* حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ هي أفاصيل نقط تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)
* حلول المتراجحة $f(x) \leqslant g(x)$ مثلا هي أفاصيل نقط المستوى (P) التي يكون (C_f) تحت (C_g)

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x) = -x^2 + 2$ و$(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و $\Omega(0, 2)$

1 - حدد معادلة ديكارتية لـ $(\mathscr{C})$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

أ – حدد نقط تقاطع $(\mathscr{C})$ مع محوري المعلم.

ب – أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ج – استنتج جدول تغيرات f

3 - حل مبيانيا المتراجحتين $f(x) \geqslant 0$ و $f(x) < 1$

الجواب :

1 - معادلة المنحنى (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي $y = f(x)$

يعني $y = -x^2 + 2$

يعني $y - 2 = -x^2$

نضع
$$\begin{cases} X = x \\ Y = y - 2 \end{cases}$$

معادلة (C_f) تصبح $Y = -X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega(0, 2)$

2 - أ – (C_f) يقطع محور الأراتيب في $I(0, f(0))$ أي $\Omega(0, 2)$

$f(x) = 0$ يعني $-x^2 + 2 = 0$

يعني $x^2 = 2$

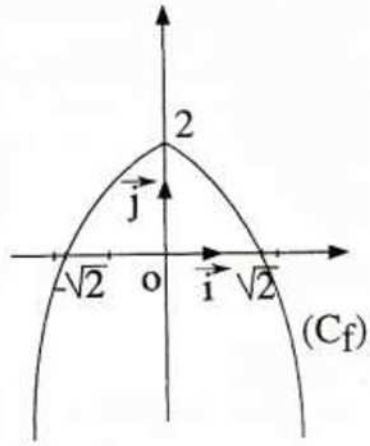
يعني $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

ومنه (C_f) يقطع محور الأفاصيل في $A(\sqrt{2}, 0)$

و $B(-\sqrt{2}, 0)$

ب – معادلة (C_f) هي $Y = -X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ إذن (C_f) عبارة عن شلجم رأسه Ω موجه نحو الأسفل

يمكن الوصول لهذه النتيجة كالآتي (C_f) شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ أي $\Omega(0, 2)$ موجه نحو الأسفل.



ج – جدول تغيرات f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$

3 - $f(x) \geqslant 0$ يعني x توجد في المجال الدي يكون فيه (C_f) فوق محور الأفاصيل

$S = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

$f(x) < 0$ يعني x توجد في المجال الدي يكون فيه (C_f) تحت محور الأفاصيل إذن :

$S =]-\infty, -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$

تمرين 2 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x^2 - 2x$$

(C) منحنى الدالة f في معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

و $\Omega(1, -1)$

1 - حدد معادلة ديكارتية لـ (C) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

2 - أ - حدد نقط تقاطع (C_f) مع محوري المعلم

ب – أنشئ (C_f) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

3 - حل مبيانيا المتراجحتين :

$f(x) \leqslant 0$ و $f(x) \geqslant 3$

الجواب :

1 - معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $y = f(x)$

يعني $y = x^2 - 2x$

يعني $y + 1 = x^2 - 2x + 1$

يعني $y + 1 = (x - 1)^2$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y + 1 \end{cases}$

معادلة (C_f) في المعلم هي $Y = X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega(1, -1)$

2 - أ– نقطة تقاطع $(\mathscr{C})$ مع محور الأراتيب هي

$O(0, f(0))$ أي $O(0, 0)$

$f(x) = 0$ أي $x^2 - 2x = 0$

يعني $x(x - 2) = x$

يعني $x = 0$ أو $x = 2$

إذن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في :

$O(0,0)$ و $A(2,0)$

ب – معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

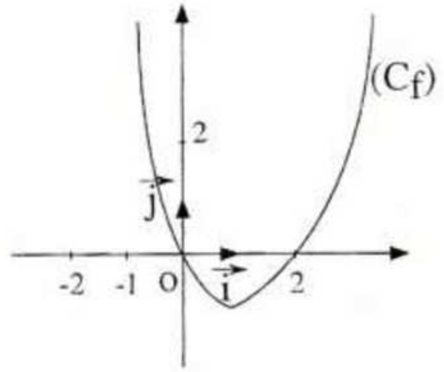
هي : $Y = X^2$

إذن $(\mathscr{C})$ شلجم رأسه Ω وموجه نحو الأعلى

طريقة 2 :

(C_f) شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ أي

$\Omega(1, -1)$ موجه نحو الأعلى.



3 - $f(x) \leqslant 0$ يعني x يوجد في المجال الدي يكون فيه (C_f) تحت محور الأفاصيل

إذن $S = [0, 2]$

$f(x) \geqslant 0$ يعني x يوجد في المجال الذي يكون فيه (C_f) فوق محور الأفاصيل

$S =]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$

تمرين 3 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ :

$f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

ليكن (C) منحنى الدالة f في المعلم المتعامد والمنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و $\Omega(1,1)$

1 - حدد معادلة ديكارتية لـ (C) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

2 - أ – حدد تقاطع (C) مع محوري المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ب – أنشئ (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3 - اعط جدول تغيرات f

4 - حل مبيانيا المتراجحة $f(x) \leqslant 0$

5 - حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ حيث m بارامتري حقيقي.

الجواب :

1 - معادلة (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$y = f(x)$

يعني : $y = 2x^2 - 4x + 3$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$

أي $\begin{cases} x = X + 1 \\ y = Y + 1 \end{cases}$

المعادلة في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega(1, 1)$ تكافئ

$Y + 1 = 2(X + 1)^2 - 4(X + 1) + 3$

يعني

$Y + 1 = 2(X^2 + 2X + 1) - 4X - 4 + 3$

$Y + 1 = 2X^2 + 4X + 2 - 4X - 4 + 3$

$Y + 1 = 2X^2 + 1$

$Y = 2X^2$

معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ هي $Y = 2X^2$

2 - أ- نقط تقاطع C_f ومحور الأراتيب هي:

$A(0, f(0))$ أي أن $A(0, 3)$

لتحديد نقط تقاطع (C_f) ومحور الأفاصيل نحل المعادلة :

$2x^2 - 4x + 3 = 0$

$= 16 - 4 \ 2 \ 3$

$= -8 < 0$

إذن (C_f) لا يقطع محور الأفاصيل

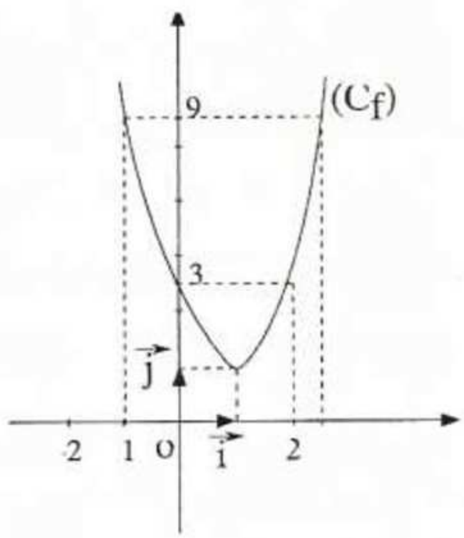
ج – (C_f) شلجم رأسه $\Omega(1, 1)$ ومحور تماثله المستقيم ذو المعادلة $x = 1$

طريقة 2 :

(C_f) شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ أي $\Omega(1, -1)$.

لدينا

x	-1	0	1	2	3
f(x)	9	3	1	3	9



3 - جدول تغيرات f من خلال المنحنى

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f(x)		↘	1	↗	

4 - لدينا $f(x) \leqslant 0$ يعني x يوجد في المجالات التي يكون فيها (C) تحت محور الأفاصيل.

وبما أن (C) يوجد فوق محور الأفاصيل

فإن $S = \phi$

5 - لدينا : $f(x) = m$ يعني x أفصول نقطة تقاطع (C) مع المستقيم $y = m$ (Δ)

إذا كان $m = 1$ هناك حل وحيد وهو $x = 1$ لأن (Δ) يقطع (C) مرة واحدة.

إذا كان $m < 1$ ليس هناك حل لأن (C) و(Δ) لا يتقاطعان.

إذا كان $m > 1$ هناك حلين مختلفين لأن (Δ) يقطع (C) مرتين.

تمرين 4 :

لتكن الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$f(x) = -2x^2 + 2x - 1$

و (C) تمثيلها المبياني في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

و$\Omega\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

1 - حدد معادلة ديكارتية لـــ (C) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

2 - أنشئ (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3 - نعتبر الدالة g المعرفة بـــ :

$$g(x) = 2x - 3$$

أ – أنشئ (C') منحنى g في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ب – حل مبيانيا المتراجحة $g(x) \leqslant f(x)$

الجواب :

1 - معادلة (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي $y = f(x)$

يعني $y = -2x^2 + 2x - 1$

لدينا $\Omega(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

نضع $\begin{cases} X = x - \frac{1}{2} \\ Y = y + \frac{1}{2} \end{cases}$

يعني $\begin{cases} x = X + \frac{1}{2} \\ y = Y - \frac{1}{2} \end{cases}$

معادلة (C) تكافئ

$$Y - \frac{1}{2} = -2(X + \frac{1}{2})^2 + 2(X + \frac{1}{2}) - 1$$

$$Y - \frac{1}{2} = -2(X^2 + X + \frac{1}{4}) + 2X + 1 - 1$$

يعني $Y - \frac{1}{2} = -2X^2 - 2X - \frac{1}{2} + 2X$

يعني $Y = -2X^2$

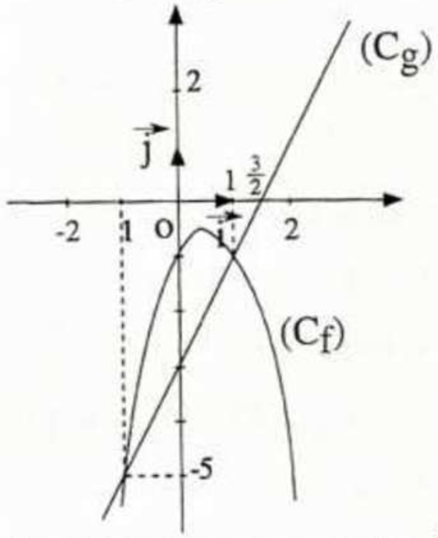
إذن معادلة (C) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

هي $Y = -2X^2$

2 - معادلة (C) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ هي $Y = -2X^2$ إذن (C) شلجم رأسه Ω وموجه نحو الأسفل

طريقة 2 :

(C_f) شلجم رأسه $\Omega(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$



3 - أ – (C') مستقيم معادلته $y = 2x - 3$

ب – $g(x) \leqslant f(x)$ يعني x توجد في المجال الدي يكون فيه (C') تحت (C) إذن

$$S = [-1, \frac{3}{2}]$$

تمرين 5 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - حدد نقط تقاطع (C) مع محور الأفاصيل

2 - تحقق أن : $f(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2$ لكل $x \in \mathbb{R}$

3 - أ – بين أنه لكل x_1 و x_2 من $\mathbb{R}$ بحيث $x_1 \neq x_2$ لدينا :

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + 4)$$

ب – استنتج رتابة الدالة f على المجالين

$]-\infty , -2]$ و $[-2 , +\infty[$

4 - لتكن Ω (-2, -2) نقط من المستوى (P).

بين أن معادلة (C) هي $Y = \frac{1}{2}X^2$ في المعلم $(\Omega , \vec{i} , \vec{j})$

5 - أنشئ المنحنى (C)

6 - حل مبيانيا المتراجحة $x^2 + 4x > 0$

الجواب :

1 - لدينا $f(x) = 0$ يعني $\frac{1}{2}x^2 + 2x = 0$

يعني $x(\frac{1}{2}x + 2) = 0$

يعني $x = 0$ أو $\frac{1}{2}x + 2 = 0$

يعني $x = 0$ أو $x = -4$

إذن المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في

$O(0 , 0)$ و $A(-4 , 0)$

2 - لدينا

$$\frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 = \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) - 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 - 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x = f(x)$$

وبالتالي : $f(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2$

3 - أ – ليكن x_1 و x_2 من $\mathbb{R}$ بحيث $x_1 \neq x_2$

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(x_1 + 2)^2 - 2 - \frac{1}{2}(x_2 + 2)^2 + 2}{x_1 - x_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(x_1 + 2 - x_2 - 2)(x_1 + 2 + x_2 + 2)}{x_1 - x_2}$$

$$= \frac{(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 4)}{2(x_1 - x_2)}$$

وبالتالي :

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + 4)$$

ب – في المجال $]-\infty , -2]$

لدينا $\begin{cases} x_1 \leqslant -2 \\ x_2 \leqslant -2 \end{cases}$ إذن

$x_1 + x_2 \leqslant -4$

يعني $x_1 + x_2 + 4 \leqslant 0$

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{1}{2}(x_1 + x_2 + 4) \leqslant 0$$

إذن f تناقصية على $]-\infty , -2]$

في المجال $[-2 , +\infty[$

لدينا $\begin{cases} x_1 \geqslant -2 \\ x_2 \geqslant -2 \end{cases}$ إذن

$x_1 + x_2 \geqslant -4$

إذن $x_1 + x_2 + 4 \geqslant 0$

ومنه $\frac{1}{2}(x_1 + x_2 + 4) \geqslant 0$

أي $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \geqslant 0$

إذن f تزايدية على $[-2 , +\infty[$

4 - معادلة (C) في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

هي $y = f(x)$

يعني $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2$

يعني $y + 2 = \frac{1}{2}(x+2)^2$

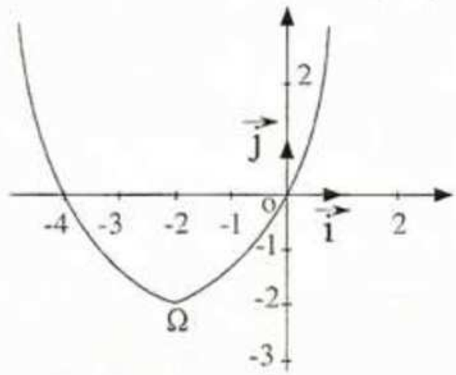
نضع $\begin{cases} X = x + 2 \\ Y = y + 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{1}{2}X^2$

في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega(-2, -2)$

5 - (C_f) شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ أي $\Omega(-2, -2)$.

