تمارين : مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات

تمرين 1

1- حدد مضاعفات العدد14 الأصغر من 200
2- حدد قواسم العدد 1470
3- حدد المضاعفات المشتركة للعددين a و b في الحالات التالية:
أ- $a=37$ و $b=79$ ب- $a=65$ و $b=42$ ج- $a=70$ و $b=14$ د- $a=46$ و $b=76$
4- حدد القواسم للمشتركة للعددين a و b في الحالات التالية:
أ- $a=54$ و $b=42$ ب- $a=336$ و $b=80$ ج- $a=72$ و $b=35$ د- $a=83$ و $b=67$

تمرين 2

1- هل الأعداد التالية أولية 49 ، 239 ، 407 ، 387 ، 1559 ، 8367
2- فكك الأعداد التالية إلى جداء عوامل أولية 675 ، 1650 ، 5292 ، 6250

تمرين 3

1- حدد المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b في الحالات التالية:
أ- $a=27$ و $b=42$ ب- $a=19$ و $b=37$ ج- $a=72$ و $b=35$
2- حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b في الحالات التالية:
أ- $a=81$ و $b=126$ ب- $a=19$ و $b=37$ ج- $a=72$ و $b=35$

تمرين 4

في الحالات التالية حدد الأرقام a, b, c علما أن:
1- العدد 23a4 يقبل القسمة على 3
2- العدد 23a4 يقبل القسمة على 3 و لا يقبل القسمة على 9
3- العدد 23b5c يقبل القسمة على 3 و على 5

تمرين5

ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $PGCD(m;n)=24$ و $n\le m$
1- ما هي العوامل الاولية المشتركة للعددين n و m
2- إذا علمت أن $m.n=3456$ فاحسب $PPCM(m;n)$ ثم استنتج n و m

تمرين 6

نعتبر العدد $a=2^3\times 3^2\times 7$
1- تأكد أن العدد a يقبل 24 قاسم
2- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي k حيث ka مربع كامل (أي مربع عدد صحيح طبيعي)
3- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي m حيث ma مكعب لعدد صحيح طبيعي

تمرين 7

1- بين أن مجموع خمسة أعداد صحيحة طبيعية متتالية هو عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على5
2- ليكن a عدد صحيح طبيعي
بين أن $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ مربع كامل

تمرين 8

1- أنشر $(n+1)^2-n^2$
2- استنتج أن كل عدد فردي يكتب على شكل فرق مربع عددين صحيحين طبيعيين متتاليين.
3- طبق الاستنتاج السابق على الأعداد 17 ، 45 ، 101

Moutamadris.ma

تمرين 9

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا

أدرس زوجية كل من $n(n+1)$ و $n+(n+1)+(n+2)$ و $4n^2+4n+1$ و $3n^2+n$

تمرين 10

ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $m \succ n$

1- بين أن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية

2- حل المعادلة $m^2-n^2=196$

تمرين 11

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا

1- تأكد n^2-1 مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية $n=1$; $n=3$; $n=5$; $n=7$

2- بين أن n^2-1 مضاعف للعدد 8 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

تمرين 12

ليكن n و m و k أعداد صحيحة طبيعية

بين أنه إذا كان $3n+2m$ و $7n+5m$ مضاعفين للعدد k فان n و m مضاعفين للعدد k.

تمرين 13

1- أنشر $\left(10^6-1\right)^3$

2 – استنتج باقي القسمة للعدد 999999^3 على 5

تمرين 14

1- حل المعادلة $(x+1)(y+6)=35$ $\quad (x;y)\in\mathbb{N}^2$

2- حدد x و y من $\mathbb{N}$ حيث $x+y=504$ و $PGCD(x;y)=24$

3- حدد الأرقام x و y بحيث العدد الصحيح الطبيعي $11x1y$ قابل للقسمة على28

تمرين 15

ليكن n و k من $\mathbb{N}$

1- تأكد إذا كانت $n=5k+1$ أو $n=5k+4$ فان n^2-1 يقبل القسمة على 5

تأكد إذا كانت $n=5k+2$ أو $n=5k+3$ فان n^2+1 يقبل القسمة على 5

2- بين أنه مهما كان n من $\mathbb{N}$ فان العدد $n\left(n^4-1\right)$ يقبل القسمة على 5

Moutamadris.ma

حلول

تمرين 1

1- مضاعفات العدد14 الأصغر من 200 هي 0 ، 14 ، 28 ، 42 ، 56 ، 70 ، 84 ، 98 ، 112 ، 126 ، 140 ، 154 ، 168 ، 182 ، 196.

2- قواسم العدد1470 هي 1 ، 2 ، 3 ، 5 ،6 ، 7 ، 10 ، 14 ، 15 ، 21 ، 30 ، 35 ، 42 ، 49 ، 70 ، 98 ، 105 ، 147 ، 210 ، 245 ، 294 ، 490 ، 735 ، 1470.

3- أ- المضاعفات المشتركة للعددين $a = 37$ و $b = 79$ هي مضاعفات العدد 79×37

ب- $a = 65 = 5 \times 13$ و $b = 42 = 2 \times 3 \times 7$

المضاعفات المشتركة للعددين 65 و 42 هي مضاعفات 42×65

ج- $a = 70 = 2 \times 5 \times 7$ و $b = 14 = 2 \times 7$ هي مضاعفات 5×14

د- $a = 46 = 2 \times 23$ و $b = 76 = 2^2 \times 19$ هي مضعفات العدد $2^2 \times 19 \times 23$

4- أ- $a = 54 = 2 \times 3^2$ و $b = 42 = 2 \times 3 \times 7$

القواسم المشتركة للعددين 54 و 42 هي 1 ، 2 ، 3 ، 6

ب- $a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7$ و $b = 80 = 2^4 \times 5$

القواسم المشتركة للعددين 336 و 80 هي 1 ، 2 ، 4 ، 8 ، 16

ج- $a = 72 = 2^3 \times 3^2$ و $b = 35 = 5 \times 7$

القاسم المشترك الوحيد للعددين72 و 35 هو 1

د- $a = 83$ و $b = 67$ عددان أوليان

القاسم المشترك الوحيد للعددين83 و 67 هو 1

تمرين 2

1- 49 عدد غير أولي لانه يقبل القسمة على 7

لدينا الاعداد الاولية 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13، 17 لا تقسم العدد 239 و $17^2 \prec 239 \prec 23^2$

إذن العدد 239 أولي

....

