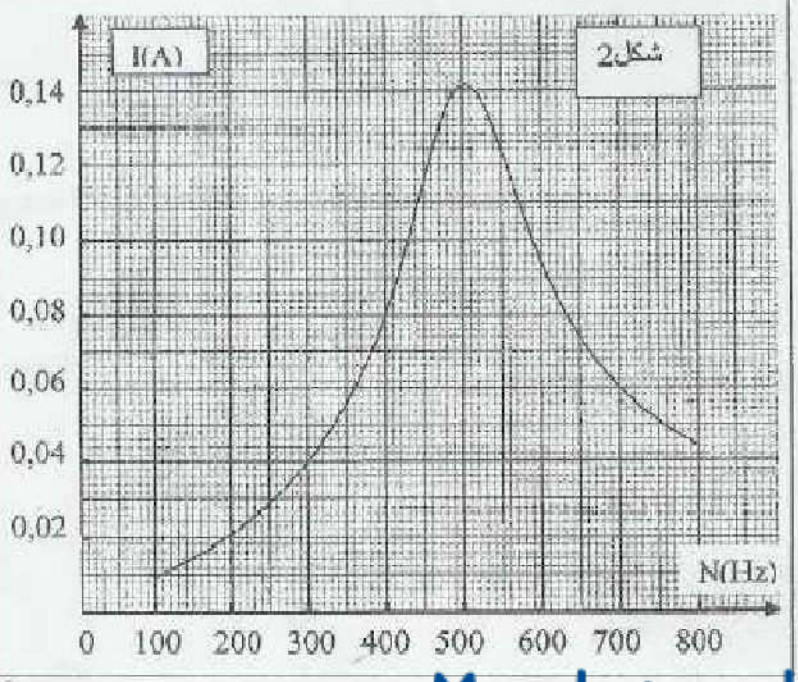
شكل1

0,75 1.1- نعتبر $u_C(t)$ التوتر بين مربطي المكثف عند لحظة t.
أثبت المعادلة التفاضلية التي يُحققها التوتر $u_C(t)$ ، واستنتج قيمة الدور الخاص T_0 للتذبذبات الكهربائية.

0,5 1.2- اكتب التعبير العددي للتوتر $u_C(t)$ بدلالة الزمن.

0,5 1.3- حدد، عند اللحظة $t = 1,5ms$ ، قيمة الطاقة المخزونة في كل من المكثف و الوشيعة.

2- نركب على التوالي مع المكثف والوشيعة السابقين موصلا أوميا مقاومته R ، ثم نطبق بين مربطي ثنائي القطب المحصل (RLC) ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض، توترا: $u(t) = 10\cos(2\pi.N.t)$ (V)
تردده N قابل للضبط، نغير التردد N ونقيس الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة. يعطي الشكل2 تغيرات I بدلالة N .



شكل2

0,75 2.1- عين عند الرنين التردد N_0 والشدة الفعالة I_0 للتيار. استنتج قيمة R .

0,75 2.2- عين القيمتين N_1 و N_2 للتردد المقابلتين للشدة الفعالة $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$
مع $N_2 > N_1$ ، واحسب قيمة معامل الجودة Q للدارة.

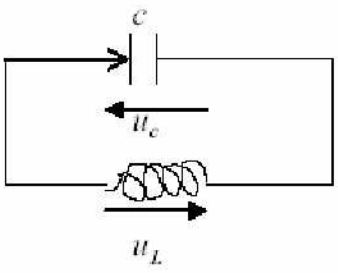
0,75 2.3- عندما يأخذ التردد القيمة $N = N_1$ يمر في الدارة تيار شدته الفعالة I_1. أوجد في هذه الحالة التعبير العددي للشدة اللحظية i(t) للتيار المار في الدارة.

0,5 2.4- أوجد في حالة $N = N_2$ قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة.

Moutamadris.ma

تصحيح

:1-1



حسب قانون التوترات لدينا :

$$u_L = -u_c$$

أي : $u_L + u_c = 0$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = 0$$

مع : $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$ إذن: $\frac{di}{dt} = \ddot{q}$

أي: $L\ddot{q} + \frac{q}{c} = o$

ولدينا : $q = cu_c$ إذن: $\ddot{q} = c\ddot{u}_c$

المعادلة التفاضلية السابقة تصبح كما يلي :

$$Lc\ddot{u}_c + u_c = 0$$

أي : $\ddot{u}_c + \frac{1}{Lc}u_c = o$ وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{c\,(t)}$.