- 5



- 6

$x^2 + 4x > 0$ يعني $\frac{1}{2}(x^2 + 4x) > 0$

يعني $\frac{1}{2}x^2 + 2x > 0$

يعني $f(x) > 0$

يعني x توجد في المجال الذي يكون فيه (C) فوق محور الأفاصيل

إذن $S =]-\infty, -4[\cup]0, +\infty[$

تمرين 6 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ :

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1}$$

1 - حدد مجموعة التعريف D_f

2 - بين أن :

$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$ لكل $x \in D_f$

3 - حدد طبيعة المنحنى (C_f). حيث (C_f) منحنى f في معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

4 - أنشئ المنحنى (C_f)

5 - اعط جدول تغيرات f

الجواب :

1 - لدينا $x \in D_f$ $x - 1 \neq 0$

$x \neq 1$

إذن $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

2 - لدينا

$$2 + \frac{1}{x-1} = \frac{2x - 2 + 1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1} = f(x)$$

$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$ لكل $x \in D_f$

3 - معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$y = f(x)$

$y = 2 + \frac{1}{x-1}$

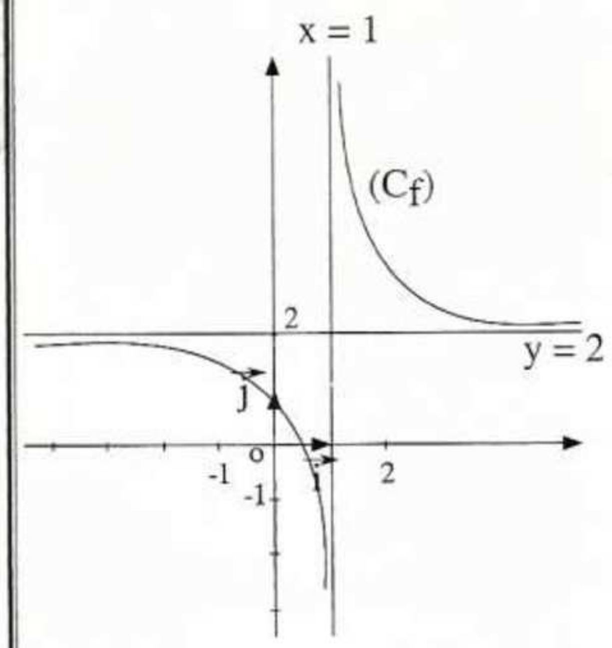
$y - 2 = \frac{1}{x-1}$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{1}{X}$

في المعادلة $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega(1, 2)$

4 - المنحنى (C_f) هذلول مركزه $\Omega\left(\frac{1}{1}, \frac{2}{1}\right)$ $\Omega(1, 2)$ ومقارباه المستقيمان $x = 1$ و $y = 2$



5 - من خلال منحنى الدالة f فإن جدول التغيرات هو :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f(x)	↘	‖	↘

تمرين 7 :

لتكن الدالتين f و g المعرفتين بما يلي :

$$g(x) = \frac{-x+2}{x-1} \qquad f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

1 - حدد مجموعة تعريف كل من الدالتين f و g

2 - اعط جدول تغيرات كل من f و g.

3 - حدد طبيعة كل من المنحنيين (C_f) و (C_g)

4 - أ – حدد نقط تقاطع (C_f) مع محوري المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ب – حدد نقط تقاطع (C_g) مع محوري المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

5 - أنشئ (C_f) و (C_g) في معلمين مختلفين.

الجواب :

1 - لدينا $x \in D_f$ يعني $x - 2 \neq 0$

$x \neq 2$

إذن $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$

لدينا $x \in D_g$ يعني $x - 1 \neq 0$

$x \neq 1$

إذن $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$

2 - تغيرات f

ليكن x و y من D_f بحيث $x \neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \left(\frac{2x+3}{x-2} - \frac{2y+3}{y-2}\right) \times \frac{1}{x-y}$$

$$= \left(\frac{2xy-4x+3y-6-2xy-3x+4y+6}{(x-2)(y-2)}\right) \times \frac{1}{x-y}$$

$$= \frac{-7x+7y}{(x-2)(y-2)(x-y)}$$

$$= \frac{-7(x-y)}{(x-2)(y-2)(x-y)}$$

إذن $\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y} = \dfrac{-7}{(x-2)(y-2)}$

في المجال $]2, +\infty[$

لدينا $\begin{cases} x > -2 \\ y > -2 \end{cases}$ إذن

$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ y - 2 > 0 \end{cases}$

$$(x-2)(y-2) > 0$$
$$\frac{-7}{(x-2)(y-2)} < 0$$

ومنه f تناقصية على $]2 , +\infty[$

في المجال $]-\infty , 2[$

لدينا $\begin{cases} x < 2 \\ y < 2 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x-2 < 0 \\ y-2 < 0 \end{cases}$

إذن $(x-2)(y-2) > 0$

$$\frac{-7}{(x-2)(y-2)} < 0$$

إذن f تناقصية على $]-\infty , 2[$

جدول تغيرات f

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)	↘	‖	↘

تغيرات g :

ليكن x و y من Dg بحيث $x \neq y$

$$\frac{g(x)-g(y)}{x-y} = \left(\frac{-x+2}{x-1} - \frac{-y+2}{y-1}\right) \times \frac{1}{x-y}$$
$$= \frac{(-x+2)(y-1)-(x-1)(-y+2)}{(x-1)(y-1)} \times \frac{1}{x-y}$$
$$= \frac{-xy+x+2y-2+xy-2x-y+2}{(x-1)(y-1)} \times \frac{1}{x-y}$$
$$= \frac{-x+y}{(x-1)(y-1)} \times \frac{1}{x-y}$$
$$= \frac{-(x-y)}{(x-1)(y-1)} \times \frac{1}{x-y}$$

$$\frac{g(x)-g(y)}{x-y} = \frac{-1}{(x-1)(y-1)}$$

في المجال $]1 , +\infty[$

لدينا $\begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x-1 > 0 \\ y-1 > 0 \end{cases}$

ومنه $(x-1)(y-1) > 0$

إذن $\frac{-1}{(x-1)(y-1)} < 0$

وبالتالي g تناقصية على $]1 , +\infty[$

في المجال $]-\infty , 1[$

لدينا $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} x-1 < 0 \\ y-1 < 0 \end{cases}$

ومنه $(x-1)(y-1) > 0$

إذن $\frac{-1}{(x-1)(y-1)} < 0$

وبالتالي g تناقصية على $]-\infty , 1[$

جدول تغيرات g هو :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
g(x)	↘	‖	↘

3 - معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $y = f(x)$

يعني $y = \frac{2x+3}{x-2}$

يعني $y = \frac{2(x-2)+7}{x-2}$

يعني $y = \frac{2(x-2)}{x-2} + \frac{7}{x-2}$

يعني $y = 2 + \frac{7}{x-2}$

يعني $y - 2 = \frac{7}{x-2}$

نضع $\begin{cases} X = x-2 \\ Y = y-2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{7}{X}$ في المعلم $(A, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $A(2, 2)$

وبالتالي (C_f) هذلول مركزه A ومقارباه

المستقيمان $x = 2$ و $y = 2$

طريقة 2 :

(C_f) هذلول مركزه $A(2, \frac{2}{1})$ ومقارباه

$x = 2$ و $y = 2$

معادلة (C_g) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي

$y = g(x)$

يعني $y = \frac{-x+2}{x-1}$

يعني $y = \frac{-(x-1)+1}{x-1}$

يعني $y = \frac{-(x-1)}{x-1} + \frac{1}{x-1}$

يعني $y = -1 + \frac{1}{x-1}$

يعني $y + 1 = \frac{1}{x-1}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{1}{X}$ في المعلم $(B, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $B(1, -1)$

إذن (C_g) هذلول مركزه $B(1, -1)$ ومقارباه

المستقيمان $x = 1$ و $y = -1$

أو مباشرة (C_g) هذلول مركزه $\Omega(1, -\frac{1}{1})$

مقارباه $x = 1$ أو $y = -1$

4 - أ – نقط تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل

$f(x) = 0$ يعني $\frac{2x+3}{x-2} = 0$

يعني $2x + 3 = 0$

يعني $x = -\frac{3}{2}$

إذن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في $I(-\frac{3}{2}, 0)$

(C_f) يقطع محور الأراتيب في : $J(0, f(0))$

أي $J(0, -\frac{3}{2})$

ب – نقط تقاطع (C_g) مع محور الأفاصيل

$g(x) = 0$ يعني $\frac{-x+2}{x-1} = 0$

يعني $-x + 2 = 0$

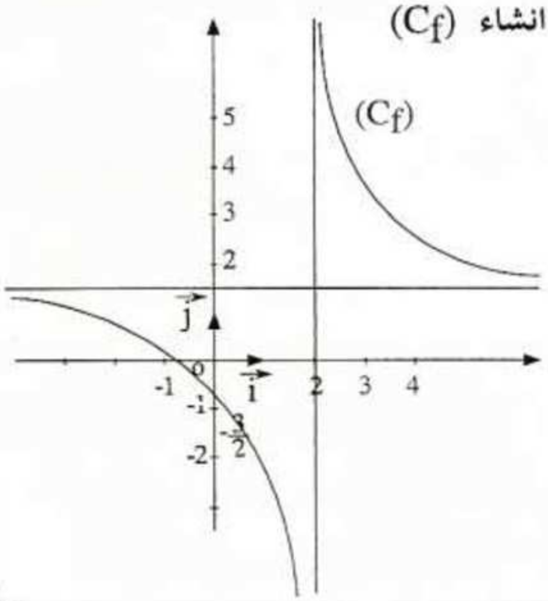
يعني $x = 2$

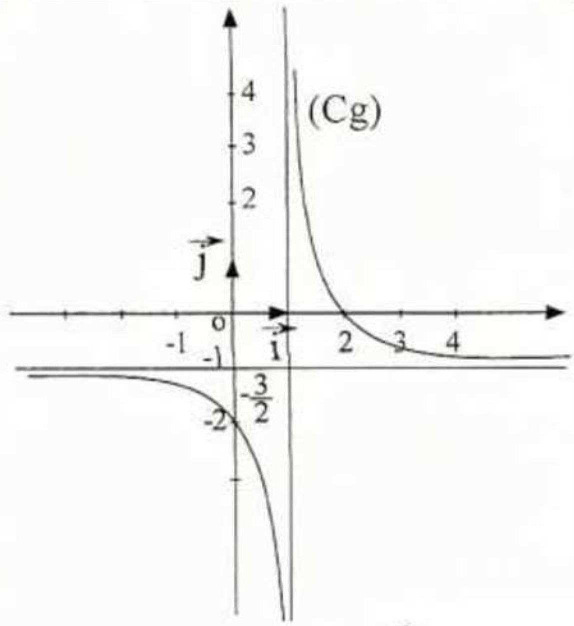
إذن (C_g) يقطع محور الأفاصيل في $I'(2, 0)$

(C_g) يقطع محور الأراتيب في $J'(0, g(0))$

أي $J'(0, -2)$

5 - انشاء (C_f)





تمرين 8 :

لتكن الدالة العددية للمتغير الحقيقي المعرفة بمايلي :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x}$$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - حدد Df مجموعة تعريف الدالة f

2 - أدرس تغيرات f على المجال $]0, +\infty[$

3 - ليكن $\Omega(1, 2)$ نقطة في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أ – بين أن معادلة (C) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $Y = \frac{3}{X}$

ب – أنشئ (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

الجواب :

1 - لدينا $x \in D_f$ يعني $x \neq 0$

إذن $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

2 - ليكن x و y من $]0, +\infty[$ بحيث $x \neq y$

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{\frac{2x+3}{x} - \frac{2y+3}{y}}{x - y}$$

$$= \frac{2xy + 3y - 2xy - 3x}{xy} \times \frac{1}{x - y}$$

$$= \frac{-3(x - y)}{xy} \times \frac{1}{x - y}$$

إذن $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{-3}{xy}$

لكل x و y من $]0, +\infty[$ لدينا $xy > 0$

إذن $\frac{-3}{xy} < 0$

وبالتالي f تناقصية على $]0, +\infty[$

3 - أ – معادلة (Cf) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $y = f(x)$