....

2- التفكيك إلى جداء عوامل أولية

$675 = 3^3 \times 5^2$ ، $1650 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 11$ ، $5292 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$ ، $6250 = 2 \times 5^5$

تمرين 3

1- أ- $a = 27 = 3^3$ و $b = 42 = 2 \times 3 \times 7$

المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو $2 \times 3^3 \times 7 = 378$

ب- $a = 19$ و $b = 37$

المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو $19 \times 37 = 676$

ج- $a = 72 = 2^3 \times 9^2$ و $b = 35 = 5 \times 7$

المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو $35 \times 72 = 2520$

2- أ- $a = 81 = 3^4$ و $b = 126 = 2 \times 3^2 \times 7$

القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو $3^2 = 9$

ب- $a = 19$ و $b = 37$

القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو 1

ج- $a = 72 = 2^3 \times 3^2$ و $b = 35 = 7 \times 5$

Moutamadris.ma

القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو 1

تمرين 4

نحدد الأرقام a, b, c

1- العدد 23a4 يقبل القسمة على 3 يعني أن $0 \le a \le 9$ و $a+9$ يقبل القسمة على3

ومنه $a=0$ أو $a=3$ أو $a=6$ أو $a=9$

2- العدد 23a4 يقبل القسمة على 3 و لا يقبل القسمة على 9 يعني أن $0 \le a \le 9$ و $a+9$ يقبل القسمة على3 و لا يقبل القسمة على 9 ومنه $a=3$ أو $a=6$

3- العدد 23b5c يقبل القسمة على 3 و على 5 يعني $0 \le b \le 9$ و $c \in \{0;5\}$ و $10+b+c$ تقبل القسمة على 3

- إذا كان $c=0$ فان

$0 \le b \le 9$ و $10+b+c$ تقبل القسمة على 3 تعني $b=2$ أو $b=5$ أو $b=8$

- إذا كان $c=5$ فان

$0 \le b \le 9$ و $10+b+c$ تقبل القسمة على 3 تعني $b=0$ أو $b=3$ أو $b=6$ أو $b=9$

تمرين5

ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $PGCD(m;n)=24$ و $n \le m$

1- $PGCD(m;n)=24=2^3 \times 3$

العوامل الأولية المشتركة للعددين n و m هي 2 و 3

2- لدينا $m.n=3456$

$m.n=PGCD(m;n)\times PPCM(m;n)$ و $PGCD(m;n)=24$

ومنه $PPCM(m;n)=\dfrac{3456}{24}=144=2^4 \times 3^2$

وحيث أن $n \le m$ فان

$(m=2^3\times3\times3=72$ و $n=2^3\times3\times2=48)$ أو $(m=2^3\times3\times3\times2=144$ و $n=2^3\times3=24)$

تمرين 6

$a=2^3 \times 3^2 \times 7$

1- نتأكد أن العدد a يقبل 24 قاسم

$a=2^3 \times 3^2 \times 7=24\times(3\times7)$ إذن العدد a يقبل 24 قاسم

2- نحدد أصغر عدد صحيح طبيعي k حيث ka مربع كامل (أي مربع عدد صحيح طبيعي)

لدينا $a=2^3 \times 3^2 \times 7$ ومنه $2\times7\times a=2^4 \times 3^2 \times 7^2=\left(2^2\times3\times7\right)^2$ و منه $k=14$

3- نحدد أصغر عدد صحيح طبيعي m حيث ma مكعب لعدد صحيح طبيعي

لدينا $a=2^3 \times 3^2 \times 7$ ومنه $3\times7^2\times a=2^3 \times 3^3 \times 7^3=(2\times3\times7)^3$ و منه $k=147$

تمرين 7

1- نبين أن مجموع خمسة أعداد صحيحة طبيعية متتالية هو عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على5

ليكن a عدد صحيح طبيعي

$$a+(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)=5a+10=5(a+2)$$

وحيث أن $(a+2)\in\mathbb{N}$ فان $a+(a+1)+(a+2)+(a+3)+(a+4)$ يقبل القسمة على5

Moutamadris.ma

2- ليكن a عدد صحيح طبيعي

نبين أن $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ مربع كامل

$$a(a+1)(a+2)(a+3)+1=\left(a^2+a\right)\left(a^2+5a+6\right)+1$$
$$=a^4+6a^3+11a^2+6a+1$$
$$=a^4+6a^3+2a^2+9a^2+6a+1$$
$$=a^4+2a^2(3a+1)+(3a+1)^2$$
$$=\left(a^2+3a+1\right)^2$$

إذن $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ مربع كامل

تمرين 8

1- ننشر $(n+1)^2-n^2$

$$(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$$

2- نستنتج أن كل عدد فردي يكتب على شكل فرق مربع عددين صحيحين طبيعيين متتاليين.

لدينا $(n+1)^2-n^2=2n+1$ مهما كانت n من $\mathbb{N}$

إذن كل عدد فردي يكتب على شكل فرق مربع عددين صحيحين طبيعيين متتاليين

3- طبق الاستنتاج السابق على الأعداد 17 ، 45 ، 101

$$101=2\times50+1=51^2-50^2 \quad ; \quad 45=2\times22+1=23^2-22^2 \quad ; \quad 17=2\times8+1=9^2-8^2$$

تمرين 9

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا

ندرس زوجية كل من $n(n+1)$ و $n+(n+1)+(n+2)$ و $4n^2+4n+1$ و $3n^2+n$

1- * n و $n+1$ عددان صحيحان طبيعيان متتاليان ومنه أحدهما زوجي و الآخر فردي و التالي جداؤهما زوجي إذن $n(n+1)$ زوجي

* لدينا $n+(n+1)+(n+2)=3(n+1)$ و التالي زوجية $n+(n+1)+(n+2)$ هي زوجية $n+1$

إذا كان n زوجيا فان $n+(n+1)+(n+2)$ فرديا

إذا كان n فرديا فان $n+(n+1)+(n+2)$ زوجيا

* لدينا $4n^2+4n+1=2\left(2n^2+2n\right)+1$ و حيث أن $\left(2n^2+2n\right)\in\mathbb{N}$ فان $4n^2+4n+1$ زوجي