مع : $\omega_o^{\,2} = \frac{1}{Lc}$

الدور الخاص : $T_O = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{Lc}$

$$T_O = 2\pi\sqrt{0{,}05\times 2\times 10^{-6}} = 2\sqrt{\pi^2\times 0{,}05\times 2\times 10^{-6}} = 2\sqrt{10\times 0{,}05\times 2\times 10^{-6}}$$
$$= 2\sqrt{10^{-6}} = 2\times 10^{-3}\,s = 2ms$$

:1-2

من خلال المعادلة التفاضلية يتضح أن المتذبذب توافقي إذن حل المعادلة التفاضلية هي عبارة عن دالة جيبية تكتب كما يلي :

$$u_c(t) = u_m\cos(\omega_o t + \varphi)$$

$$u_m = u_o = 10V$$

وعند $t = o$ $\quad u_c = u_m = 10V$ إذن $\varphi = o$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_O} = \frac{2\pi}{2\times 10^{-3}} = 1000\pi rad/s$$

إذن: $u_c(t) = 10\cos 10^3\pi.t$

:1-3

الطاقة الكلية في الدارة هي : $\xi = \frac{1}{2}cU_0^{\,2} = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}\times 10^2 = 10^{-4}J$

الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في اللحظة $t = 1{,}5ms$:

$$Ee = \frac{1}{2}cu_c^{\,2} = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}\times\{10\cos(10^3\pi\times 1{,}5\times 10^{-3})\}^2 = 10^{-4}\cos^2\frac{3\pi}{2} = OJ$$

أو بطريقة اخرى : لدينا : $\frac{t}{T_O} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75$ إذن : $t = \frac{3T_O}{4}$

وفي هذه اللحظة التوتر بين مربطي المكثف منعدم :

$$u_c(t) = 10\cos\omega_O t = 10\cos(\frac{2\pi}{T_O}.\times\frac{3T_O}{4}) = 10\cos\frac{3\pi}{2} = 0$$

إذن المكثف مفرغ $\longleftarrow$ $Ee = 0$

Moutamadris.ma

والطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشيعة في اللحظة $t = 1,5ms$:

$$E_m = \xi - E_e = 10^{-4} - 0 = 10^{-4} J$$

أو بطريقة اخرى : لدينا $Em = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}Lq^2 = \frac{1}{2}L(cu)^2$

مع: $u_c(t) = 10\cos 10^3 \pi.t$ إذن: $\dot{u} = -10^4 \pi \sin 10^3 \pi t$

$$Em = \frac{1}{2}L(-10^{-4} c\pi \sin 10^3 \pi t)^2$$

ومنه:

$$= \frac{1}{2}L \times \{(-1)^2 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \pi^2 \sin^2(10^3 \pi t)\}$$

وفي اللحظة $t = 1,5ms$ مع اعتبار $\pi^2 = 10$ حسب المعطيات

$$E_m = \frac{1}{2}0,05 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \times 10 \times \sin^2(10^3 \pi 1,5 \times 10^{-3})$$

$$= 10^{-4} \sin^2 \frac{3\pi}{2} = 10^{-4} \times (-1)^2 = 10^{-4} J$$

---

2) 1-2:

التردد عند الرنين : مبيانيا $N_O = 500Hz$

والشدة الفعالة للتيار عند الرنين : $I_O = 0,142A$

ولدينا : $R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_O \times \sqrt{2}} = \frac{10}{0,142 \times \sqrt{2}} \approx 50\Omega$

2-2: الترددين المقابلين للشدة الفعالة :

$I = \frac{I_O}{\sqrt{2}} = \frac{0,142}{\sqrt{2}} = 0,1A$

هما : $N_1 = 430Hz$

و : $N_2 = 590Hz$

معامل الجودة: $Q = \frac{N_O}{N_2 - N_1} = \frac{500}{590 - 430} = 3,125$

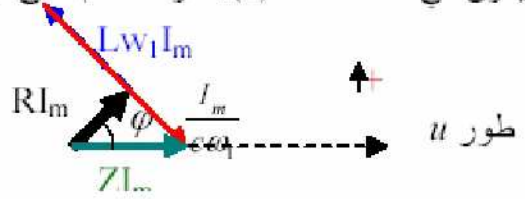
2-3: $i(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega_1 t + \varphi)$

$\omega_1 = 2\pi N_1 = 2\pi \times 430 = 860\pi$

في هذه الحالة : $N_1 < N_O$ أي: $\omega_1^2 < \omega_O^2$ ولدينا : $\omega_O^2 = \frac{1}{Lc}$

إذن : $\omega_1^2 < \frac{1}{Lc}$ إذن: $L\omega_1 < \frac{1}{c\omega_1}$ فنستنتج أن التأثير الكثافي هو المتفوق أي أن الدارة كثافية

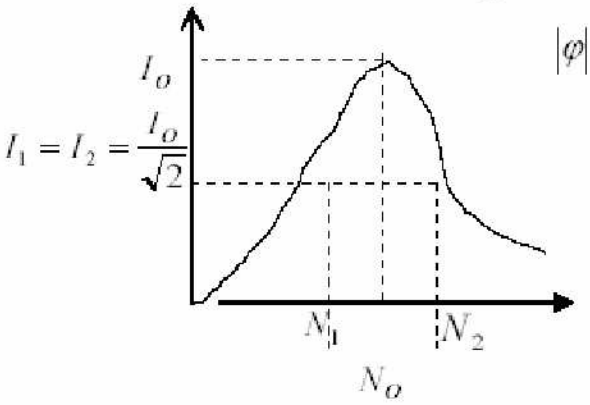
ويكون في هذه الحالة $i(t)$ هو المتقدم على $u(t)$ لأن طور $u(t)$ منعدم.وبالتالي : $\varphi > o$