يعني $y = \frac{2x+3}{x}$

يعني $y = \frac{2x}{x} + \frac{3}{x}$

يعني $y = 2 + \frac{3}{x}$

يعني $y - 2 = \frac{3}{x}$

نضع $\begin{cases} X = x \\ Y = y - 2 \end{cases}$

إذن معادلة تصبح $Y = \frac{3}{X}$

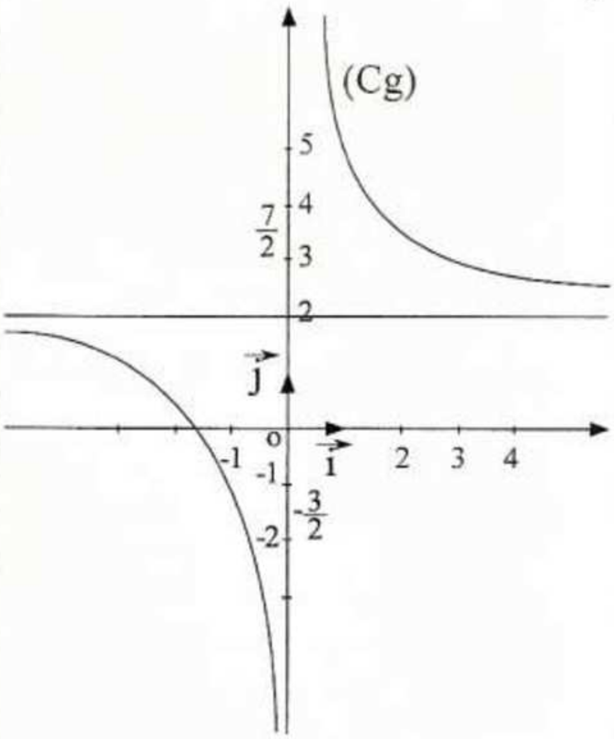
في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega(0, 2)$

ب – المنحنى (Cf) هذلول مركزه Ω ومقارباه المستقيمان $x = 0$ و $y = 2$

طريقة 2 :

(Cf) هذلول مركزه $\Omega(0, \frac{2}{1})$ ومقارباه $x = 0$ و $y = 2$

ب –



تمرين 9 :

لتكن الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة

بـ : $f(x) = \frac{2x}{x+2}$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد

وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - حدد مجموعة التعريف Df وتحقق أن لكل

x من Df : $f(x) = 2 - \frac{4}{x+2}$

2 - أدرس تغيرات f على المجال $]-2, +\infty[$

3 - ليكن $\Omega(-2, 2)$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أ – بين أن معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $Y = -\frac{4}{X}$

ب – أنشئ (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

الجواب :

1 - $x \in D_f$ يعني $x + 2 \neq 0$

يعني $x \neq -2$

إذن $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$

لدينا

$$2 - \frac{4}{x+2} = \frac{2x+4-4}{x+2}$$
$$= \frac{2x}{x+2}$$
$$= f(x)$$

ومنه $f(x) = 2 - \frac{4}{x+2}$ لكل x من Df.

2 - ليكن x و y من $]-2, +\infty[$ بحيث

$x \neq y$ لدينا :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{2 - \frac{4}{x+2} - 2 + \frac{4}{y+2}}{x - y}$$
$$= \frac{\frac{-4(y+2) + 4(x+2)}{(x+2)(y+2)}}{x - y}$$
$$= \frac{-4y - 8 + 4x + 8}{(x+2)(y+2)} \times \frac{1}{x - y}$$
$$= \frac{4(x - y)}{(x+2)(y+2)} \times \frac{1}{x - y}$$

إذن $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{4}{(x+2)(y+2)}$

لدينا $\begin{cases} x > -2 \\ y > -2 \end{cases}$ إذن

$\begin{cases} x + 2 > 0 \\ y + 2 > 0 \end{cases}$

إذن $(x+2)(y+2) > 0$ ومنه

$$\frac{4}{(x+2)(y+2)} > 0$$

ومنه f تزايدية قطعا على $]-2 , +\infty[$

3 - أ – معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $y = f(x)$

$$y = 2 - \frac{4}{x+2}$$

$$y - 2 = \frac{-4}{x+2}$$

نضع $\begin{cases} X = x + 2 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = -\frac{4}{X}$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $\Omega(2 , 2)$

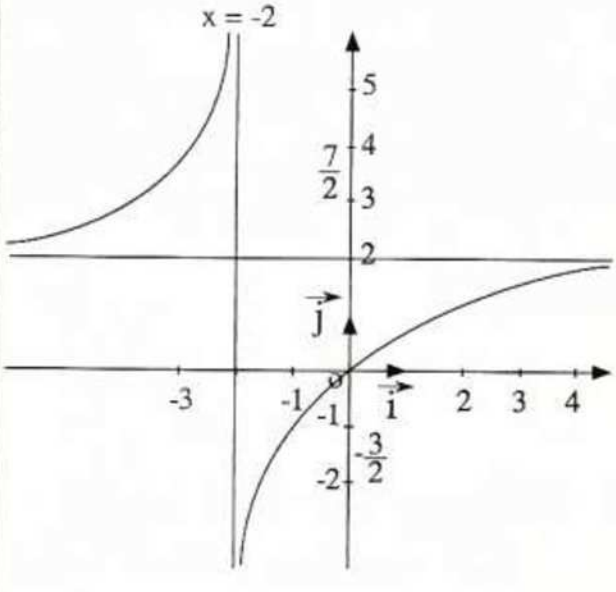
ب – (C_f) عبارة عن هذلول مركزه Ω

ومقارباه لمستقيمان $x = -2$ و $y = 2$

<u>طريقة 2</u> :

(C_f) هذلول مركزه $\Omega(-\frac{d}{c} , \frac{a}{c})$ أي

$\Omega(-2 , 2)$ ومقارباه $x = -2$ و $y = 2$



تمرين 10:

لتكن الدالة f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x\,|x| - 2x + 2$$

1 - أ – بين أن لكل x من $\mathbb{R}^+$ لدينا :

$$f(x) = (x - 1)^2 + 1$$

ب – بين أن لكل x من $\mathbb{R}^-$ لدينا :

$$f(x) = -(x + 1)^2 + 3$$

2 - أنشئ (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3 - حل مبيانيا المعادلة : $f(x) = m$ حيث $m \in \mathbb{R}$

4 - حل مبيانيا المعادلة : $1 \leqslant f(x) \leqslant 3$

الجواب :

1 - أ – ليكن $x \in \mathbb{R}^+$ إذن : $|x| = x$

لدينا $f(x) = x\,|x| - 2x + 2$

$= x^2 - 2x + 1 + 1$

إذن $f(x) = (x - 1)^2 + 1$

ب – ليكن $x \in \mathbb{R}^-$ لدينا : $|x| = -x$

لدينا $f(x) = x\,|x| - 2x + 2$

$= x(-x) - 2x + 2$

$= -x^2 - 2x - 1 + 3$

إذن $f(x) = -(x + 1)^2 + 3$

2 - في $\mathbb{R}^+$ لدينا معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $y = f(x)$

يعني $y = (x - 1)^2 + 1$

يعني $y - 1 = (x - 1)^2$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$

معادلة تصبح $Y = X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $\Omega(1 , 1)$

في $\mathbb{R}^+$ إذن (C_f) جزء من الشلجم الذي

معادلته $Y = X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

في $\mathbb{R}^-$ لدينا معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

هي : $y = f(x)$

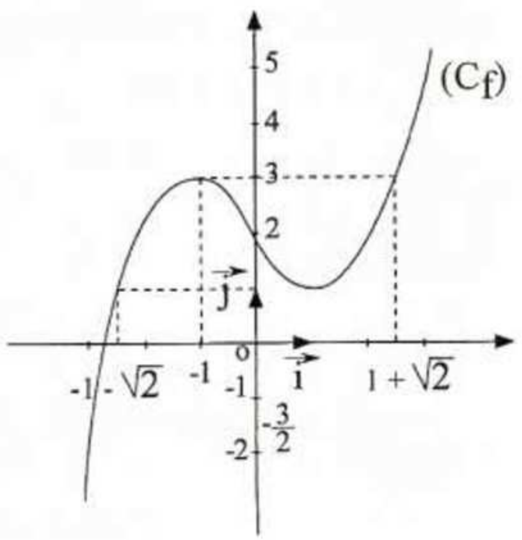
$$y = -(x + 1)^2 + 3$$

$$y - 3 = -(x + 1)^2$$

نضع $\begin{cases} X = x + 1 \\ Y = y - 3 \end{cases}$

معادلة (C_f) تصبح $Y = -X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\Omega'(-1 , 3)$

إذن في $\mathbb{R}^-$ (C_f) جزء من شلجم معادلته $Y = -X^2$ في المعلم $(\Omega', \vec{i}, \vec{j})$



3 - $f(x) = m$ يعني x أفصول لنقطة تقاطع (C_f) والمستقيم $y = m$

إذن عدد نقط تقاطع (C_f) والمستقيم $(D) : y = m$ هو عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ هو :

إذا كان $m < 1$ أو $m > 3$ هناك حل وحيد

إذا كان $m = 1$ أو $m = 3$ هناك حلان مختلفان

إذا كان $1 < m < 3$ هناك ثلاثة حلول مختلفة.

4 - $1 \leqslant f(x) \leqslant 3$ يعني أن (C_f) محصور بين المستقيمين $y = 1$ و $y = 3$

لنحل أولا المعادلة $f(x) = 3$

في المجال $[0 , +\infty[$

$f(x) = 3$ يعني $(x - 1)^2 + 1 = 3$

يعني $(x - 1)^2 = 2$

يعني $x - 1 = \sqrt{2}$ أو $x - 1 = -\sqrt{2}$

يعني $x = 1 + \sqrt{2}$ أو $x = 1 - \sqrt{2}$

إذن $x = 1 + \sqrt{2}$

في المجال $]-\infty , 0]$

$f(x) = 3$ تكافئ $x = -1$

لنحل المعادلة $f(x) = 1$

في المجال $[0 , +\infty[$

$f(x) = 1$ تكافئ $x = 1$

في المجال $]-\infty , 0]$

$f(x) = 1$ يعني $(x + 1)^2 + 3 = 1$

يعني $-(x - 1)^2 = -2$

يعني $(x + 1)^2 = 2$

$x+1=\sqrt{2}$ يعني $x+1=-\sqrt{2}$

$x=-1+\sqrt{2}$ يعني $x=-1-\sqrt{2}$

إذن $x=-1-\sqrt{2}$

بالرجوع إلى البداية فإن :

$1 \leqslant f(x) \leqslant 3 \quad -1-\sqrt{2} \leqslant x \leqslant -1+\sqrt{2}$

إذن : $S=[-(1+\sqrt{2})\,;\,(1+\sqrt{2})]$

تمرين 11:

نعتبر الدالة f المعرفة بـ :

$$f(x)=\frac{x}{x-1}$$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 - حدد مجموعة تعريف f D_f.

2 - حدد معدل تغيرات f.

3 - اعط جدول تغيرات f.

4 - بين أن $f(x)=1+\dfrac{1}{x-1}$ لكل $x\in D_f$

5 - بين أن (C_f) هدلول حدد مركزه ومقارباه

6 - أنشئ المنحنى (C_f)

7 - لتكن g الدالة المعرفة بـ :

$$g(x)=\frac{x}{|x|-1}$$

أ – حدد مجموعة تعريف الدالة g.

ب – بين أن g دالة فردية.

ج – بين أن $g(x)=f(x)$ لكل $x\in D_f\cap\mathbb{R}^+$

د – استنتج طريقة لانشاء (C_g) ثم أنشئ (C_g) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

هـ – حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة :

$x-m|x|+m=0$ حيث $m\in\mathbb{R}$

الجواب :

1 - $x\in D_f$ يعني $x-1\neq 0$

يعني $x\neq 1$

إذن $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

2 - ليكن x و y من D_f بحيث $x\neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{\frac{x}{x-1}-\frac{y}{y-1}}{x-y}$$

$$=\frac{x(y-1)-y(x-1)}{(x-y)(x-1)(y-1)}$$

$$=\frac{xy-x-yx+y}{(x-y)(x-1)(y-1)}$$

$$=\frac{-(x-y)}{(x-y)(x-1)(y-1)}$$

إذن $$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{-1}{(x-1)(y-1)}$$

3 - في المجال $]1,+\infty[$

لدينا $\begin{cases}x<1\\ y<1\end{cases}$ إذن

$\begin{cases}x-1<0\\ y-1<0\end{cases}$

ومنه $(x-1)(y-1)>0$

إذن $\dfrac{-1}{(x-1)(y-1)}\leqslant 0$

وبالتالي f تناقصية على المجال $]1,+\infty[$

وبنفس الطريقة f تناقصية على $]-\infty,1[$

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	‖	$\searrow$

4 - ليكن $x \in D_f$

$$1+\frac{1}{x-1}=\frac{x-1+1}{x-1}$$
$$=\frac{x}{x-1}$$

إذن $f(x)=1+\frac{1}{x-1}$ لكل $x \in D_f$

5 - معادلة (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي
$y=f(x)$

يعني $y=1+\frac{1}{x-1}$

يعني $y-1=\frac{1}{x-1}$

نضع $\begin{cases} X=x-1 \\ Y=y-1 \end{cases}$

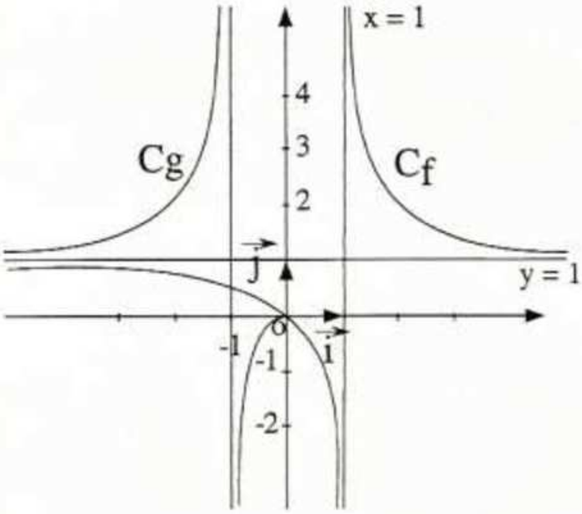
المعادلة (C_f) تصبح $Y=\frac{1}{X}$ في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$
حيث $\Omega\,(1\,,1)$

ومنه (C_f) هذلول مركزه $\Omega\,(1\,,1)$ ومقارباه
المستقيمان $x=1$ و $y=1$

طريقة 2 :

(C_f) هذلول مركزه $\Omega\left(\frac{1}{1},\frac{1}{1}\right)$ أي
$\Omega\,(1\,,1)$ ومقارباه $x=1$ و $y=1$

- 6



7 - لدينا $g(x)=\frac{x}{|x|-1}$

أ - $x \in Dg$ يعني $|x|-1 \neq 0$

يعني $|x| \neq 1$

يعني $x \neq 1$ $x \neq -1$

وبالتالي $Dg=\mathbb{R}-\{-1\,,1\}$

ب - $x \in Dg$ يعني $x \neq 1$ و $x \neq -1$

يعني $-x \neq -1$ و $-x \neq 1$

يعني $-x \in Dg$

إذن لكل $x \in Dg$ لدينا $-x \in Dg$

لدينا

$$g(-x)=\frac{-x}{|-x|-1}$$
$$=\frac{-x}{|x|-1}$$
$$g(-x)=-g(x)$$

ومنه g دالة فردية.