* لدينا $3n^2+n=n(n+3)$

n و $n+3$ ليس لهما نفس الزوجية أي احدهما فردي و الآخر زوجي أي اذا كان n زوجي فان $n+3$ فردي و العكس صحيح

ومنه $n(n+3)$ عدد زوجي إذن $3n^2+n$ زوجي

تمرين 10

ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $m\succ n$

1- نبين أن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية

العدد $(m-n)$ يمكن أن يكون زوجيا أو فرديا

* إذا كان $(m-n)$ زوجيا فانه يوجد k من $\mathbb{N}$ حيث $m-n=2k$ بإضافة $2n$ لطرفي المتفاوتة نحصل على $m+n=2k+2n=2(k+n)$ وحيث أن $k+n\in\mathbb{N}$ فان $m+n$ زوجي

* إذا كان $(m-n)$ فرديا فانه يوجد k من $\mathbb{N}$ حيث $m-n=2k+1$ بإضافة $2n$ لطرفي المتفاوتة نحصل على $m+n=2k+2n+1=2(k+n)+1$ وحيث أن $k+n\in\mathbb{N}$ فان $m+n$ فرديا

Moutamadris.ma

إذن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية

2- نحل المعادلة $m^2-n^2=196$

$m^2-n^2=196$ تكافئ $(m-n)(m+n)=2^2\times 7^2$

و حيث 196 زوجي فان $m+n$ و $m-n$ زوجيان

ومنه $\begin{cases} m-n=2 \\ m+n=98 \end{cases}$ أو $\begin{cases} m-n=14 \\ m+n=14 \end{cases}$

إذن $\begin{cases} m=50 \\ n=48 \end{cases}$ أو $\begin{cases} m=14 \\ n=0 \end{cases}$

تمرين 11

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا

1- تأكد n^2-1 مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية $n=1$; $n=3$; $n=5$; $n=7$

....

2- بين أن n^2-1 مضاعف للعدد 8 كيفما كان العدد الصحيح الطبيعي الفردي n

ليكن n عدد صحيح طبيعي فردي أي يوجد k من $\mathbb{N}$ حيث $n=2k+1$

لدينا $n^2-1=(n-1)(n+1)$ ومنه $n^2-1=4k(k+1)$

وحيث أن $k(k+1)$ عدد زوجي (لأنه جداء عددين متتاليين)

فانه يوجد k' من $\mathbb{N}$ حيث $k(k+1)=2k'$ و بالتالي $n^2-1=8k'$

إذن n^2-1 مضاعف للعدد8

تمرين 12

ليكن n و m و k أعداد صحيحة طبيعية

نبين أنه إذا كان $3n+2m$ و $7n+5m$ مضاعفين للعدد k فان n و m مضاعفين للعدد k.

$3n+2m$ و $7n+5m$ مضاعفين للعدد k ومنه يوجد عددين صحيحين طبيعيين a و b حيث

$3n+2m=ak$ و $7n+5m=bk$ ومنه $\begin{matrix} 7\times \\ 3\times \end{matrix}\begin{cases} 3n+2m=ak \\ 7n+5m=bk \end{cases}$ و $\begin{matrix} 5\times \\ 2\times \end{matrix}\begin{cases} 3n+2m=ak \\ 7n+5m=bk \end{cases}$

أي $\begin{cases} 21n+14m=7ak \\ 21n+15m=3bk \end{cases}$ و

ومنه $(21n+15m)-(21n+14m)=3bk-7ak$ و $(15n+10m)-(14n+10m)=5ak-2bk$

و بالتالي $m=(3b-7a)k$ و $n=(5a-2b)k$

إذن n و m مضاعفين للعدد k.

تمرين 13

1- ننشر $\left(10^6-1\right)^3$

$$\left(10^6-1\right)^3=10^{18}-3\times 10^{12}+3\times 10^6-1$$

2 – نستنتج باقي القسمة للعدد 999999^3 على 5

$$999999^3=\left(10^6-1\right)^3=10^{18}-3\times 10^{12}+3\times 10^6-1$$
$$=10^{18}-3\times 10^{12}+3\times 10^6-5+4$$
$$=5\left(2\times 10^{17}-3\times 5\times 10^{11}+3\times 2\times 10^5-1\right)+4$$

Moutamadris.ma

وحيث أن $\left(2\times10^{17}-3\times5\times10^{11}+3\times2\times10^{5}-1\right)\in\mathbb{N}$ فان باقي القسمة للعدد 999999^3 على 5 هو 4

تمرين 14

1- نحل المعادلة $(x+1)(y+6)=35$ $\quad (x;y)\in\mathbb{N}^2$

ليكن $(x;y)\in\mathbb{N}^2$

$(x+1)(y+6)=35$ ومنه $x+1$ و $y+6$ يقسمان العدد 35 و $1\le x+1\le 35$ $6\le y+6\le 35$

أي $x+1$ و $y+6$ يقسمان العدد 35 و $0\le x\le 34$ و $0\le y\le 29$

و حيث أن قواسم 35 هم 1 و 5 و 7 و 35 فان

$\begin{cases}x+1=1\\y+6=35\end{cases}$ أو $\begin{cases}x+1=5\\y+6=7\end{cases}$ إذن $\begin{cases}x=0\\y=29\end{cases}$ أو $\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}$

2- نحدد x و y من $\mathbb{N}$ حيث $x+y=504$ و $PGCD(x;y)=24$

لدينا $PGCD(x;y)=24$ و منه يوجد عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمين a و b حيث $x=24a$

و $y=24b$ حيث $PGCD(a;b)=1$

و حيث أن $x+y=504$ فان $24a+24b=504$ و منه $a+b=21$

و بالتالي $\begin{cases}a=1\\b=20\end{cases}$ أو $\begin{cases}a=2\\b=19\end{cases}$ أو $\begin{cases}a=4\\b=17\end{cases}$ أو $\begin{cases}a=5\\b=16\end{cases}$ أو $\begin{cases}a=8\\b=13\end{cases}$ أو $\begin{cases}a=10\\b=11\end{cases}$

و نحصل على نتائج الأخرى بإعطاء قيم a للعدد b و العكس لان a و b يلعبان دوران متامثلان .

و بالتعويض في $x=24a$ و $y=24b$ نحصل على نتائج..............