Moutamadris.ma

$$tg|\varphi| = \frac{\left|L\omega_1 - \frac{1}{c\omega_1}\right|}{R} = \frac{\left|0{,}050\times 860\pi - \frac{1}{2\times 10^{-6}\times 860\pi}\right|}{50} = \frac{|135-185|}{50} = \frac{50}{50} = 1$$

$$|\varphi| = 45° = \frac{\pi}{4} rad \qquad \varphi = +\frac{\pi}{4}$$



إذن:

$$i(t) = 0{,}1\times\sqrt{2}\cos(860\pi t + \frac{\pi}{4})$$
$$= 0{,}142\cos(860\pi t + \frac{\pi}{4})$$

2-4: في حالة التردد $N = N_2 = 590Hz$

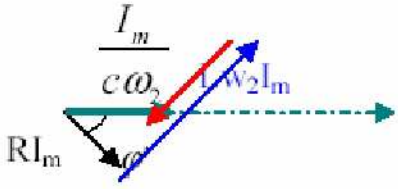
$$\omega_2 = 2\pi N_2 = 1180\pi rad/s$$

$$I = I_1 = I_2 = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}142}{\sqrt{2}} = 0{,}1A$$

لكن بتغيير التردد قد يتتغير فرق الطورين $u(t)$ و $i(t)$

$$tg|\varphi'| = \frac{\left|L\omega_2 - \frac{1}{c\omega_2}\right|}{R} = \frac{\left|0{,}05\times 1180\pi - \frac{1}{2\times 10^{-6}\times 1180\pi}\right|}{50} = \frac{|185-135|}{50} = \frac{50}{50} = 1$$

$$|\varphi'| = \frac{\pi}{4}$$



$L\omega_2 > \frac{1}{c\omega_2}$ فنستنتج أن التأثير الحثي هو المتفوق أي أن الدارة تحريضية مع كون طور $u(t)$ منعدم.وبالتالي : $\varphi' < o$

$$\varphi' = -45° = -\frac{\pi}{4} rad$$

القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة :

$$P = UI\cos\varphi' = \frac{10}{\sqrt{2}}\times\frac{0{,}142}{\sqrt{2}}\cos\frac{\pi}{4} = 0{,}5W$$

طريقة اخرى: $P = UI\cos\varphi'$ مع $\cos\varphi' = \frac{R}{Z}$ و: $I = \frac{U}{Z}$

إذن: $P = \frac{U^2 R}{Z^2}$ وبما أن : $\varphi' = -\frac{\pi}{4}$ فإن: $\cos\varphi' = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ولدينا: $\cos\varphi' = \frac{R}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أي: $Z^2 = 2R^2$ ثم نعوض في تعبير القدرة السابق:

$$P = \frac{U^2}{2R} = \frac{(\frac{U\max}{\sqrt{2}})^2}{2R} = \frac{U\max^2}{4R} = \frac{10^2}{200} = 0{,}5W$$

Moutamadris.ma

الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .
تمارين

تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بmA) :

i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

تمرين 3

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته R=24Ω .

ـ مكثف سعته C .

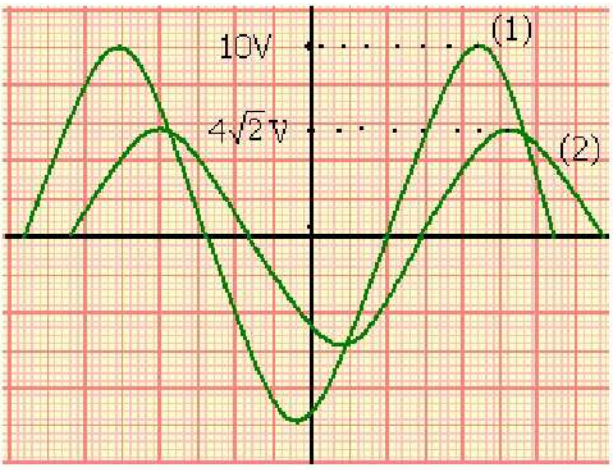
ـ وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r .

نغدي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن U_m=10V والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos\left(2\pi Nt + \varphi_{i/u}\right)$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل Y_1 التوتر u(t) وفي المدخل Y_2 التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .



على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة (تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي)

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1\text{cm} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\text{Volt}$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب U_m ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

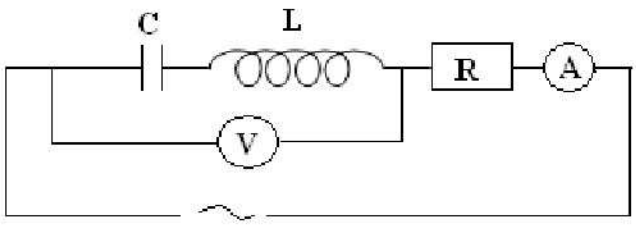
4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

تمرين4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5μF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغدي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي



Moutamadris.ma

$u(t) = 20\cos 2\pi Nt$. فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة N_0 نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد N_0 .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة ل $N=N_0$.

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة ل $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة (N_0) .