ج - ليكن $x \in Dg$ بحيث $x \geqslant 0$

$$g(x)=\frac{x}{|x|-1}=\frac{x}{x-1}=f(x)$$

د - لدينا $g(x)=f(x)$ لكل

$x \in [0 , 1[\cup]1 , +\infty[$

إذن $(C_g) = (C_f)$ في $[0 , 1[\cup]1 , +\infty[$

وبما أن f فردية نتمم الرسم بإنشاء المماثل بالنسبة لأصل المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

هـ – $x - m|x| + m = 0$ يعني

$x = m(|x| - 1)$

يعني $\frac{x}{|x| - 1} = m$ $(|x| \neq 1)$

يعني $g(x) = m$

عدد حلول المعادلة هو عدد نقط تقاطع (C_g) والمستقيم $y = m$

الحالة 1 : $m = 0$ هناك وحيد هو $x = 0$

الحالة 2 : $m < 0$ هناك حلين مختلفين.

الحالة 3 : $0 < m \leqslant 1$ ليس هناك حل.

الحالة 4 : $m > 1$ هناك حلان مختلفان.

تمرين 12:

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{-x + 3}{x + 1}$$

(C) التمثيل المبياني لـــ f في معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 - حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f.

2 - تحقق أن $f(x) = -1 + \frac{4}{x+1}$ لكل $x \in D_f$

3 - ليكن $\Omega(-1 , -1)$ نقطة من (P).

a - بين أن معادلة (C) في المعلم $(\Omega , \vec{i} , \vec{j})$ هي $Y = \frac{4}{X}$

b - أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

4 - اعط جدول تغيرات الدالة f

5 - نعتبر الدالة g المعرفة بـــ :

$$g(x) = \frac{-|x| + 3}{|x| + 1}$$

a - أدرس زوجية الدالة g

b - أنشئ الدالة g في نفس المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

c - اعط جدول تغيرات الدالة g.

الجواب :

1 - $x \in D_f$ يعني $x + 1 \neq 0$

يعني $x \neq -1$

ومنه $D_f = \mathbb{R} - \{-1 ,1\}$

2 - لكل $x \in D_f$

$$-1 + \frac{4}{x+1} = \frac{-x - 1 + 4}{x+1}$$

$$= \frac{-x + 3}{x+1} = f(x)$$

وبالتالي $f(x) = -1 + \frac{4}{x+1}$ لكل $x \in D_f$

3 - a - معادلة (C_f) في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

هي $y = f(x)$

يعني $y = -1 + \frac{4}{x+1}$

يعني $y + 1 = \frac{4}{x+1}$

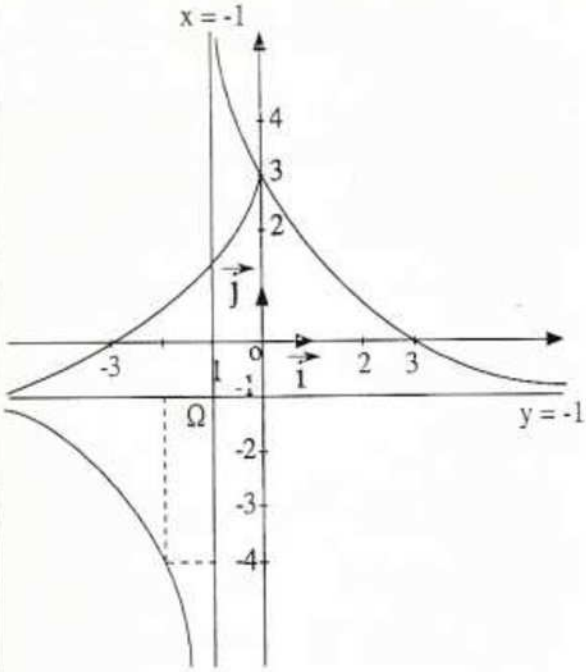
نضع $\begin{cases} X = x + 1 \\ Y = y + 1 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{4}{X}$ في المعلم $(\Omega , \vec{i} , \vec{j})$

حيث $\Omega(-1 , -1)$

b - (C_f) هدلول مركزه $\Omega(-1 , -1)$

ومقارباه المستقيمان $x = -1$ و $y = -1$.



4 - جدول تغيرات f من خلال المنحنى فإن :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)		↘	‖	↘	

5 - لدينا $g(x) = \dfrac{-|x| + 3}{|x| + 1}$

a - $x \in D_g$ يعني $|x| + 1 \neq 0$

يعني $|x| \neq -1$ وهذا دائما صحيح

إذن $D_g = \mathbb{R}$

لكل $x \in D_g$ لدينا $-x \in D_g$

$$g(-x) = \frac{-|-x|+3}{|-x|+1} = \frac{-|x| + 3}{|x| + 1} = g(x)$$

إذن g دالة زوجية.

b - لدينا g دالة زوجية إذن (Cg) يكون متماثلا بالنسبة لمحور الأراتيب.

ننشئ (Cg) أولا على $[0 , +\infty[$ في هذا المجال

$$f(x) = \frac{-|x| + 3}{|x| + 1} = \frac{-x + 3}{x + 1} = f(x)$$

إذن (Cg) و (C_f) منطبقان على هذا المجال.

c - من خلال منحنى الدالة g فإن جدول تغيرات g هو :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f(x)		↗	3	↘	

تمرين 13:

لتكن f الدالة العددية المعرفة بـــ :

$$f(x) = \frac{x - 2}{x}$$

و (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد وممنظم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

1 - حدد D_f وتحقق أن لكل $x \in D_f$

$$f(x) = 1 - \frac{2}{x}$$

2 - ليكن $\Omega (0 , -1)$ في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

بين أن معادلة (C) في المعلم $(\Omega , \vec{i} , \vec{j})$ هي

$$Y = \frac{-2}{X}$$

3 - أنشئ (C) في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

4 - اعط جدول تغيرات f.

5 - نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي :

$$g(x) = \frac{|x| - 2}{x}$$

أ – أدرس زوجية الدالة g

ب – أنشئ (Cg) في نفس المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

مستعملا منحنى الدالة f.

ج – اعط جدول تغيرات g.

الجواب :

1 - لدينا $f(x) = \frac{x-2}{x}$

$x \in D_f$ يعني $x \neq 0$

ومنه $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

لدينا كذلك $1 - \frac{2}{x} = \frac{x-2}{x} = f(x)$

ومنه $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$ لكل $x \in D_f$

2 - معادلة (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$$y = f(x)$$

يعني $y = 1 - \frac{2}{x}$

يعني $y - 1 = \frac{-2}{x}$

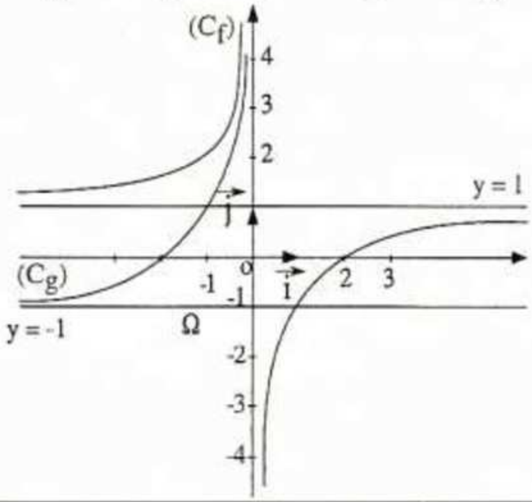
نضع $\begin{cases} X = x \\ Y = y - 1 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{-2}{X}$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $\Omega(0, -1)$.

3 - (C_f) عبارة عن هذلول مركزه $\Omega(0, -1)$

ومقارباه المستقيمان $x = 0$ و $y = 1$.



4 - جدول تغيرات f

حسب منحنى f فإن

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	↗	‖	↗

5 - لدينا $g(x) = \frac{|x| - 2}{x}$

$x \in D_g$ يعني $x \neq 0$

ومنه $D_g = \mathbb{R} - \{0\}$

لكل $x \in D_g$ لدينا $-x \in D_g$

$$g(x) = \frac{|-x| - 2}{-x} = \frac{|x| - 2}{-x} = -\frac{|x| - 2}{x} = -g(x)$$

إذن g دالة فردية.

ب – لدينا g دالة فردية إذن (C_g) متماثل بالنسبة لأصل المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

في المجال $]0, +\infty[$ لدينا :

$$g(x) = \frac{|x| - 2}{x} = \frac{x - 2}{x}$$

$g(x) = f(x)$

إذن (C_f) و(C_g) منطبقان في المجال $]0, +\infty[$

ثم نتمم الرسم بإنشاء المماثل بالنسبة لأصل المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ج – جدول تغيرات g.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
g(x)	↗	‖	↗

تمرين 14:

لتكن الدالة f و g المعرفين بما يلي :

$f(x) = x^2 - 2x + 2$ و $g(x) = \frac{x}{x - 1}$

(Cf) و(Cg) هما المنحنيان الممثلان لــ f و g المعلم المتعامد والمنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ و$\Omega(1 , 1)$ نقطة من (P)

1 - حدد معادلتي (Cf) و (Cg) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

2 - أنشئ (Cf) و (Cg) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

3 - لتكن الدالة h المعرفة بما يلي :

$h(x) = x^2 - 2x + 2 + \frac{x}{1 - x}$

أدرس مبيانيا إشارة الدالة h(x).

الجواب :

1 - معادلة (Cf) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي :

$y = f(x)$

يعني $y = x^2 - 2x + 2$

يعني $y = x^2 - 2x + 1 + 1$

يعني $y - 1 = (x - 1)^2$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$

معادلة (Cf) تصبح $Y = X^2$ في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\Omega(1 , 1)$.

معادلة (C_g) في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$ هي :

$y = g(x)$

يعني $y = \frac{x}{x - 1}$

يعني $y = \frac{x - 1 + 1}{x - 1}$

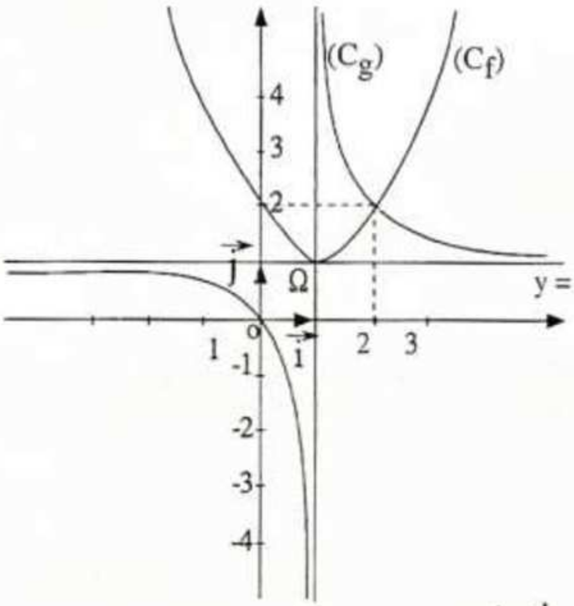
يعني $y = 1 + \frac{1}{x - 1}$

يعني $y - 1 = \frac{1}{x - 1}$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{1}{X}$ في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

2 - (Cf) شلجم رأسه $\Omega(1 , 1)$ وموجه نحو الأعلى (Cg) هذلول مركزه $\Omega(1 , 1)$ ومقارباه المستقيمان $x = 1$ و $y = 1$.