3- نحدد الأرقام x و y بحيث العدد الصحيح الطبيعي $11x1y$ قابل للقسمة على28

العدد $11x1y$ قابل للقسمة على28 ومنه $11x1y$ قابل للقسمة على4 و 7

ومنه $1y$ قابل للقسمة على 4 و بالتالي $y=2$ أو $y=6$

* إذا كان $y=2$ فان $11x12=11012+x\times10^2=7\times1573+1+x\times10^2$

وحيث $11x12$ قابل للقسمة على 7 فان $x\times10^2+1=\overline{x01}$ يقبل القسمة على 7

ومنه $x=3$

* إذا كان $y=6$ فان $11x62=11016+x\times10^2=7\times1573+5+x\times10^2$

وحيث $11x16$ قابل للقسمة على 7 فان $x\times10^2+5=\overline{x05}$ يقبل القسمة على 7

ومنه $x=8$ أو $x=3$

إذن $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$ أو $\begin{cases}x=3\\y=6\end{cases}$ أو $\begin{cases}x=8\\y=6\end{cases}$

تمرين 15

ليكن n و k من $\mathbb{N}$

1- نتأكد إذا كانت $n=5k+1$ أو $n=5k+4$ فان n^2-1 يقبل القسمة على 5

اذا كان $n=5k+1$ فان $n^2-1=25k^2+10k=5\left(5k^2+2k\right)$

ومنه n^2-1 يقبل القسمة على 5

اذا كان $n=5k+4$ $n^2-1=25k^2+40k+15=5\left(5k^2+40k+3\right)$

و منه n^2-1 يقبل القسمة على 5

Moutamadris.ma

نتأكد إذا كانت $n=5k+2$ أو $n=5k+3$ فان n^2+1 يقبل القسمة على 5
بنفس الطريقة.....................................

2- نبين أنه مهما كان n من $\mathbb{N}$ فان العدد $n\left(n^4-1\right)$ يقبل القسمة على 5

* إذا كانت n لا تقبل القسمة 5 فان $n=5k+1$ أو $n=5k+2$ أو $n=5k+3$ أو $n=5k+4$

ومنه n^2-1 يقبل القسمة على 5 أو n^2+1 يقبل القسمة على 5

و بالتالي $n^4-1=\left(n^2-1\right)\left(n^2+1\right)$ يقبل القسمة على 5

إذن $n\left(n^4-1\right)$ يقبل القسمة على 5

* إذا كانت n تقبل القسمة 5 فان $n\left(n^4-1\right)$ يقبل القسمة على 5

إذن $n\left(n^4-1\right)$ يقبل القسمة على 5 مهما كانت n من $\mathbb{N}$

Moutamadris.ma

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

1 - حدد لائحة قواسم العددين 42 و70

2 - استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 42 و70.

الجواب :

1 - قواسم العدد 42 هي :

$D_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

قواسم العدد 70 هي :

$D_{70} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$

2 -من خلال ما سبق فإن أكبر قاسم مشترك لـ 42 و70 هو 14.

إذن $PGCD(42, 70) = 14$

تمرين 2 :

1 - حدد لائحة قواسم العددين 28 و75

2 - استنتج $PGCD(28, 75)$

3 - ماذا تستنتج بالنسبة لـ 28 و75.

الجواب :

1 - قواسم العدد 28 هي :

$D_{28} = \{1, 2, 4, 14, 28\}$

قواسم العدد 75 هي :

$D_{75} = \{1, 3, 15, 25, 75\}$

2 - من خلال السؤال 1 فإن :

$PGCD(28, 75) = 1$

3 - بما أن $PGCD(28, 75) = 1$ فإن 28 و75 أوليان فيما بينهما.

تمرين 3 :

فكك الأعداد التالية إلى جداء عوامل أولية :

735 - 1449 - 2225 - 86625 - 11730

الجواب :

تفكيك العدد 11730

$$\begin{array}{r|l} 11730 & 2 \\ 5865 & 5 \\ 1173 & 3 \\ 391 & 17 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array}$$

ومنه فإن $11730 = 2 . 5 . 3 . 17 . 23$

تفكيك العدد 86625

$$\begin{array}{r|l} 86625 & 5 \\ 17325 & 5 \\ 3465 & 5 \\ 693 & 3 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

كراستي خطوة... نحو نجاحي !
Moutamadris.ma

وبالتالي $86625 = 3^2 . 5^3 . 7 . 11$

تفكيك العدد 2225

2225	5
445	5
89	89
1	

وبالتالي $2225 = 5^2 . 89$ (العدد 89 عدد أولي)

تفكيك العدد 1449

1449	3^2
161	7
23	23
1	

وبالتالي $1449 = 3^2 . 7 . 23$

تفكيك العدد 735

735	5
147	7
21	7
3	3
1	

وبالتالي $735 = 5 . 7^2 . 3$

تمرين 4 :

حدد المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b في كل حالة :

(1 $a = 12$; $b = 8$

(2 $a = 3$; $b = 4$

(3 $a = 5$; $b = 20$

الجواب :

1) مضاعفات العدد 12 هي :

$M_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, ...\}$

مضاعفات العدد 8 هي :

$M_8 = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, ...\}$

إذن $ppmc(12, 8) = 24$

2) مضاعفات العدد 9 هي :

$M_9 = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, ...\}$

مضاعفات العدد 4 هي :

$M_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36......\}$

إذن $ppmc(9, 4) = 36$

3) مضاعفات العدد 5 هي :

$M_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, ...\}$

مضاعفات العدد 20 هي :

$M_{20} = \{20, 40, 60, 80, ...\}$

ومنه $ppmc(5, 20) = 20$

تمرين 5 :

1 - بين أن $n^2 + n$ عدد زوجي لكل $n \in \mathbb{N}$

2 - بين أنه إذا كان n زوجي فإن n^2 عدد زوجي حيث $n \in \mathbb{N}$

الجواب :

1 - ليكن $n \in \mathbb{N}$ لدينا

$n^2 + n = n(n+1)$

إذا كان n زوجي فإن $n = 2k$ فإن $k \in \mathbb{N}$

إذن $n^2 + n = 2k(2k+1)$

$= 2p$

حيث $p = k(2k+1)$

ومنه $n^2 + n$ زوجي .