1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

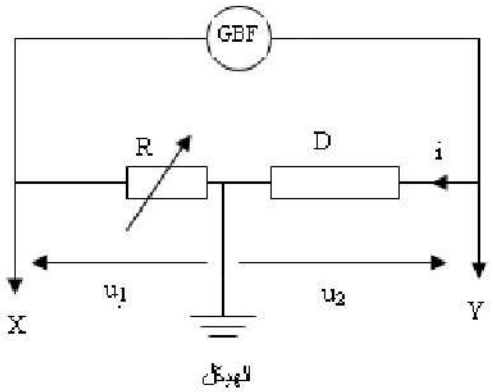
2 ـ نضبط التردد N على قيمة N_1 =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو :

$i(t) = I\cos(\omega_1 t + \varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهده الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة N_1 . ـ

تمرين 5

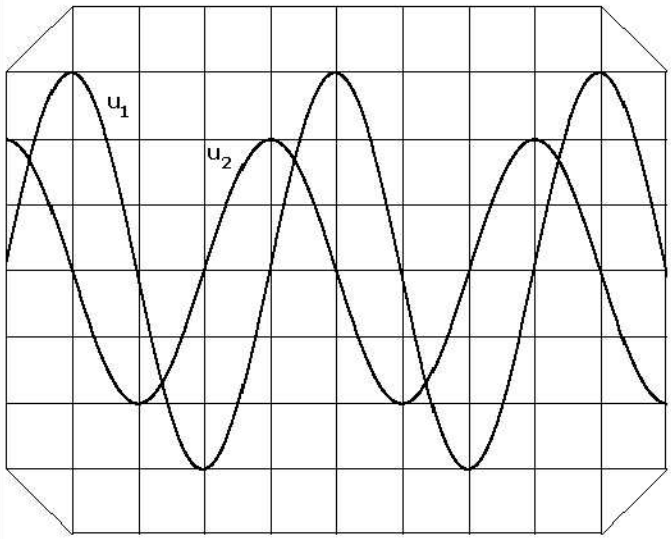


تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$.

1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D . فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .

وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على 5.10^{-3}s/div. و الحساسية الرأسية على 1V/div. .



1 ـ1 حدد مبيانيا :

أ ـ القيمتين القصويتين U_{1m} و U_{2m} للتوترين u_1 و u_2 ,

ب ـ طور u_2 بالنسبة ل i(t) تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن $R=300\Omega$.

2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$,$u_1(t)$, i(t) .

تمرين 6

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t) = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب D_1 و D_2 :

D_1 موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$.

D_2 وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية R_2 .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي D_1 إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي D_2 تشير إلى $U_2=30V$.

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة Z_2 للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L وR_2 .

4 ـ احسب فرق الطور φ_2 للتوتر بالنسبة للشدة i(t) .

5 ـ أحسب فرق الطور φ_1 للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة i(t) .

Moutamadris.ma

الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .

تمارين

تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

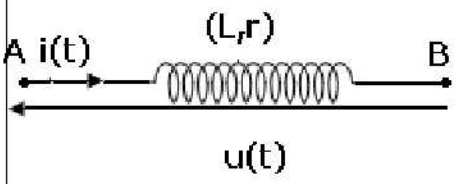
1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

الجواب :

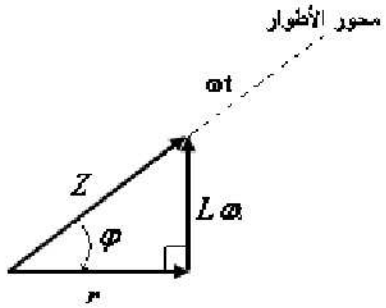
1 ـ ممانعة الدارة



حسب إنشاء فرينل لدينا بين مربطي الوشيعة $u(t) = ri(t) + L\frac{di}{dt}$ نضع

$$i(t) = I_m \cos(100\pi t + \varphi)$$

$$10\sqrt{2}\cos 100\pi t = rI_m \cos(100\pi t + \varphi) + L\omega I_m \cos\left(100\pi t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$



$Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ بحيث أن $r = 10\Omega, L = 0,1H$ و $\omega = 100\pi$

$Z = 104,8\Omega$

2 ـ طور الشدة اللحظية i بالنسبة للتوتر u هو : $\varphi = -\varphi_{i/u}$

$\tan\varphi = \frac{L\omega}{r} = \frac{0,1.100\pi}{10} = \pi$ أي أن $\varphi = 72,34°$ أو

$$\varphi = \frac{2\pi}{5} rad$$

$$\varphi_{i/u} = -\frac{2\pi}{5} rad$$

3 ـ تعبير الشدة اللحظية i هو :

نحسب I_m . نطبق العلاقة $U_m = ZI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{Z} = 0,13A$ وبالتالي :

$$i(t) = 0,13\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{5}\right)$$

تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بmA) : i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

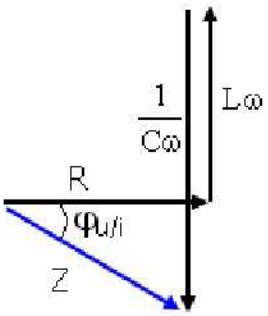
2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