3 - لدينا

$h(x) = x^2 - 2x + 2 + \frac{x}{1 - x}$

$= x^2 - 2x + 2 - \frac{x}{x - 1}$

$h(x) = f(x) - g(x)$

$h(x) \geqslant 0$ يعني $f(x) - g(x) \geqslant 0$

يعني $f(x) \geqslant g(x)$

يعني x توجد في المجال الذي يكون فيه (C_f) فوق (C_g).

إذن :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$h(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

تمرين 15:

نعتبر الدالة المعرفة بـ :

$$g(x) = \frac{x-2}{x-1}$$

1 - تحقق أن :

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x-1} \quad \text{لكل} \quad x \in D_f$$

2 - أ – أحسب معدل تغيرات f.

ب – اعط جدول تغيرات f.

3 - أ – بين أن (C_f) هذلول محددا عناصره المميزة.

ب – أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

4 - حل مبيانيا المتراجحة $f(x) > 0$

5 - نعتبر الدالة المعرفة بـ :

$$g(x) = x^2 - 2x + 3$$

أ – بين أن (C_g) عبارة عن شلجم حدد عناصره المميزة.

ب – أنشئ (C_g) في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ج – حل مبيانيا المتراجحة $\frac{g(x)}{f(x)} > 0$

(α هو حل المعادلة $f(x) = g(x)$ غير مطلوب تحديده).

الجواب :

1 - لدينا

$$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$1 - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1-1}{x-1} = \frac{x-2}{x-1} = f(x)$$

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x-1} \quad \text{لكل} \quad x \in D_f$$

2 - أ - ليكن x و y من D_f بحيث $x \neq y$

لدينا :

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{\frac{x-2}{x-1} - \frac{y-2}{y-1}}{x-y}$$

$$= \frac{(x-2)(y-1) - (x-1)(y-2)}{(x-1)(y-1)(x-y)}$$

$$= \frac{xy - x - 2y + 2 - xy + 2x + y - 2}{(x-1)(y-1)(x-y)}$$

$$= \frac{x-y}{(x-1)(y-1)(x-y)}$$

$$\frac{f(x) - f(y)}{x-y} = \frac{1}{(x-1)(y-1)}$$

ب – في المجال $]0, +\infty[$ لدينا :

لدينا
$$\begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \end{cases}$$

إذن
$$\begin{cases} x - 1 > 0 \\ y - 1 > 0 \end{cases}$$

ومنه $(x-1)(y-1) > 0$

إذن $\dfrac{1}{(x - 1)(y - 1)} > 0$

وبالتالي f تزايدية على المجال $]1 , +\infty[$

في المجال $]-\infty , 1[$ لدينا :

$$\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases}$$

إذن $\begin{cases} x - 1 < 0 \\ y - 1 < 0 \end{cases}$

إذن $(x - 1)(y - 1) > 0$

ومنه $\dfrac{1}{(x - 1)(y - 1)} > 0$

وبالتالي f تزايدية على المجال $]-\infty , 1[$

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$ 1	1 $+\infty$
f(x)	↗	↗

3 - أ – معادلة (Cf) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$$y = f(x)$$

يعني $y = 1 - \dfrac{1}{x - 1}$

يعني $y - 1 = -\dfrac{1}{x - 1}$

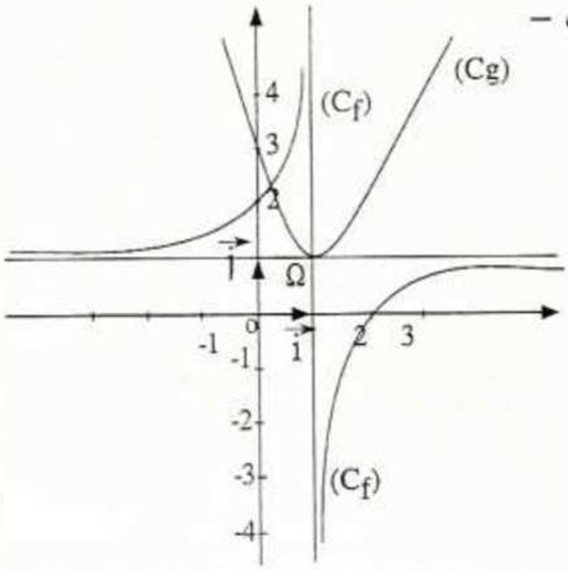
نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \dfrac{-1}{X}$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $\Omega\,(1 , 1)$.

وبالتالي (Cf) هذلول مركزه Ω ومقارباه المستقيمان $x = 1$ و $y = 1$.

ب –



4 - $f(x) > 0$ يعني x يوجد في المجال الذي يكون فيه (Cf) فوق محور الأفاصيل.

$$S =]-\infty , 1[\cup]2 , +\infty[$$

5 - أ – معادلة (Cg) في المعلم $(O , \vec{i} , \vec{j})$

هي $y = f(x)$

يعني $y = x^2 - 2x + 3$

يعني $y = x^2 - 2x + 1 + 2$

يعني $y = (x - 1)^2 - 2$

يعني $y - 2 = (x - 1)^2$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $\Omega'\,(1 , 1)$.

إذن (C_g) شلجم رأسه Ω' موجه نحو الأعلى ومحور تماثله المستقيم $x = 1$

طريقة 2 :

(C_g) شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{2}{2}, g(1)\right)$ أي

$\Omega(1, 1)$

ج – $\frac{g(x)}{f(x)} > 1$ يعني $\frac{g(x)}{f(x)} - 1 > 0$

يعني $\frac{g(x) - f(x)}{f(x)} > 0$

جدول الإشارة

x	$-\infty$		α		1		2		$+\infty$
$g(x) - f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$		$+$		$-$		$+$	
$\frac{g(x) - f(x)}{f(x)}$		$+$	0	$-$	‖	$-$		$+$	

وبالتالي : $S =]-\infty, \alpha[\cup]2, +\infty[$

تمرين 16:

لتكن f و g الدالتين المعرفتين بـــ :

$f(x) = x^2 - 2x + 3$ و $g(x) = \frac{2x - 1}{x - 1}$

(C) و (C') منحنياهما على التوالي في معلم متعامد وممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 - أحسب $f(0)$; $f(2)$; $g(2)$

2 - حدد زوج احداثيتي كل من نقط تقاطع (C') مع محوري المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3 - أثبت أن $Y = X^2$ و $Y = \frac{1}{X}$ هما معادلتان ديكارتيتان لـــ (C) و (C') على التوالي في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\vec{O\Omega} = \vec{i} + 2\vec{j}$

4 - أنشئ (C) و (C')

5 - حل مبيانيا المتراجحة :

$g(x) - f(x) \leqslant 0$

6 - ناقش تبعا لقيم عدد حلول المعادلة :

$(E) \qquad x^2 - 2x + 3 - m = 0$

7 - نعتبر الدالة h المعرفة بـــ :

$h(x) = x^2 + 2|x| + 3$

أ – بين أن h دالة زوجية.

ب – بين أن لكل $x \leqslant 0$ $h(x) = f(x)$

ج – استنتج تغيرات الدالة h

الجواب :

1 - لدينا :

$f(0) = 3 \qquad f(2) = 3 \qquad g(2) = 3$

2 - التقاطع مع محور الأفاصيل

$g(x) = 0$ يعني $\frac{2x - 1}{x - 1} = 0$

يعني $2x - 1 = 0$

يعني $x = \frac{1}{2}$

إذن (C') يقطع محور الأفاصيل في $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

(C') يقطع محور الأراتيب في $B(0, g(0))$

أي $B(0, 1)$

3 - معادلة (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$y = f(x)$

يعني $y = x^2 - 2x + 3$

يعني $y = x^2 - 2x + 1 + 2$

يعني $y - 2 = (x - 1)^2$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = X^2$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$

حيث $\Omega(1, 2)$ أي $\vec{O\Omega} = \vec{i} + 2\vec{j}$

– معادلة (C') في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$y = g(x)$

يعني $y = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$

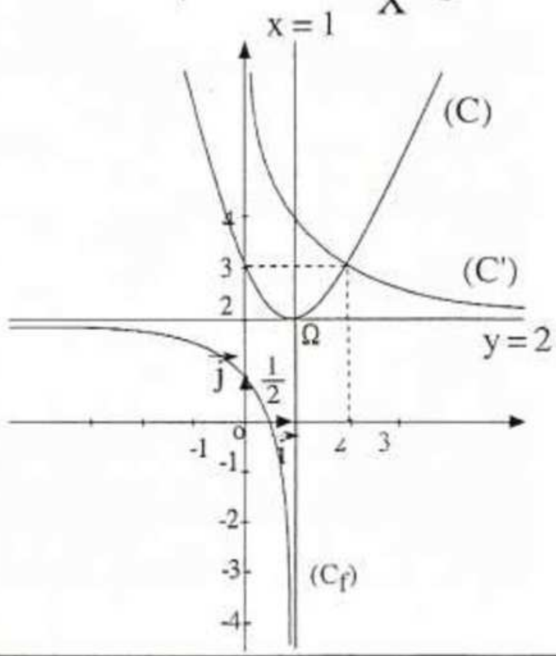
يعني $y = \dfrac{2(x - 1) + 1}{x - 1}$

يعني $y = 2 + \dfrac{1}{x - 1}$

يعني $y - 2 = \dfrac{1}{x - 1}$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \dfrac{1}{X}$ في المعلم $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$



5 - $g(x) - f(x) \leqslant 0$ يعني $g(x) \leqslant f(x)$

يعني x يوجد في المجال الذي يكون فيه (Cg) تحت (Cf).

إذن $S =]-\infty , 1[\cup]2 , +\infty[$

6 - $x^2 - 2x + 3 - m = 0$

يعني $x^2 - 2x + 3 = m$

يعني $f(x) = m$

عدد حلول المعادلة هو عدد نقط تقاطع (Cf) مع المستقيم الذي معادلته $y = m$.

إذا كان $m = 2$ هناك حل وحيد.

إذ كان $m > 2$ هناك حلان مختلفان.

إذا كان $m < 2$ ليس هناك حل.

7 - لدينا :

$h(x) = x^2 + 2|x| + 3$

أ – لدينا

$D_h = \mathbb{R}$

لكل $x \in D_h$ لدينا $-x \in D_h$

$h(-x) = (-x)^2 + 2|-x| + 3$

$= x^2 + 2|x| + 3$

$h(-x) = h(x)$

إذن h دالة زوجية

ب – لكل $x \leqslant 0$ لدينا $|x| = -x$

$h(x) = x^2 + 2|x| + 3$

$= x^2 - 2x + 3$

إذن $h(x) = f(x)$ لكل $x \leqslant 0$

ج – جدول تغيرات h.

لدينا $f = h$ في $]-\infty , 1]$ إذن h و f لهما نفس التغيرات على $]-\infty , 0]$

إذن h تناقصية على $]-\infty , 0]$ وبما أنها زوجية فإن h تزايدية على $[0 , +\infty[$

تمرين 17:

لتكن الدالة f المعرفة بمايلي :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 2}{x^2 \ 4}$$

1 - حدد Df مجموعة تعريف f ثم ادرس زوجية f

2 - نضع $g(x) = f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^+ \cap Df$

بين أن $g(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$

3 - أ – حدد طبيعة (Cf) وعناصره المميزة.

ب – أنشئ (Cg) ثم استنتج (Cg) في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

4 - حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة :

$$x^2 (1 - m) - 3|x| + 2(1 + 2m) = 0$$

وذلك حسب قيم x

الجواب :

1 - $x \in Df$ يعني $x^2 - 4 \neq 0$

يعني $x^2 \neq 4$

يعني $x^2 \neq 2$ و $x \neq -2$

ومنه $Dg = \mathbb{R} - \{-2 , 2\}$

لكل $x \in Df$ لدينا $-x \in Df$

$$f(-x) = \frac{x^2 - 3|x| + 2}{(-x)^2 \ 4}$$

$$= \frac{x^2 - 3|x| + 2}{x^2 \ 4}$$

$$f(-x) = f(x)$$

إذن f دالة زوجية.

2 - لدينا : لكل $x \in Df \cap \mathbb{R}^+$ $|x| = -x$

$$g(-x) = \frac{x^2 - 3|x| + 2}{x^2 \ 4}$$

$$= \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 \ 4}$$

$$= \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$= \frac{x - 1}{x + 2}$$

$$= \frac{x + 2 - 3}{x + 2}$$

إذن $g(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$

3 - أ – لنحدد طبيعة (Cf)

معادلة (Cg) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هي :

$$y = g(x)$$

$$x \in Df \cap \mathbb{R}^+$$

يعني $y = 1 - \frac{3}{x+2}$

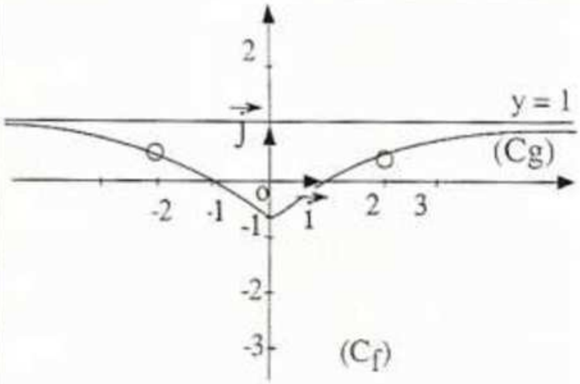
يعني $y - 1 = -\frac{3}{x+2}$

نضع $\begin{cases} X = x + 2 \\ Y = y - 1 \end{cases}$

معادلة (Cg) في $Df \cap \mathbb{R}^+$ تصبح $Y = \frac{-3}{X}$

إذن (Cg) جزء من هذلول مركزه $\Omega(-2 , 1)$

ومقارباه $x = -2$ و $y = 1$.