إذا كان n فردي فإن $n = 2k + 1$

فإن $k \in \mathbb{N}$

إذن $n^2 + n = (2k+1)(2k+1+1)$

$= (2k+1)(2k+2)$

$= 2(2k+1)(k+1)$

$= 2p'$

حيث $p' = (2k+1)(k+1)$

ومنه $n^2 + n$ عدد زوجي .

إذن في الحالتين فإن $n^2 + n$ عدد زوجي .

2 - ليكن $n \in \mathbb{N}$ بحيث n عدد زوجي إذن

$n = 2p$ حيث $p \in \mathbb{N}$

ومنه $n^2 = 4p^2 = 2(2p^2)$

$= 2k$ حيث $k = 2p^2$

وبالتالي n^2 عدد زوجي .

تمرين 6 :

ليكن n عدد صحيح طبيعي

بين أنه إذا كان n^2 زوجي فإن n عدد زوجي

الجواب :

ليكن n عدد صحيح طبيعي بحيث n^2 زوجي

نفترض أن n فردي إذن $n = 2k + 1$

حيث $k \in \mathbb{N}$

ومنه $n^2 = (2k+1)^2$

$= 4k^2 + 4k + 1$

$= 2(2k^2 + 2k) + 1$

إذن $n^2 = 2p + 1$

حيث $p = 2k^2 + 2k$

وبالتالي n^2 عدد فردي وهذا يناقض كون n^2 زوجي .

إذن الإفتراض الأول خاطئ ومنه n عدد زوجي.

تمرين 7 :

ليكن $a = 27$ و $b = 24$

1 - حدد القاسم المشترك الأكبر لـــ a و b والمضاعف المشترك الأصغرلـــ a و b

2 - تحقق أن

$PGCD(a, b) \times ppmc(a, b) = ab$

الجواب :

1 -a- قواسم 27 هي : 1 ; 3 ; 9 ; 27

كراستي
خطوة... نحو النجاح !
Moutamadris.ma

قواسم 24 هي :

$24 ; 12 ; 8 ; 6 ; 4 ; 3 ; 2 ; 1$

إذن $PGCD(24 , 27) = 3$

لدينا $27 = 3^3$ و $24 = 3 . 2^3$

إذن المضاعف المشترك الأصغر لـ 27 و 24

هو : $m = 3^3 . 2^3 = 216$

ومنه $ppmc(27 , 24) = 216$

2 - لدينا :

$PGCD(a , b) \times ppmc(a , b) = 216 . 3$

$= 648$

$ab = 27 . 24 = 648$

وبالتالي :

$PGCD(a , b) \times ppmc(a , b) = ab$

تمرين 8 :

a و b عددان صحيحان طبيعيان أوليان فيما بينهما .

1 - بين أن :

$(a + b) \wedge b = 1$

$(a + b) \wedge b = 1$ (نقبل أن $a^2 \wedge b^2 = 1$)

2 - a - بين أن : $(n + 1) \wedge (n + 2) = 1$

ثم استنتج أن $\frac{2n + 3}{n^2 + 3n + 2}$ كسر غير قابل للاختزال.

b - تطبيق :

بين أن $\frac{39}{380}$ كسر غير قابل للاختزال.

الجواب :

1 - لدينا $a \wedge b = 1$

ليكن d القاسم المشترك الأكبر لـ b و $a + b$

إذن d يقسم b و $a + b$

ومنه d يقسم $a + b - b$ أي a

إذن d يقسم a و b

إذن d يقسم $a \wedge b = 1$

ومنه $d = 1$ وبالتالي : $(a + b) \wedge b = 1$

لدينا $a \wedge b = 1$

ليكن d القاسم المشترك الأكبر لـ $a + b$ و ab.

إذن d يقسم ab ويقسم $a + b$

ومنه d يقسم ab ويقسم $a(a + b)$

إذن d يقسم $a(a + b) - ab$

أي d يقسم a^2 .

كذلك d يقسم ab و $b(a + b)$

ومنه d يقسم $b(a + b) - ab$

أي d يقسم b^2

إذن d يقسم a^2 و b^2

ومنه d يقسم $a^2 \wedge b^2 = 1$ وبالتالي $d = 1$

ومنه $(a + b) \wedge ab = 1$

كراستي خطوة نحو النجاح
Moutamadris.ma

2 - a - نضع $(n+1)\wedge(n+2)=d$

إذن d يقسم $n+1$ و d يقسم $n+2$

ومنه d يقسم $(n+2)-(n+1)=1$

ومنه $d=1$ وبالتالي:

$$(n+2)\wedge(n+1)=1$$

نضع $a=n+1$ و $b=n+2$

لدينا $a\wedge b=1$

إذن $(a+b)\wedge ab=1$

أي $(2n+3)\wedge(n^2+3n+2)=1$

لأن $a+b=2n+3$

و $ab=n^2+3n+2$

ومنه $\dfrac{2n+3}{n^2+3n+2}$ كسر غير قابل للاختزال.

-b- لنحدد n بحيث $2n+3=39$

إذن $n=18$

لدينا $2n+3=39$

$$n^2+3n+2=380$$

وبما أن $\dfrac{2n+3}{n^2+3n+2}$ غير قابل للاختزال

فإن $\dfrac{39}{380}$ غير قابل للاختزال

تمرين 9 :

حدد المضاعف المشترك الأصغر لـ a و b في كل حالة :

1) $a=12$; $b=8$

2) $a=9$; $b=4$

3) $a=5$; $b=20$

الجواب :

1) لدينا $a=12=3.2^2$

$b=8=2^3$

إذن المضاعف المشترك الأصغر هو :

$$a\vee b=3^2.2^2=24$$

2) لدينا $a=9=3^2$

$b=4=2^2$

إذن المضاعف المشترك الأصغر لـ 9 و 4

هو : $a\vee b=3^2.2^2=36$

وبالتالي : $a\vee b=36$

3) لدينا 5 تقسم 20 إذن المضاعف المشترك الأصغر لـ 5 و 20 هو :

$$20\vee 5=20$$

تمرين 10 :

حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y في الحالات التالية وذلك باستعمال خوارزمية أقليدية

(طريقة القسمات المتتالية) :

1 - $x=837$; $y=1085$

2 - $x=5128$; $y=9615$

3 - $x=1789$; $y=1515$

الجواب :