الجواب :

إنشاء فرينل للدارة R,L,C

هل الدارة حثية أم كثافية ؟ في هذه الحالة نقارن بين Lω و $\frac{1}{C\omega}$ بحيث أن ω=300rad/s

Moutamadris.ma



$L\omega = 75$ و $\frac{1}{C\omega} = 277,7$ وبالتالي $\frac{1}{C\omega} > L\omega$ أي أن الدارة كثافية

وإنشاء فرينل سيكون على الشكل التالي :

1 ـ حساب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب R,L,C

نطبق العلاقة التالية :

$$U_m = ZI_m \Rightarrow U = ZI$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2} = 230,7\Omega$$

ولدينا I=9,54mA وبالتالي $U = 2,2V$

2 ـ حساب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر :

$\varphi_{i/u} = 0,37\pi$ أي أن $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0,40$

تمرين 3

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته $R=24\Omega$.

ـ مكثف سعته C .

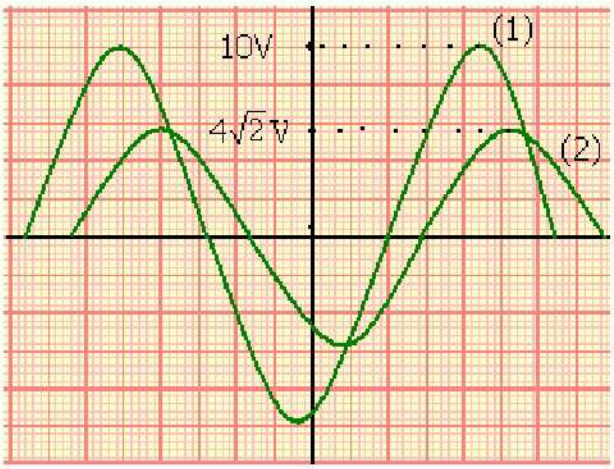
ـ وشيعة معامل تحريضها L =1H ومقاومتها الداخلية r .

نغدي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن $U_m=10V$ والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi_{i/u})$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل Y_1 التوتر u(t) وفي المدخل Y_2 التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .



على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة (تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي)

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}Volt$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب U_m ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

الجواب :

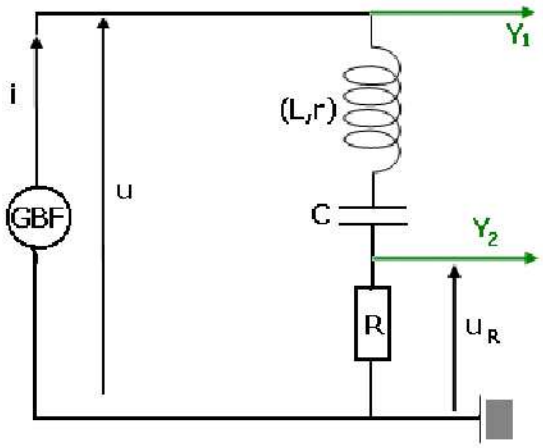
1 ـ تبيانة التركيب التجريبي وكيفية ربط راسم التذبذب . أنظر الشكل جانبه .

2 ـ 1 ـ لنبين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) التوتر بين مربطي الدارة :

نقارن التوترين القصويين لكل من $u_R(t)$ التي توجد في المدخل Y_2 و u(t) التي توجد في المدخل Y_1

حسب قانون أوم لدينا : $U_{mR} = RI_m$ و $U = ZI_m = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.I_m$

Moutamadris.ma



وبمقارنة R مع Z يتبين أن $R < Z$ أي أن $U_{mR} < U$ ومن خلال المنحنيين يتبين أن المنحنى ذي التوتر القصوي الأكبر هو المنحنى (1) وبالتالي فإن المنحنى (1) يمثل u(t) .
بما أن u(t) متقدمة في الطور على i(t) ($u_R(t)$) فإن $\varphi_{u/i} > 0$ ، نستنتج أن الدارة تحريضية $L\omega > \frac{1}{C\omega}$.

2 ـ 2 القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I :
من خلال المنحنى (2) لدينا

$$U_{mR} = R.I_m \Rightarrow U_{Rm} = RI\sqrt{2}$$

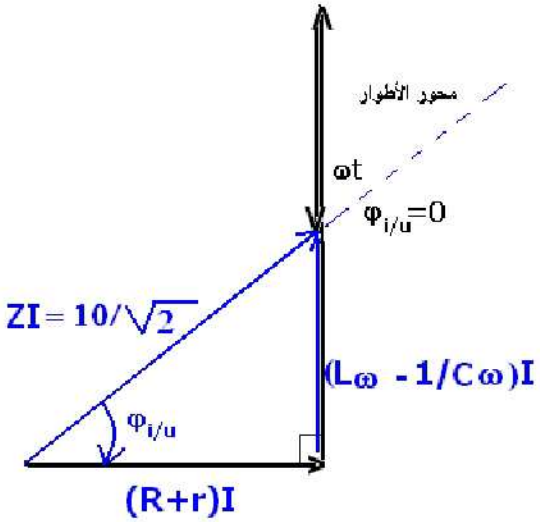
$$I = \frac{U_{Rm}}{R\sqrt{2}}$$

تطبيق عددي : $I = \frac{4\sqrt{2}}{24\sqrt{2}} = 0,17A$

الطور $\varphi_{i/u} = -\varphi_{u/i}$ ومن خلال المنحنيين لدينا $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T}$