- 4

$x^2(1 - m) - 3|x| + 2(1 + 2m) = 0$

$x^2 - mx^2 - 3|x| + 2 + 4m = 0$

يعني $x^2 - 3|x| + 2 = m(x^2 - 4)$

$\frac{x^2 - 3|x| + 2}{(x)^2 \; 4} = m$ و $(|x| \neq 2)$

يعني $f(x) = m$

عدد حلول المعادلة هو عدد نقط تقاطع (Cf) والمستقيم $y = m$

إذا كان $m = -\frac{1}{2}$ هناك حل وحيد.

إذا كان $m < -\frac{1}{2}$ ليس هناك حل .

إذا كان $m = \frac{1}{4}$ ليس هناك حل.

إذا كان $-\frac{1}{2} < m < 1$ و $m \neq -\frac{1}{4}$ هناك حلين مختلفين

إذا كان $m \geqslant 1$ ليس هناك حل.

تمرين 18:

1 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$4x - x^2 = 2 + \frac{1}{x - 1}$$

2 - أنشئ في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المتعامد والممنظم المنحنيان (Cf) و (Cg) حيث :

$$f(x) = 4x - x^2 \qquad g(x) = 2 + \frac{2}{x - 1}$$

وحدد احداثيتي نقط تقاطعهما.

3 - استنتج التمثيل المبياني للدالة h المعرفة بما يلي :

نضع

$$\begin{cases} h(x) = g(x) & x \in]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[\\ h(x) = f(x) & x \in]0, 2[\end{cases}$$

4 - حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $h(x) = m$ حيث $m \in \mathbb{R}$

الجواب :

1 - مجموعة تعرف المعادلة $D : \mathbb{R} - \{2\}$

تكافئ $4x - x^2 = 2 + \frac{2}{x - 1}$

تكافئ $4x - x^2 = \frac{2x - 2 + 2}{x - 1}$

يعني $x(4 - x)(x - 1) = 2x$

يعني $x(4 - x)(x - 1) - 2x = 0$

يعني $x[(4 - x)(x - 1) - 2] = 0$

يعني $x[(4 - x)(x - 1) - 2] = 0$

يعني $x = 0$ أو $(4 - x)(x - 1) - 2 = 0$

يعني $x = 0$ أو $4x - 4 - x^2 + x - 2 = 0$

يعني $x = 0$ أو $-x^2 + 5x - 6 = 0$

بالنسبة للمعادلة $-x^2 + 5x - 6 = 0$

لدينا $\Delta = 25 - 4(-1) \times (-6) = 1$

إذن $x = \frac{-5+1}{-2} = 2$ أو $x = \frac{-5-1}{-2} = 3$

إذن $S = \{0 , 2 , 3\}$

2 - معادلة (Cg) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي :

$$y = f(x)$$

يعني $y = 2 + \frac{2}{x-1}$

يعني $y - 2 = -\frac{2}{x-1}$

نضع $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 2 \end{cases}$

المعادلة تصبح $Y = \frac{2}{X}$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

حيث $\Omega(1 , 2)$ إذن (Cf) هذلول مركزه $\Omega(1 , 2)$ ومقارباه $x = 1$ و $y = 2$

معادلة (Cf) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي :

$$y = f(x)$$

يعني $y = 4x - x^2$

يعني $y = -(x^2 - 4x)$

يعني $y = -(x^2 - 4x + 4 - 4)$

يعني $y = -(x - 2)^2 + 4$

يعني $y - 4 = -(x - 2)^2$

نضع $\begin{cases} X = x - 2 \\ Y = y - 4 \end{cases}$

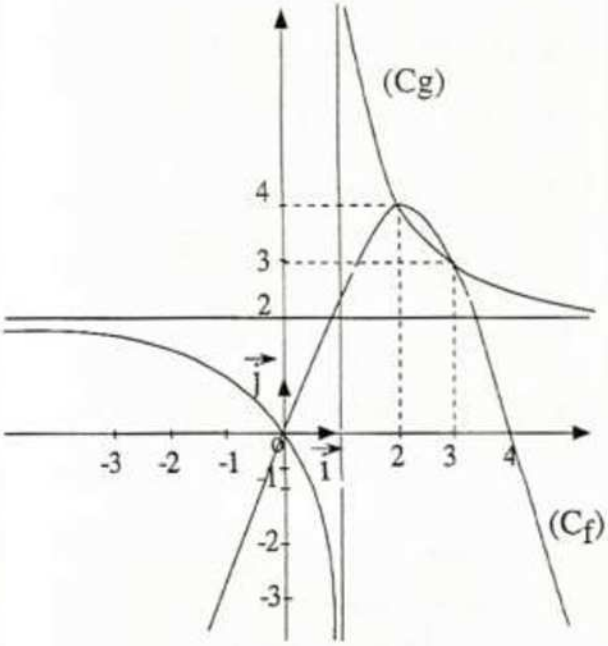
المعادلة تصبح $Y = -X^2$ في المعلم $(\Omega',\vec{i},\vec{j})$ حيث $\Omega'(2 , 4)$.

4 - لدينا $h(x) = m$ يعني x أفصول نقطة تقاطع (C_h) مع المستقيم الذي معادلته

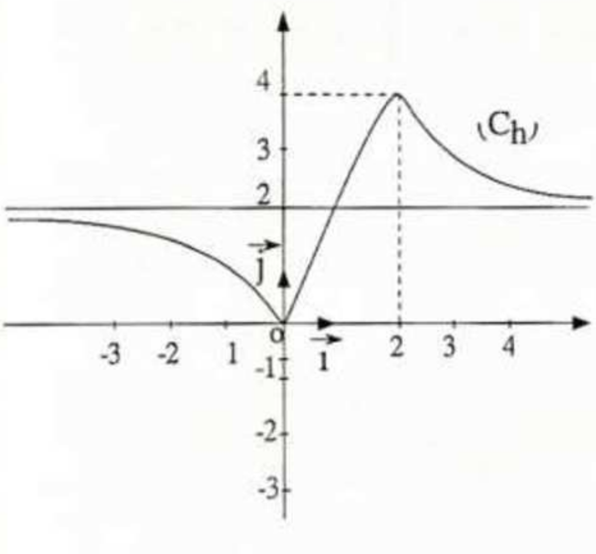
(Δ) $y = m$

إذن :

- إذا كان $m = 2$ و $m = 4$ أو $m = 0$ هناك حل وحيد.
- إذا كان $m > 4$ أو $m < 0$ فإن $S = \phi$
- إذا كان $0 < m < 2$ أو $2 < m < 4$ هناك حلان مختلفان



- 3



تمرين1

نعتبر f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ: $f(x)=x|x|-4x$

1 – أدرس زوجية الدالة f

2 – أ) بين أن لكل عنصرين مختلفين x و y من $[0;+\infty[$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=x+y-4$$

ب) حدد رتابة f على كل من $[0;2]$ و $]2;+\infty[$ و استنتج رتابة f على كل من $[-2;0]$ و $]-\infty;-2[$

ج) اعط جدول تغيرات الدالة f

-3 حدد مطاريف الدالة f إن وجدت

-4 حدد تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذا المعادلة $y=-2x$

$f(x)=x|x|-4x$

1 – ندرس زوجية الدالة f

لدينا $D_f=\mathbb{R}$

لكل x من $\mathbb{R}$: $-x\in\mathbb{R}$

$f(-x)=-x|-x|+4x=-(x|x|-4x)=-f(x)$

إذن f دالة فردية

2 – أ) نبين أن لكل عنصرين مختلفين x و y من $[0;+\infty[$: $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=x+y-4$

لدينا لكل x من $[0;+\infty[$: $f(x)=x^2-4x$

ليكن x و y من $[0;+\infty[$ حيث $x\neq y$:

$$\begin{aligned}\frac{f(x)-f(y)}{x-y}&=\frac{x^2-4x-y^2+4y}{x-y}\\&=\frac{(x-y)(x+y)-4(x-y)}{x-y}\\&=\frac{(x-y)(x+y-4)}{x-y}\\&=x+y-4\end{aligned}$$

ب) نحدد رتابة f على كل من $[0;2]$ و $]2;+\infty[$ و نستنتج رتابة f على كل من $[-2;0]$ و $]-\infty;-2[$

* ليكن x و y من $[0;2[$ حيث $x\neq y$ ومنه $0\le x\prec 2$ و $0\le y\prec 2$

و بالتالي $0\le x+y\prec 4$ أي $-4\le x+y-4\prec 0$

ومنه $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}\prec 0$

إذن f تناقصية قطعا على $[0;2]$ و حيث أن f فردية فان f تناقصية قطعا على $[-2;0]$

* ليكن x و y من $]2;+\infty[$ حيث $x\neq y$ ومنه $x\succ 2$ و $y\succ 2$

وبالتالي $x+y-4\succ 0$ أي $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}\succ 0$

إذن f تزايدية قطعا على $]2;+\infty[$ ومنه f تزايدية قطعا على $]-\infty;-2]$

ج) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ -2 2 $+\infty$
f	↗ 4 ↘ -4 ↗

3- نحدد مطاريف الدالة f

بما أن f تزايدية على كل من $]2;+\infty[$ و $]-\infty;-2]$ و تناقصية على $[-2;2]$ فان f تقبل قيمة قصوى عند 2- هي 4 و قيمة دنيا عند 2 هي 4-.

4- نحدد تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذا المعادلة $y=-2x$

تحديد تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (D) يرجع إلى حل المعادلة $x|x|-4x=-2x$

$x|x|-4x=-2x$ تكافئ $x|x|-2x=0$

تكافئ $x(|x|-2)=0$

تكافئ $x=0$ أو $|x|=2$

تكافئ $x=0$ أو $x=2$ أو $x=-2$

إذن المنحنى (C_f) و المستقيم (D) يتقاطعان في النقط ذات الأفاصيل 0 و 2 و 2-

تمرين2

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\dfrac{-x}{x^2-1}$

1- حدد D_f و بين أن f دالة فردية

2- يبن أن لكل عنصرين مختلفين a و b من D_f

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}$$

3- حدد منحى تغيرات f على $[0;1[$ و $]1;+\infty[$ و استنتج منحى تغيراتها على $]-1;0]$ و $]-\infty;-1[$

4- أعط جدول تغيرات f

الحل

$$f(x)=\frac{-x}{x^2-1}$$

1- نحدد D_f

*- ليكن $x\in\mathbb{R}$

$x\in D_f$ يكافئ $x^2-1\neq 0$

تكافئ $x^2\neq 1$

تكافئ $x\neq 1$ و $x\neq -1$

إذن $D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}$

*- نبين أن f دالة فردية

لكل x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $-x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$

لتكن $x\in\mathbb{R}-\{-1;1\}$

$$f(-x)=\frac{-(-x)}{(-x)^2-1}=-\frac{-x}{x^2-1}=-f(x)$$

إذن f دالة فردية

1- نبين أن لكل عنصرين مختلفين a و b من D_f $\quad \dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=\dfrac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}$

ليكن a و b من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ حيث $a\neq b$

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{\frac{-a}{a^2-1}-\frac{-b}{b^2-1}}{a-b}=\frac{-a(b^2-1)+b(a^2-1)}{(a^2-1)(b^2-1)}\times\frac{1}{a-b}$$

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{-ab^2+a+ba^2-b}{(a^2-1)(b^2-1)(a-b)}=\frac{ab(a-b)+a-b}{(a^2-1)(b^2-1)(a-b)}$$

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{(a-b)(ab+1)}{(a^2-1)(b^2-1)(a-b)}=\frac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}$$

2- نحدد منحى تغيرات f على $[0;1[$ و $]1;+\infty[$ و نستنتج منحى تغيراتها على $]-1;0]$ و $]-\infty;-1[$

لدينا لكل عنصرين مختلفين a و b من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ $\quad \dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=\dfrac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}$

ليكن a و b من $[0;1[$

ومنه $0\leq b\prec 1 \quad ; \quad 0\leq a\prec 1$ و بالتالي $0\leq b^2\prec 1 \quad et \quad 0\leq a^2\prec 1 \quad et \quad 0\leq ab\prec 1$

ومنه $-1\leq b^2-1\prec 0 \quad et \quad -1\leq a^2-1\prec 0 \quad et \quad 1\leq ab+1\prec 2$

إذن $\dfrac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}\succ 0$ ومنه f تزايدية على $[0;1[$

و حيث أن f فردية فان f تزايدية على $]-1;0]$

ليكن a و b من $]1;+\infty[$

ومنه $b\succ 1 \quad ; \quad a\succ 1$ و بالتالي $b^2\succ 1 \quad et \quad 0\leq a^2\succ 1 \quad et \quad ab\succ 1$

ومنه $b^2-1\succ 0 \quad et \quad a^2-1\succ 0 \quad et \quad ab+1\succ 2$

إذن $\dfrac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}\succ 0$ ومنه f تزايدية على $]1;+\infty[$

و حيث أن f فردية فان f تزايدية على $]-\infty;-1[$

3- جدول تغيرات f

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f	$\nearrow$		$\nearrow$		$\nearrow$

تمارين

تمرين1

حدد مجموعة تعريف الدالة f في الحالات التالية

(a $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+3}$; (b $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2-x-1}$

(c $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$ (d $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-3x+2}}$