1 - لنحدد $1085 \wedge 837$

المرحلة	x	y	الباقي
1	837	1085	248
2	248	837	93
3	93	248	62
4	62	93	31
5	31	62	0

$$1085 = 837 \times 1 + 248$$

$$837 = 248 \times 3 + 93$$

$$248 = 93 \times 2 + 62$$

$$93 = 62 \times 1 + 31$$

$$62 = 31 \times 2 + 0$$

وبالتالي $1085 \wedge 837 = 31$

2 - لنحدد $9615 \wedge 5128$

المرحلة	x	y	الباقي
1	5128	9615	4487
2	4487	5128	641
3	641	4487	0

$$9615 = 5128 \times 1 + 4487$$

$$5128 = 4487 \times 1 + 641$$

$$4487 = 641 \times 7 + 0$$

وبالتالي $9615 \wedge 5128 = 641$

3 - لنحدد $1789 \wedge 1515$

المرحلة	x	y	الباقي
1	1515	1789	274
2	274	1515	145
3	145	274	129
4	129	145	16
5	16	129	1
6	1	16	0

$$1789 = 1515 \times 1 + 274$$

$$1515 = 274 \times 5 + 145$$

$$274 = 145 \times 1 + 129$$

$$145 = 129 \times 1 + 16$$

$$129 = 16 \times 8 + 1$$

$$16 = 16 \times 1 + 0$$

وبالتالي $1789 \wedge 1515 = 1$

تمرين 11 :

1 - حدد $d = PGCD(102 , 119)$

2 - تحقق من أن $\frac{119}{d}$ و $\frac{102}{d}$ أوليين فيما بينهما.

الجواب :

1- لدينا $199 = 102 \times 1 + 17$

$$102 = 17 \times 6 + 0$$

إذن حسب خوارزمية أقليدية فإن :

$$PGCD(102 , 119) = 17$$

2 - لدينا $\frac{119}{17} = 7$ و $\frac{102}{17} = 6$

6 و 7 متتابعان إذن $7 \wedge 6 = 1$

ومنه $\frac{119}{d} \wedge \frac{102}{d} = 1$

أي $\frac{119}{d}$ و $\frac{102}{d}$ أوليان فيما بينهما .

تمرين 12 :

أجعل النسبة غير قابلة للأختزال في الحالات التالية :

أ - $\frac{3172}{915}$

ب - $\frac{2332}{47223}$

ج - $\frac{30227}{36019}$

الجواب :

أ - لنحدد القاسم المشترك الأكبر لـ 3172 و 915

$$3172 = 3\times 915 + 427$$

$$915 = 2 \times 427 + 61$$

$$427 = 7 \times 61 + 0$$

ومنه $915 \wedge 3172 = 61$

إذن $\frac{3172}{915} = \frac{61 \times 52}{61 \times 15}$

إذن $\frac{3172}{915} = \frac{52}{15}$

ب - لنحدد القاسم المشترك الأكبر لـ 2332 و 47223

$$47223 = 2332 \times 20 + 583$$

$$2332 = 583 \times 4 + 0$$

ومنه $47223 \wedge 2332 = 583$

إذن $\frac{3172}{915} = \frac{583 \times 4}{583 \times 81}$

ومنه $\frac{2332}{47223} = \frac{4}{81}$

ب - لنحدد القاسم المشترك الأكبر لـ : 36019 و 30227

$$36019 = 30227 \times 1 + 5792$$

$$30227 = 5792 \times 5 + 1267$$

$$5792 = 1267 \times 4 + 724$$

$$1267 = 724 \times 1 + 543$$

$$724 = 543 \times 1 + 181$$

$$543 = 181 \times 3 + 0$$

ومنه $30227 \wedge 36019 = 181$

إذن $\frac{30227}{36019} = \frac{167 \times 181}{199 \times 181}$

ومنه $\frac{30227}{36019} = \frac{167}{199}$

تمرين 13 :

حدد عددين صحيحين طبيعيين x و y بحيث:

$$xy = 3x + 2y$$

الجواب :

يعني $xy = 3x + 2y$ $xy - 3x = 2y$

يعني $x(y - 3) = 2y - 6 + 6$

يعني $x(y - 3) = 2(y - 3) + 6$

يعني $x(y - 3) - 2(y - 3) = 6$

يعني $(y - 3)(x - 2) = 6$

يعني $(y - 3)(x - 2) = 2 \times 3 = 1 \times 6$

يعني $x - 2 = 2$ و $y - 3 = 3$

أو $x - 2 = 6$ و $y - 3 = 1$

يعني $x = 4$ و $y = 6$

أو $x = 8$ و $y = 4$

إذن $S = \{(4, 6) ; (8, 4)\}$

تمرين 14 :

ليكن n عدد صحيح طبيعي .

نضع $F = \frac{n+9}{n-6}$

1 - حدد في كل حالة الشكل المختزل لـ F

$n = 9$; $n = 25$; $n = 46$

2 - بين أن $F = 1 + \frac{15}{n-6}$

3 - حدد جميع قيم n التي من أجلها يكون F عدد صحيح طبيعي .

الجواب :

1 - إذا كان $n = 9$ فإن :

$$F = \frac{9+9}{9-6} = \frac{18}{3} = 6$$

إذا كان $n = 25$ فإن :

$$F = \frac{25+9}{25-6} = \frac{34}{19}$$

وهذا هو الشكل المختزل لـ F لأن 34 و19 أوليان فيما بينهما.

إذا كان $n = 46$ فإن :

$$F = \frac{46+9}{46-6} = \frac{55}{40} = \frac{11}{8}$$

وهذا الشكل المختزل لـ F.

2 - لدينا

$$F = \frac{n+9}{n-6} = \frac{n-6+15}{n-6} = 1 + \frac{15}{n-6}$$

وبالتالي $F = 1 + \frac{15}{n-6}$

3 - لدينا $F = 1 + \frac{15}{n-6}$

$F \in \mathbb{N}$ تكافئ $1 + \frac{15}{n-6} \in \mathbb{N}$

تكافئ $\frac{15}{n-6} \in \mathbb{N}$

يعني $n - 6$ تقسم 15

يعني

$n - 6 = 1$ أو $n - 6 = 3$ أو $n - 6 = 5$ أو $n - 6 = 15$

يعني

$n = 7$ أو $n = 9$ أو $n = 11$ أو $n = 21$

إذن $F \in \mathbb{N}$ إذا وفقط إذا كان :

$n = 7$ أو $n = 9$ أو $n = 11$ أو $n = 21$

كراستي
Moutamadris.ma

إنجاز الاستاذ : محسن الشرفي	تمارين : الحسابيات مستوى جذع مشترك علوم

تمرين رقم 1 :

1) بين أن العدد 26820 قابل للقسمة على 2 و 3 و 4 و 5 و 9 .