وبالتالي فإن $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{0,6\times 2\pi}{4,8} = \frac{\pi}{4}$ $\varphi_{i/u} = -\frac{\pi}{4}$

3 ـ إنشاء فرينل باختيار السلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}V$



ملاحظات مهمة :

بما $\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{4}$ سيكون الشكل المحصل عليه بواسطة إنشاء فلاينل مثلث متساوي الأضلاع وقائم الزاوية أنظر الشكل . وكذلك لدينا

$$\tan\varphi_{i/u} = 1 \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R + r$$

بالنسبة للسلم :

$$U = ZI = \frac{10}{\sqrt{2}}V$$

$$(R+r)I = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I$$

أ ـ نستنتج المقاومة r :

من خلال الشكل نحسب $\cos\varphi_{u/i} = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\varphi - R$

تطبيق عددي : $r = 30 - 24 = 6\Omega$

ب ـ سعة المكثف C :

$$(R+r) = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - (R+r)$$

$$C\omega = \frac{1}{L\omega - (R+r)} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega\left(L\omega - (R+r)\right)}$$

تطبيق عددي : $C=\frac{1}{\omega\left(L\omega-(R+r)\right)}=0,6\mu F$

4 ـ 1 ـ بما u(t) و $u_R(t)$ على توافق في الطور فالظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين .

4 ـ 2 بما أن الدارة تحريضية وباعتبار $\left(L\omega_1-\frac{1}{C\omega_1}>0\Rightarrow LC\omega_1^2>1\Rightarrow LC\omega_1^2>LC\omega_0^2\Rightarrow\omega_1>\omega_0\right)$

أن N_0 التردد عند الرنين فإن $N_1>N_0$ أي أنه للحصول على ظاهرة الرنين يجب أن ننقص من التردد .

تمرين4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5μF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغدي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي $u(t)=20\cos 2\pi Nt$. فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

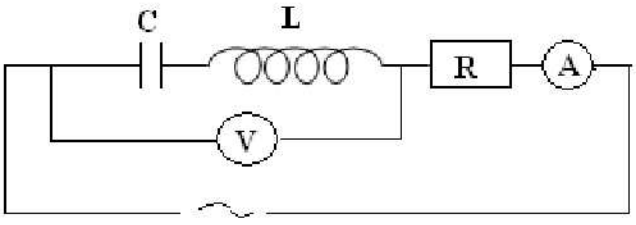
1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة N_0 نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد N_0 .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة لـ $N=N_0$.

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة لـ $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة (N_0) .



1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

2 ـ نضبط التردد N على قيمة $N_1=90Hz$. تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو : $i(t)=I\cos(\omega_1 t+\varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهذه الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة N_1 .

الجواب :

1 ـ تفسير إشارة الفولطمتر :

بين مربطي الوشيعة والمكثف لدينا حسب قانون إضافية التوترات $u_1(t)=u_L(t)+u_C(t)$

نعتبر أن Z_1 ممانعة هذا الجزء من الدارة ، $U_1=Z_1I$ بحيث أن $Z_1=L\omega-\frac{1}{C\omega}$

وبما ان التوتر المشار إليه من طرف الفولطمتر منعدم فإن

$$U_1=Z_1I=\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right).I=0\Rightarrow L\omega=\frac{1}{C\omega}$$

وبالتالي ستكون الدارة مقرا لظاهرة الرنين عند $N=N_0$ أي أن انعدام التوتر هو نتيجة لظاهرة الرنين .

نستنتج قيمة N_0 :

$$N_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}=100Hz$$

1 ـ 2 تعبيري الشحنة q(t) و i(t) بالنسبة لـ $N=N_0$:

نعلم أن $i(t)=I\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\varphi_{i/u}\right)$

بما أن الدارة في حالة الرنين : $\varphi_{i/u}=0$

Moutamadris.ma

لدينا كذلك أن Z=R أي أن U=RI وبالتالي : $I=\frac{U}{R}=\frac{U_m}{R\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}A=0,707A$

إذن $i(t)=2\cos(200\pi t)$

نستنتج q(t) :

نعلم أن

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=\int_0^t i(t)$$

$$q(t)=\int_0^t i(t)dt=\int_0^t \cos(200\pi t)dt$$

$$q(t)=\frac{2}{200\pi}\sin(200\pi t)$$

1 ـ 3 تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب عند التردد N :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

1 ـ 4 لنبين أن الطاقة الكلية ثابتة عند الرنين :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

$$i(t)=I_m\cos(\omega_0 t),q(t)=-\frac{I_m}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow\omega_0^2=\frac{1}{LC}$$