(e $\begin{cases} f(x)=\sqrt{1-x} & x\geq -1 \\ f(x)=\dfrac{1}{x+1} & x\prec -1 \end{cases}$

تمرين2

مثل مبيانيا الدوال f و g و h حيث

$f(x)=-3x+6$; $g(x)=|2x+1|$ $\begin{cases} h(x)=-2 & x\geq 1 \\ h(x)=-x-1 & x\prec 1 \end{cases}$

تمرين 3

أدرس زوجية الدالة f في الحالات التالية

(a $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3}$; (b $f(x)=\dfrac{x^3}{|x|-1}$

(c $f(x)=x^2-2x$; (d $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

(e $f(x)=|x+2|-|x-2|$

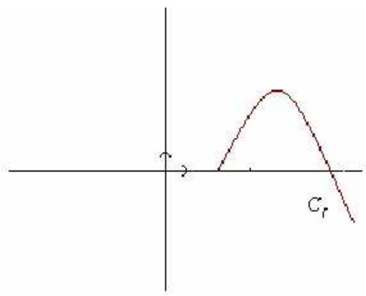
(g $\begin{cases} f(x)=2x+1 & x\geq 0 \\ f(x)=-2x+1 & x\prec 0 \end{cases}$

تمرين4

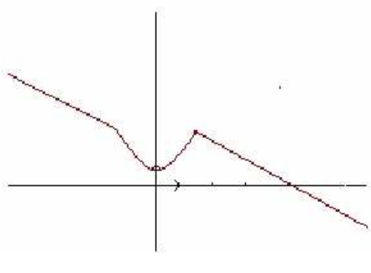
1- أتمم المنحنى C_f في الحالتين

أ- f دالة زوجية

ب- f دالة فردية



2- f دالة عددية منحناها كما يلي



هل f زوجية

تمرين5

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\dfrac{x^2+|x|}{|x|}$

1- حدد D_f و بين أن f دالة زوجية

2- أنشئ المنحنى C_f في مستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

تمرين6

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=x^2-4x+5$

1- أدرس رتابة f على كل من $]2;+\infty[$; $]-\infty;2]$ و أعط جدول تغيراتها

2- حدد تقاطع C_f و محور الأفاصيل

3- حدد تقاطع C_f و المستقيم ذا المعادلة $y=x+1$

تمرين7

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3}$

أدرس تغيرات f

تمرين8

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\dfrac{-1}{x^2+1}$

1- أدرس زوجية f

2- بين أن لكل عنصرين مختلفين a و b من $\mathbb{R}$ $\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=\dfrac{a+b}{(a^2+1)(b^2+1)}$

3- حدد منحى تغيرات f على $[0;+\infty[$ و استنتج منحى تغيراتها على $]-\infty;0]$

4- أعط جدول تغيرات f و حدد قيمة قصوى للدالة f

تمرين9

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=x^3-3x$

1- أدرس زوجية f

2- أدرس منحى تغيرات f على $[0;1]$ و على $[1;+\infty[$ و أعط جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$

3- استنتج مطاريف الدالة f

تمرين10

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$

1- حدد D_f و أدرس زوجية f

2- أدرس رتلبة f على كل من $[0;2[$ و $]2;+\infty[$ و أعط جدول تغيرات f على D_f

3- استنتج مطاريف الدالة f إن وجدت

تمرين11

نعتبر $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2}$

1- حدد D_f ، حل المعادلة $f(x)=1$

2- بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$ $f(x)\le 1$ استنتج مطرافا لـ f

تمرين12

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\frac{-x}{x^2-1}$

1- حدد D_f و بين أن f دالة فردية

2- يبن أن لكل عنصرين مختلفين a و b من D_f $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{ab+1}{(a^2-1)(b^2-1)}$

3- حدد منحى تغيرات f على $]0;1[$ و $]1;+\infty[$ و استنتج منحى تغيراتها على $]-1;0]$ و $]-\infty;-1[$

4- أعط جدول تغيرات f

تمرين13

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\frac{x^2}{|x|-1}$

1- D_f و بين أن f دالة زوجية

2- يبن أن لكل عنصرين مختلفين x و y من $\mathbb{R}^+-\{1\}$ $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{(x-1)(y-1)-1}{(x-1)(y-1)}$

3- حدد رتابة f على $[0;1[$ و $]1;2]$ و $[2;+\infty[$

4- أعط جدول تغيرات f على D_f

استنتج مطاريف f إن وجدت

تمرين 14

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\frac{x^2+2}{x}$

1- بين أن f فردية

2- أثبت لكل x و y من $\mathbb{R}^*$ حيث $x\neq y$ لدينا $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{xy-2}{xy}$

3- أ- أدرس رتابة f على كل من $]0;\sqrt{2}]$; $[\sqrt{2};+\infty[$

ب- أعط جدول تغيرات على $\mathbb{R}^*$

د- استنتج مطاريف الدالة f إن وجدت.

تمرين15

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ

$$\begin{cases} f(x)=x^2-4x & x\geq 0 \\ f(x)=\frac{x}{x-2} & x\prec 0 \end{cases}$$

1- أحسب $f(2)$; $f\left(\frac{-1}{2}\right)$; $f\left(\frac{-3}{2}\right)$

2- أدرس رتابة على كل من $[0;2]$ و $[2;+\infty[$ و $]-\infty;0]$

3- أ- أعط جدول تغيرات f

ب- استنتج مطاريف f إن وجدت

تمارين و حلول

تمرين1

نعتبر f و g دالتين عدديتين لمتغير حقيقي حيث $f(x)=x^2-2x \quad ; \quad g(x)=\dfrac{-2x-1}{-2x+1}$

1 - حدد مجموعة تعريف الدالة g

2 - أعط جدول تغيرات لكل دالة من الدالتين f و g

3- أ) أنقل الجدول التالي و أتممه

x	-1	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	3
$f(x)$					
$g(x)$					

ب) حدد تقاطع C_f و محور الافاصيل

ج) أنشئ المنحنيين C_f و C_g في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

الجواب

$$f(x)=x^2-2x \quad ; \quad g(x)=\frac{-2x-1}{-2x+1}$$

1 - نحدد مجموعة تعريف الدالة g

ليكن $x\in\mathbb{R}$ $\qquad$ $-2x+1\neq 0$ تكافئ $\qquad x\neq\dfrac{1}{2}$ $\qquad$ إذن $D_f=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

2 - نعطي جدول تغيرات لكل دالة من الدالتين f و g

جدول تغيرات f $\quad a=1 \quad \dfrac{-b}{2a}=1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f	$\searrow$	-1	$\nearrow$

جدول تغيرات g $\quad$ لدينا $\begin{vmatrix}-2 & -1\\ -2 & 1\end{vmatrix}=-4$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
g	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

3- أ - نتمم الجدول

x	-1	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	3
$f(x)$	3	$\frac{5}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	3
$g(x)$	$\frac{1}{3}$	0	-1	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{5}$

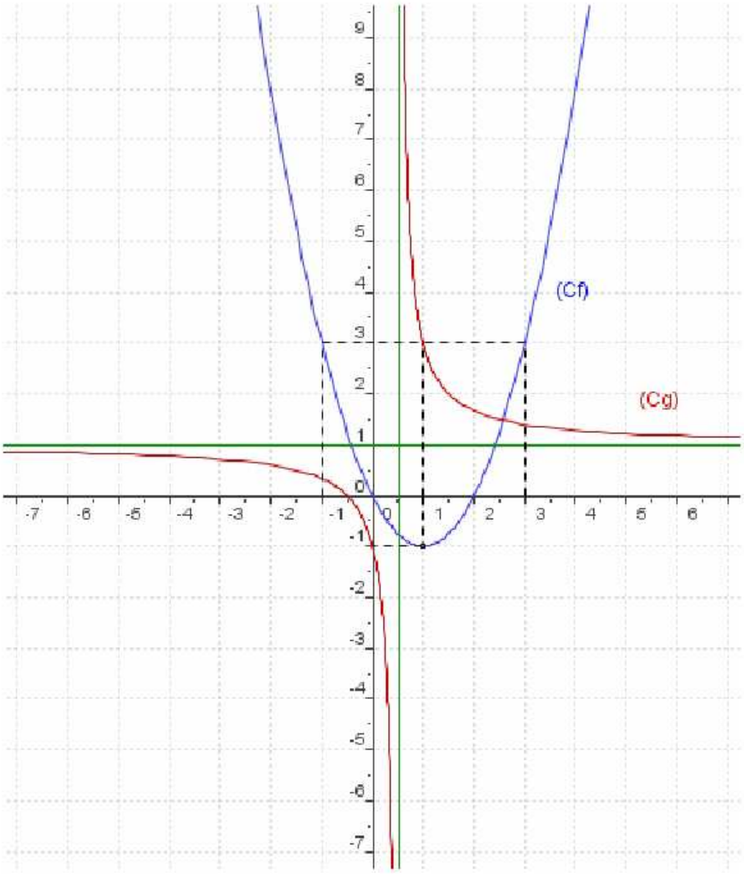
ب) نحدد تقاطع C_f و محور الافاصيل

ليكن $x\in\mathbb{R}$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-2x=0$$
$$\Leftrightarrow x=0 \quad ou \quad x=2$$

إذن C_f يقطع محو الافاصيل في النقطتين ذات الافصولين 0 و 2 على التوالي

ج) إنشاء المنحنيين C_f و C_g في نفس المعلم المتعامد الممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$



تمرين2

لتكن f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين بـ

$$g(x)=x^2-3|x| \qquad f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$$

وليكن C_f و C_g منحنييهما على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- حدد D_f

ب- أحسب $f(2)$ و$g(2)$ و$f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g(4)$

2- أعط جدول تغيرات f

3- أ- أدرس زوجية g

ب- بين أن g تناقصية على $\left[0;\frac{3}{2}\right]$ و تزايدية على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

د- أعط جدول تغيرات g على $\mathbb{R}$

4- حدد تقاطع C_g و محور الأفاصيل

5 - أ- أنشئ C_f و C_g

ب- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=g(x)$

ج – حل مبيانيا المتراجحة $x^2-3|x|\geq 0$

الجواب

$$g(x)=x^2-3|x| \qquad f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$$

2- أ- نحدد D_f

لتكن $x \in \mathbb{R}$

$x \in D_f$ تكافئ $x-1 \neq 0$

تكافئ $x \neq 1$

إذن $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

ب- نحسب $f(2)$ و$g(2)$و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g(4)$

$$f(2) = \frac{4-1}{2-1} = 3 \quad ; \quad g(2) = 4-6 = -2 \quad ; \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \quad ; \quad g(4) = 16-12 = 4$$

2- نحدد تغيرات f

لدينا $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1$ ومنه f تناقصية على كل من $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$

جدول تغيرات f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f	$\searrow$	‖	$\searrow$

3- أ- ندرس زوجية g

لكل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $-x \in \mathbb{R}$

$$g(-x) = (-x)^2 - 3|-x| = x^2 - 3|x| = g(x)$$

g دالة زوجية

ب- بين أن g تناقصية على $\left[0;\frac{3}{2}\right[$ و تزايدية على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

لدينا $g(x) = x^2 - 3x$ لكل x من $[0;+\infty[$

$$a=1 \quad b=-3 \quad c=0 \qquad\qquad \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$$

معامل x^2 هو العدد الموجب 1 و منه الدالة $x \to x^2 - 3x$ تزايدية $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ و تناقصية على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$

اذن g تناقصية على $\left[0;\frac{3}{2}\right[$ و تزايدية على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

د- نعطي جدول تغيرات g على $\mathbb{R}$

لدينا g تناقصية على $\left[0;\frac{3}{2}\right[$ و تزايدية على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

و حيث أن g زوجية فان g تزايدية على $\left]-\frac{3}{2};0\right]$ و تناقصية على $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]$

جدول تغيرات g

x	∞ -		$-\frac{3}{2}$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
g		$\searrow$	$\frac{9}{4}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$\frac{9}{4}$	$\nearrow$	