2) حدد قيمة n لكي يكون العدد $n15n$ مضاعفا للأعداد 2 و 4 و 3 و 9 بحيث $0 \le n \le 9$.

3) بين أن العدد $36\times5\times7+27$ مضاعف للعدد 9 .

4) بين أن العدد $2\times9\times7+3$ عدد فردي .

الحل :

1) ** رقم وحدات العدد 26820 هو 0 إذن العدد 26820 قابل للقسمة على 2 و 5 .

** مجموع أرقام العدد 26820 هو $2+6+8+2+0=18$ من مضاعفات العددين 3 و 9 إذن العدد 26820 قابل للقسمة على 3 و 9 .

** رقمي الوحدات و العشرات للعدد 26820 يكونان العدد 20 من مضاعفات 4 إذن العدد 26820 قابل للقسمة على 4 .

ومنه العدد 26820 قابل للقسمة على 2 و 3 و 4 و 5 و 9 .

2) ** لكي يكون العدد $n15n$ من مضاعفات العدد 2 يكفي أن يكون n عدد زوجي محصور بين 0 و 9 بمعنى قيم n هي 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8

** لكي يكون العدد $n15n$ من مضاعفات العدد 4 يكفي أن يكون العدد $5n$ من مضاعفات 4 و بما أن مضاعفات العدد 4 المحصورة بين 50 و 59 هي 52 و 56 فإن قيمة n هي 2 أو 6 .

إذن $n=2$ أو $n=6$.

** لكي يكون العدد $n15n$ من مضاعفات العدد 3 و 9 يكفي أن يكون العدد $n+1+5+n=2n+6$ من مضاعفات العدد 9 .

إذا كان $n=2$ فإن $n+1+5+n=2n+6=2\times2+6=10$ ليست من مضاعفات 9 .

إذا كان $n=6$ فإن $n+1+5+n=2n+6=2\times6+6=12+6=18$ من مضاعفات 3 و 9 .

ومنه قيمة العدد n هي 6 .

3) العدد n يكون مضاعفا للعدد 9 إذا كان يوجد عدد صحيح k بحيث $n=9k$ (تنكير)

لدينا :

$$\begin{aligned}42\times5\times7\times12+27 &= 3\times14\times5\times7\times3\times4+9\times3\\ &= 3\times3\times14\times5\times7\times4+9\times3\\ &= 9\times14\times5\times7\times4+9\times3\\ &= 9\times(14\times5\times7\times4+3)\end{aligned}$$

ومنه يوجد k بحيث $k=(14\times5\times7\times4+3)$ و $n=9k$ ومنه n مضاعفا للعدد 9 .

4) لكي يكون العدد n فرديا يكفي أن يوجد عدد صحيح k بحيث $n=2k+1$.(تنكير)

لدينا : $2\times9\times7+3=2\times(9\times7)+2\times1+1=2\left[(9\times7)+1\right]+1$

ومنه يوجد عدد صحيح k بحيث $k=\left[(9\times7)+1\right]$ و $n=2k+1$ و بالتالي n عدد فردي .

تمرين رقم 2 :

نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيين $a=2646$ و $b=2100$.

1) فكك العددين a و b إلى جداء عوامل أولية .

2) بسط $\dfrac{a}{b}$.

3) بسط $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$.

4) فكك العدد $c=a^3b^2$ إلى جداء عوامل أولية .

الحل :

1)*** تفكيك العدد $a=2646$.

2646	**2**
1323	**3**
441	**3**
147	**3**
49	**7**
7	**7**
1	

ومنه $2664=2\times3\times3\times3\times7\times7=2\times3^3\times7^2$.

Moutamadris.ma

***تفكيك العدد $b=2100$

$$\begin{array}{r|l} 2100 & 2 \\ 1050 & 2 \\ 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

ومنه $2100=2\times2\times3\times5\times5\times7=2^2\times3\times7$

2) لنبسط $\frac{a}{b}$.

$$\frac{a}{b}=\frac{2664}{2100}=\frac{2\times3\times3\times3\times7\times7}{2\times2\times3\times5\times5\times7}=\frac{3\times3\times7}{2\times5\times5}=\frac{63}{50}$$

3) لنبسط $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$.

** $\sqrt{a}=\sqrt{2664}=\sqrt{2\times3^3\times7^2}=\sqrt{2}\times\sqrt{3^3}\times\sqrt{7^2}=\sqrt{2}\times3\sqrt{3}\times7=21\sqrt{6}$

** $\sqrt{b}=\sqrt{2100}=\sqrt{2^2\times3\times7}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}=2\sqrt{21}$

4) لدينا : $c=a^3b^2=\left(2\times3^3\times7^2\right)^3\times\left(2^2\times3\times7\right)^2=2^3\times3^9\times7^6\times2^4\times3^2\times7^2$

$$=2^3\times2^4\times3^9\times3^2\times7^2\times7^6=2^7\times3^{11}\times7^8$$

تمرين رقم 3 :

نعتبر العددين الصحيحين الطبيعيين $a=1400$ و $b=1540$.

1) فكك العددين a و b إلى جداء عوامل أولية .

2) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

3) أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b

الحل :

1) فكك العددين $a=1400$ و $b=1540$ إلى جداء عوامل أولية .

$$\begin{array}{r|l} 1400 & 2 \\ 700 & 2 \\ 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1540 & 2 \\ 770 & 2 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

ومنه : $a=1400=2\times2\times2\times5\times5\times7=2^3\times5^2\times7$

و $b=1540=2\times2\times5\times7\times11=2^2\times5\times7\times11$

2) القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة إلى أصغر أس .

بما أن : $a=2^3\times5^2\times7$ و $b=2^2\times5^1\times7\times11$ فإن $PGCD(a,b)=2^2\times5^1\times7=140$.

3) المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو جداء العوامل الأولية الغير مشتركة و المشتركة مرفوعة إلى أكبر أس .

بما ان $a=2^3\times5^2\times7$ و $b=2^2\times5^1\times7\times11$ فإن $PPCM\left(a,b\right)=2^3\times5^2\times7\times11=15400$.

تمرين رقم 4 :

1) بين أن العدد $A=5^{n+2}-5^n$ من مضاعفات العدد 3 لكل n عدد صحيح طبيعي .

2) فكك العدد $B=10^3\times35$ إلى جداء عوامل أولية .

3) حدد قيمة العدد الصحيح الطبيعي n بحيث يكون $n+4$ قاسما للعدد $n+17$.

الحل :

1) ليكن n عدد صحيح طبيعي .

$$A=5^{n+2}-5^n=5^n\left(5^2-1\right)=5^n\left(25-1\right)=5^n\times24=24\times5^n=3\times\left(8\times5^n\right)$$

ومنه يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $A=3k$

و بالتالي : العدد A من مضاعفات العدد 3 .

2) لدينا : $B=10^3\times35=\left(2\times5\right)^3\times5\times7=2^3\times5^3\times5\times7=2^3\times5^4\times7$.

Moutamadris.ma

3) لدينا : $n+17=(n+4)+13$ ومنه فإن $n+4$ قاسما للعدد $n+17$ يعني $n+4$ قاسما للعدد 13 .

ونعلم أن قواسم العدد 13 هما : 1 و 13 ومنه فإن $n+4=1$ أو $n+4=13$.

المعادلة $n+4=1$ ليس لها حل لأن n عدد صحيح طبيعي .

المعادلة $n+4=13$ لها حل واحد هو 9 ومنه قيمة العدد n لكي يكون $n+4$ قاسما للعدد $n+17$ هو $n=9$.

تمرين رقم 5 :

ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين بحيث $a>2b$.

1) بين أن العددين $a-2b$ و $a+2b$ لهما نفس الزوجية .

2) حل في $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ المعادلة $a^2-4b^2=36$.

الحل :

1) لدينا : $(a+2b)+(a-2b)=a+2b+a-2b=2a$ ومنه فإن المجموع $(a+2b)+(a-2b)$ عدد زوجي .

و بالتالي فإن العددين $(a+2b)$ و $(a-2b)$ زوجيين أو فرديين إذن العددين $a-2b$ و $a+2b$ لهما نفس الزوجية .

2) لدينا : $a^2-4b^2=36$ يعني $(a+2b)(a-2b)=36$.

إذن $(a+2b)$ و $(a-2b)$ قاسمان للعدد 36 و نعلم أن قواسم العدد 36 هي : 1 و 2 و 3 و 4 و 6 و 9 و 12 و 18 و 36 .

و حسب السؤال 1 لدينا العددين $a-2b$ و $a+2b$ لهما نفس الزوجية ومنه فإن $\begin{cases}a+2b=18\\a-2b=2\end{cases}$ أو $\begin{cases}a+2b=6\\a-2b=6\end{cases}$ ($a+2b\geq a-2b$)

** لنحل النظمة التالية $\begin{cases}a+2b=18\\a-2b=2\end{cases}$

بطريقة التأليفية الخطية لدينا : $\begin{cases}a+2b=18\\a+2b+a-2b=18+2\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}a+2b=18\\2a=20\end{cases}$ و بالتالي $\begin{cases}a+2b=18\\a=10\end{cases}$ و بتعويض $a=10$ نحصل على

$2b=8$ ومنه $b=4$. إذن حل النظمة هو الزوج $(10,4)$

** لنحل النظمة التالية $\begin{cases}a+2b=6\\a-2b=6\end{cases}$ بنفس الطريقة نحصل على الحل $(6,0)$.

أخيرا المعادلة $a^2-4b^2=36$ تقبل حلين في $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ هما $(10,4)$ و $(6,0)$.

تمرين رقم 6 :

1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

بين أن n^2+n عدد زوجي .

2) بين أن العدد n^2+5n+3 عدد فردي

3) بين أن العدد n^4-n^2 مضاعف للعدد 4 .

الحل :

1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

لدينا : $n^2+n=n(n+1)$

الحالة 1 :

إذا كان n عددا زوجيا فإن $n+1$ عدد فردي ومنه الجداء $n(n+1)$ عدد زوجي .

الحالة 2 :

إذا كان n عددا فرديا فإن $n+1$ عدد زوجي ومنه الجداء $n(n+1)$ عدد زوجي .

و بالتالي فإن $n(n+1)$ عدد زوجي لكل n عدد صحيح طبيعي .

2) لدينا : $n^2+5n+3=(n^2+n)+4n+3$

الطريقة 1 :

نعلم أن n^2+n عدد زوجي و $4n$ عدد زوجي إذن $(n^2+n)+4n$ عدد زوجي و بما أن 3 عدد فردي فإن $(n^2+n)+4n+3$ عدد فردي

ومنه فإن العدد n^2+5n+3 عدد فردي .

الطريقة 2 :

بما أن n^2+n عدد زوجي (حسب السؤال 1) فإنه يوجد عدد صحيح k بحيث $n^2+n=2k$.

و العدد $4n$ عدد زوجي لأن $4n=2(2n)$.

و العدد 3 يكتب $3=2+1$.

إذن : $n^2+5n+3=(n^2+n)+4n+3=2k+2(2n)+2+1=2(k+2n+1)+1$

Moutamadris.ma

ومنه العدد n^2+5n+3 عدد فردي لأنه يوجد عدد k' بحيث $n^2+5n+3=2k'+1$.

3) يكون العدد a مضاعفا للعدد 4 إذا كان $a=4k$ بحيث k عدد صحيح طبيعي .

لدينا : $n^4-n^2=\left(n^2-n\right)\left(n^2+n\right)$

ونعلم حسب السؤال الأول أن العدد n^2+n عدد زوجي إذن يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $n^2+n=2k$.

و بنفس الطريقة العدد n^2-n عدد زوجي إذن يوجد عدد صحيح طبيعي k' بحيث $n^2-n=2k'$.

إذن : $n^4-n^2=\left(n^2-n\right)\left(n^2+n\right)=2k\times 2k'=4kk'$ ومنه العدد n^4-n^2 من مضاعفات العدد 4 .

Moutamadris.ma