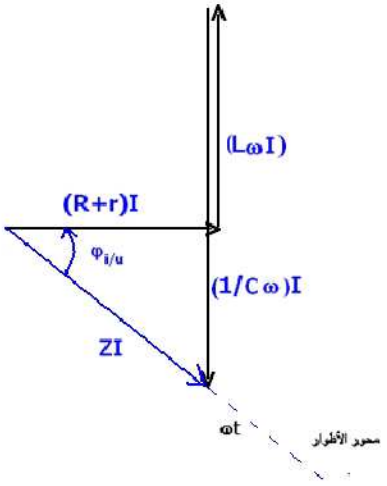
$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\cos^2(\omega_0 t)+\frac{1}{2}I_m^2\frac{\sin^2(\omega_0 t)}{C\omega_0^2}$$

$$L=\frac{1}{C\omega_0^2}\Rightarrow\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\left(\cos^2(\omega_0 t)+\sin^2(\omega_0 t)\right)$$

$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2$$

تطبيق عددي :

$\xi_t=1J$



1 ـ 5 معامل الجودة أو معامل فوق التوتر هو : $Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{L\omega_0}{R}$

حساب معامل الجودة : $Q=\frac{L\omega_0}{R}=31,4$

2 ـ نضبط التوتر على N=90Hz أي أن $N<N_0$:

2 ـ 1 نحسب المقادير التالية :

$$L\omega_1=283,\frac{1}{C\omega_1}=354\Rightarrow\frac{1}{C\omega_1}>L\omega_1$$

إنشاء فرينل أنظر الشكل جانبه .

حساب I :

Moutamadris.ma

$$U = Z.I$$

لدينا العلاقة التالية : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)} = 71,7\Omega$

$$I = \frac{U}{Z} = 0,2A$$

حساب $\varphi_{i/u}$

$$tan\ \varphi_{i/u} = \frac{\left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)}{R} = 7,1$$

$$\varphi_{i/u} = 82° = 1,43rad$$

بما أن $\frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$ فإن الدارة كثافية .

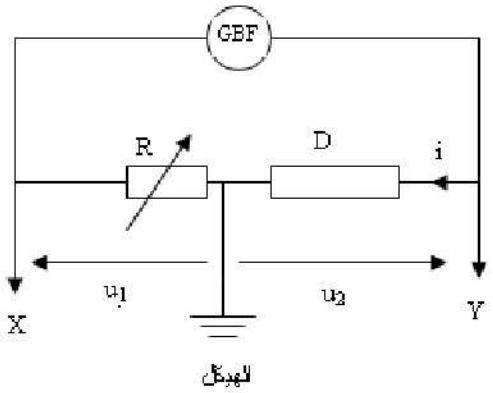
2 ـ 2 معاكل القدرة : $cos\ \varphi = 0,94$

القدرة المتوسطة المستهلكة من طرف الدارة : $\mathcal{P}_m = RI^2 = 10 \times 0,04 = 0,4J$

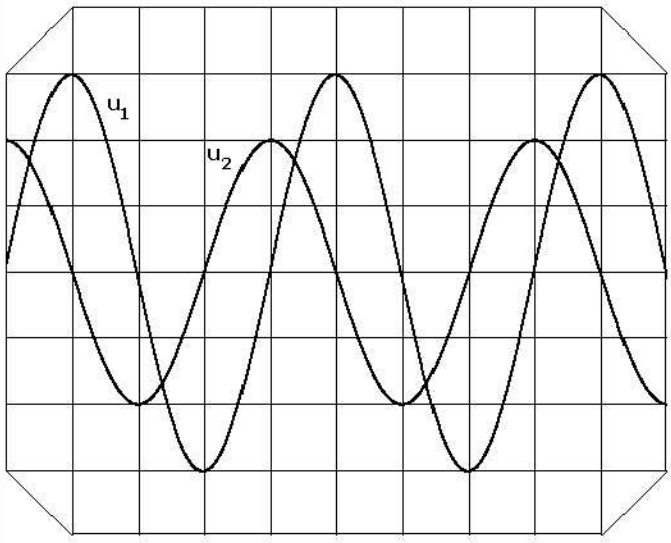
تمرين 5

تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$.



1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D .
فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .
وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على
5.10^{-3}s/div. و الحساسية الرأسية على
1V/div. .



1 ـ 1 حدد مبيانيا :
أ ـ القيمتين القصويتين U_{1m} و U_{2m} للتوترين u_1 و u_2 ,
ب ـ طور u_2 بالنسبة لـ $i(t)$ تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D
علما أن $R=300\Omega$.

2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$, $u_1(t)$, $i(t)$.

الجواب :

1 ـ القيمة القصوية U_{1m}

$$U_{1m} = S_y.y_1$$
$$= 1 \times 3V$$

القيمة القصوية U_{2m}

$$U_{2m} = S_y.y_2$$
$$= 1 \times 2V = 2V$$

Moutamadris.ma

2 ـ الطور u_2 بالنسبة لـ $i(t)$

حسب الشكل يلاحظ أن $u_2(t)$ متقدمة في الطور على $u_1(t)$ بحيث أن $\varphi_{u_2/u_1}=\frac{\pi}{2}$ ولذينا كذلك $u_1(t)=-Ri(t)$ أي أن $\varphi_{u_2/i}=-\varphi_{u_2/u_1}=-\frac{\pi}{2}$ وبالتالي أن طبيعة ثنائي القطب D هو مكثف

3 ـ المقدار الذي يميز ثنائي القطب D :

$$U_2=Z_C I \Rightarrow U_2=\frac{U_1}{RC\omega} \Rightarrow C=\frac{U_1}{U_2 R\omega}=16\mu F$$

4 ـ تعبير الشدة $i(t)$ و $u_1(t)$ و $u_2(t)$

$$u_1(t)=-Ri(t) \Rightarrow i(t)=-\frac{1}{R}u_1(t)$$

بناءا على شكل المنحنى $u_1(t)=U_{1m}\cos\omega t$ بحيث أن $\omega=\frac{2\pi}{T}$ وحسب المنحنى فإن $T=K_x.x$

بحيث أن K_x الحساسية الأفقية أو سرعة الكسح $K_x=5.10^{-3}s/div$ و $x=4div$

أي أن $T=20.10^{-3}s$ وبالتالي $\omega=\frac{2\pi.10^3}{20}=100\pi rad/s$

و $U_{1m}=3V$ وبالتالي فإن $u_1(t)=3\cos 100\pi t$ ومنه $i(t)=-10^{-2}\cos 100\pi t$

بالنسبة لـ $u_2(t)=2\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$

تمرين 6

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t)=40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب D_1 و D_2 :

D_1 موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$.

D_2 وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية R_2 .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي D_1 إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي D_2 تشير إلى $U_2=30V$.

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة Z_2 للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L وR_2 .

4 ـ احسب فرق الطور φ_2 للتوتر بالنسبة للشدة $i(t)$.

5 ـ أحسب فرق الطور φ_1 للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة $i(t)$.

الجواب :

1 ـ الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB :

عند تركيب الفولطمتر بين مربطي ثنائي القطب D_1 وهو موصل أومي مقاومته $R=7\Omega$ لدينا حسب قانون أوم $U_1=R_1 I$ بحيث أن I الشدة الفعالة للتيار $I=\frac{U_1}{R_1}=2A$.

2 ـ حساب الممانعة Z_2 للوشيعة : عندما نركب الفولطمتر بين مربطي الوشيعة تكون العلاقة كالتالي :

$$U_2=Z_2 I \text{ أي أن } Z_2=\frac{U_2}{I}=15\Omega$$

بالنسبة للممانعة Z لثنائي القطب AB . حسب المعطيات التوتر الفعال المطبق بين مربطي ثنائي القطب AB هو $U=40V$ (انطلاقا من المعادلةالزمنية لـ $u(t)$) وحسب قانون أوم

$$U=ZI \Rightarrow Z=\frac{U}{I}=20\Omega$$

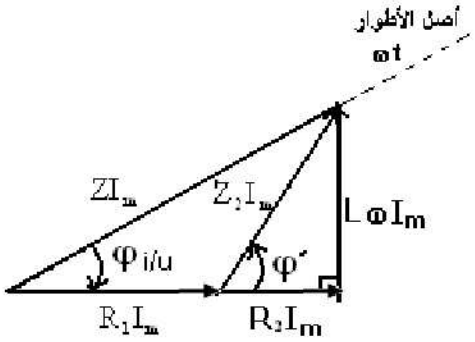
Moutamadris.ma

3 ـ إنشاء فرينل بالنسبة لممانعات الدارة :

المعادلة التفاضلية هي على الشكل التالي

$$ZI_m \cos(100\pi t) = R_1 I_m \cos(100\pi t + \varphi_{i/u}) + Z_2 I_m \cos(100\pi t + \varphi')$$

بالنسبة لإنشاء فرينل نختار أصل الأطوار متطابق مع ZI_m



حساب القيم L و R_2

$$Z^2 = (R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2 \quad (1)$$

$$Z_2^{\ 2} = R_2^{\ 2} + (L\omega)^2 \quad (2)$$

(1)-(2) نحصل على

$$Z^2 - Z_2^{\ 2} = R_1^{\ 2} + 2R_1R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{Z^2 - Z_2^{\ 2} - R_1^{\ 2}}{2R_1}$$

تطبيق عددي : $R_2 = 9\Omega$

ومن المعادلة (2) نحصل على معامل التحريض L :

$$L^2\omega^2 = Z_2^{\ 2} - R_2^{\ 2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_2^{\ 2} - R_2^{\ 2}}$$

تطبيق عددي : L= 0,0382H

4 ـ فرق الطور φ_2 للتوتر u_2 بالنسبة للشدة i(t)

نحسب $\tan\varphi_2 = \frac{L\omega}{R_2}$

تطبيق عددي $\varphi_2 = 0,93rad$

5 ـ فرق الطور $\varphi_1 = \varphi_{u/i}$ حسب تمثيل فرينل

$$\tan\varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1 + R_2} = 0,75 \Rightarrow \varphi_1 = 0,64rad$$

Moutamadris.ma