4- نحدد تقاطع C_g و محور الأفاصيل

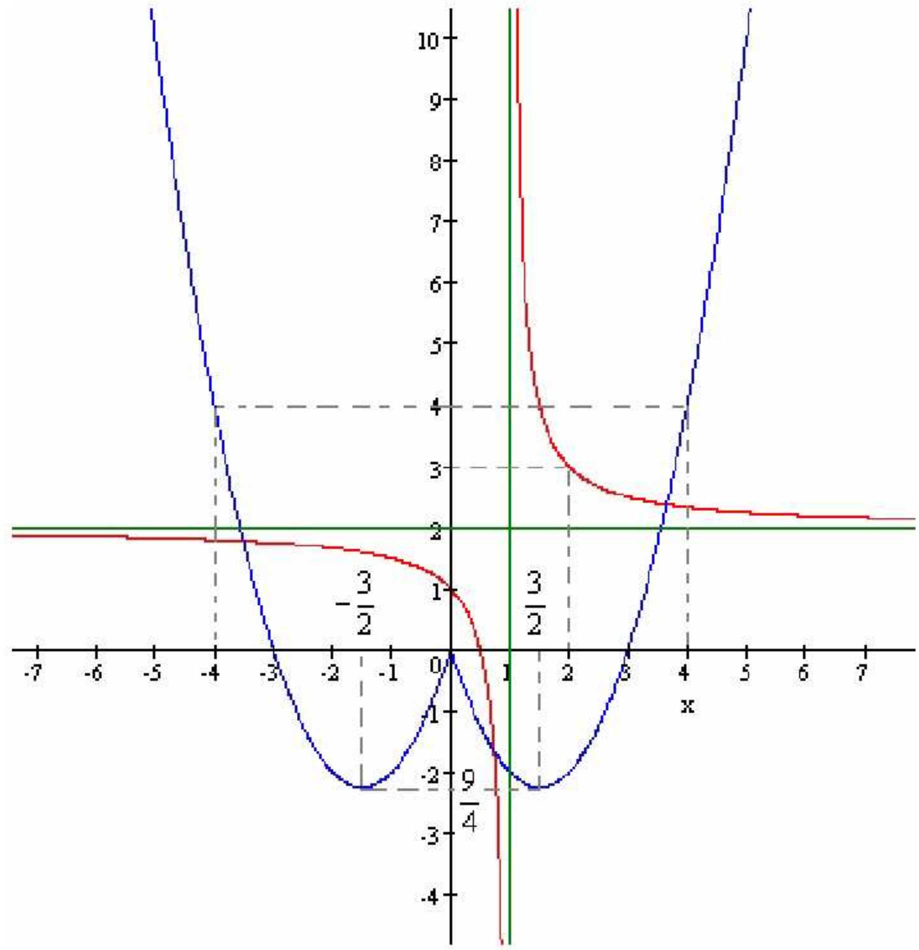
بما أن g زوجية فانه يكفي تحديد تقاطع C_g و محور الأفاصيل على $\mathbb{R}^+$ و استنتاج التقاطع على $\mathbb{R}^-$

ليكن $x \in \mathbb{R}^+$: $\quad g(x) = 0$ تكافئ $x^2 - 3x = 0$

تكافئ $x = 0$ أو $x = 3$

إذن C_g و محور الأفاصيل يتقاطعان في النقط ذات الأفاصيل 0 و 3 و 3- على التوالي

5 - أ- ننشئ C_f و C_g



ب- نحدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=g(x)$

من خلال التمثيل المبياني نلاحظ أن C_f و C_g يتقاطعان في ثلاث نقط

ومنه للمعادلة $f(x)=g(x)$ ثلاثة حلول

ج – نحل مبيانيا المتراجحة $x^2-3|x|\geq 0$

$x^2-3|x|\geq 0$ تكافئ $g(x)\geq 0$ تكافئ C_g فوق محور الأفاصيل

من خلال التمثيل المبياني يتضح أن C_g فوق محور الأفاصيل أو ينطبقان في $]-\infty;-3]\cup[3;+\infty[\cup\{0\}$

إذن $S=]-\infty;-3]\cup[3;+\infty[\cup\{0\}$

تمرين3

لتكن f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين بـ

$$f(x)=x^2-x \qquad\qquad g(x)=\frac{2|x|-1}{|x|-1}$$

وليكن C_f و C_g منحنييهما على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

3- أ- حدد D_g

ب- أحسب $f(2)$ و$g(2)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g(0)$ و $g\left(\frac{1}{2}\right)$

2- أ- أعط جدول تغيرات f

ب- حدد طبيعته المنحنى C_f

3- أ- بين أن g دالة زوجية

ب- حدد تغيرات g و أعط جدول تغيراتها

4- أ- أنشئ C_f و C_g

ب- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f(x)=g(x)$

الجواب

$$g(x)=\frac{2|x|-1}{|x|-1} \qquad f(x)=x^2-x$$

4- أ- نحدد D_g

ليكن $x\in\mathbb{R}$

$x\in D_g$ تكافئ $|x|-1\neq 0$

تكافئ $|x|\neq 1$

تكافئ $x\neq 1$ و $x\neq -1$

إذن $D_g=\mathbb{R}-\{1;-1\}$

ب- نحسب $f(2)$ و $g(2)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $g(0)$ و $g\left(\frac{1}{2}\right)$

$$g(2)=\frac{2\times 2-1}{2-1}=3 \quad ; \quad f(2)=2^2-2=4-2=2$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{2\times\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}-1}=0 \quad ; \quad g(0)=\frac{2\times 0-1}{0-1}=1 \quad ; \quad f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{-1}{4}$$

2- أ- نعطي جدول تغيرات f

لدينا $f(x)=x^2-x$ أي $a=1$ و $\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}$

ومنه جدول تغيرات f

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f	↖	$\frac{-1}{4}$	↗

ب- حدد طبيعته المنحنى C_f

C_f شلجم رأسه $A\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ و محور تماثلة المستقيم ذا المعادلة $x=\frac{1}{2}$

3- أ- نبين أن g دالة زوجية

لكل $x\in\mathbb{R}-\{1;-1\}$ لدينا $-x\in\mathbb{R}-\{1;-1\}$

ليكن $x\in\mathbb{R}-\{1;-1\}$

$$g(-x)=\frac{2|-x|-1}{|-x|-1}=\frac{2|x|-1}{|x|-1}=g(x)$$

إذن g دالة زوجية

ب- نحدد تغيرات g و نعطي جدول تغيراتها

لكل x من $[0;1[\cup]1;+\infty[$: $|x|=x$ ومنه $g(x)=\frac{2x-1}{x-1}$

و حيث $\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-1\prec 0$ فان g تناقصية على كل من $]1;+\infty[$ و $[0;1[$

و بما أن g دالة زوجية فان g تزايدية على كل من $]-\infty;-1[$ و $]-1;0]$

جدول تغيرات g

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
g		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	

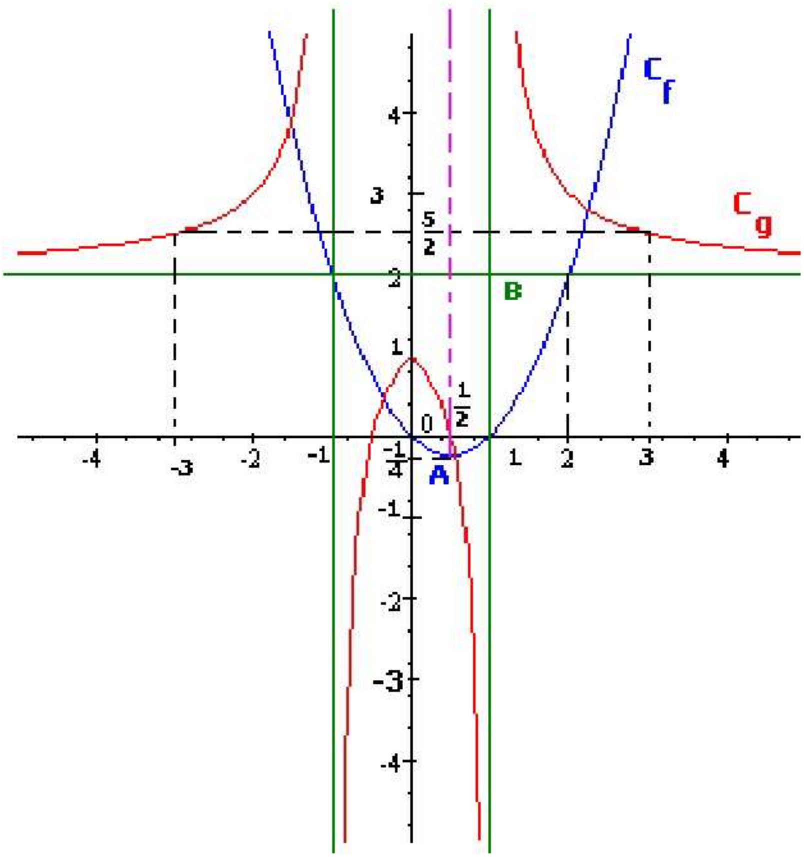
4- أ- ننشئ C_f و C_g

بما أن g زوجية فان C_g متماثل بالنسبة لمحور الأراتيب

جزئ منحنى C_g على $[0;1[\cup]1;+\infty[$ هو جزئ من هذلول مركزه $B\left(1;2\right)$ ومقارباه

$\left(\Delta_1\right): y=2 \quad \left(\Delta_2\right): x=1$

C_f شلجم رأسه $A\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$



ب- نحدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $f\left(x\right)=g\left(x\right)$

من خلا ل التمثيل المبياني نلاحظ أن C_f و C_g

يتقاطعان في أربع نقط

ومنه المعادلة $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ تقبل أربعة حلول

تمارين حول الدوال

تمرين1

نعتبر f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ

$$\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^2 & x\leq 2 \\ f(x)=\frac{4}{x} & x\succ 2 \end{cases}$$

1- حدد D_f ثم أعط جدول تغيرات الدالة f

2- أنشئ (C_f) في مستوى منسوب الى م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

تمرين2

نعتبر f و g الدالتين العدديتين لمتغير حقيقي معرفتين بـ $f(x)=-2x^2$ $\qquad$ $g(x)=\frac{1}{4x}$

1- أعط جدول تغيرات كل من f و g

2- حدد تقاطع (C_f) و (C_g)

3- أنشئ (C_f) و (C_g) في نفس المستوى المنسوب إلى م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

4- حل مبيانيا المتراجحة $f(x)\geq g(x)$

تمرين3

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=\frac{1}{|x|}$

1- حدد D_f و تأكد أن f دالة زوجية

2- أنشئ (C_f)

3- أعط جدول تغيرات f

تمرين4

نعتبر f دالة عددية معرفة بـ $f(x)=2x|x|$

1- بين أن f دالة فردية

2- حدد جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$

3- أنشئ (C_f)

تمرين5

نعتبر f و g الدالتين العدديتين لمتغير حقيقي معرفتين بـ $f(x)=2x+1$ $\qquad$ $g(x)=\frac{3}{x}$

1- حدد D_f و D_g

2- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $2x^2+x-3=0$

ب- حدد تقاطع (C_f) و (C_g)

3- أنشئ (C_f) و (C_g) في نفس المعلم.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

4- حل مبيانيا المتراجحة $g(x)\geq 2x+1$

تمرين6

نعتبر f و g الدالتين العدديتين لمتغير حقيقي معرفتين بـ

$$f(x)=2x^2-3x+1 \qquad g(x)=2x-1$$

1- بين أن (C_f) شلجما محددا رأسه ثم أعط جدول تغيرات f

2- أ- حدد تقاطع (C_f) و محور الأفاصيل

ب- حدد تقاطع (C_f) و (C_g)

3- أنشئ (C_f) و (C_g) في نفس المعلم.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

4- حل مبيانيا $f(x)-g(x)\succ 0$ $x\in\mathbb{R}$

تمرين7

نعتبر f و g الدالتين العدديتين لمتغير حقيقي معرفتين بـ

$$f(x)=x^2-2x-3 \qquad g(x)=\frac{x+1}{x-3}$$

1- أ- اعط جدول تغيرات f

ب- اعط جدول تغيرات g

2- أ- حدد تقاطع (C_f) و (C_g)

ب- أنشئ (C_f) و (C_g)

3- حل مبيانيا $f(x)\geq g(x)$ $x\in\mathbb{R}$

تمرين8

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ $f(x)=\frac{2x-1}{-x+2}$

1- أ- حدد D_f

ب- تحقق أن لكل x من D_f $\qquad f(x)=-2-\frac{3}{x-2}$

2- بين أن (C_f) صورة المنحنى (C) ذا المعادلة $y=\frac{-3}{x}$ بالإزاحة ذا المتجهة $\vec{u}(2;-2)$

3- نعتبر g دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ $g(x)=\frac{2|x|-1}{-|x|+2}$

أ- حدد D_g و بين أن g دالة زوجية

ب أنشئ (C_g) في المعلم.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

تمرين9

نعتبر f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $\qquad f(x)=ax^2+bx+1$

1- أوجد a و b إذا علمت أن (C_f) تمر من النقطتين $A(1;5)$ و $B(-1;1)$

2- نضع $a=b=2$

أ- أدرس رتابة f على $\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$ و $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$

ب- أنشئ (C_f) في مستوى منسوب إلى م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

ج- حدد تقاطع (C_f) و المستقيم $(D):y=2x+3$

ح- حل مبيانيا $f(x)\geq 2x+3$ $x\in\mathbb{R}$

تمرين10

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ $f(x)=x|x|-2x$

1- بين أن f دالة فردية

2- أ- بين لكل عنصرين مختلفين x و y من $[0;+\infty[$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=x+y-2$$

ب- أدرس رتابة f على كل من $[1;+\infty[$ و $[0;1]$

ثم أعط جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$

3- أنشئ (C_f)

4- حدد مبيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $\qquad x|x|-2x-m=0$

تمرين11

نعتبر f و g الدالتين العدديتين لمتغير حقيقي معرفتين بـ

$$g(x)=\frac{x+2}{x-1} \qquad f(x)=\frac{x-1}{x+2}$$

لتكن $\Omega_1(-2;1)$ و $\Omega_2(1;1)$ نقطتين من مستوى منسوب إلى م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أدرس تغيرات f و g

2- أ- حدد تقاطع (C_f) و (C_g)

ب- أنشئ (C_f) و (C_g)

3- حل مبيانيا $f(x)\geq g(x)$

تمرين11

نعتبر f و g الدالتين العدديتين لمتغير حقيقي معرفتين بـ

$$g(x)=x^2-1 \qquad f(x)=\frac{2x}{x-1}$$

(C_f) و (C_g) منحنيان f و g في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- حدد D_f

ب- تحقق أن لكل x من D_f $\quad f(x)=2+\frac{2}{x-1}$

2- بين أن (C_f) صورة المنحنى (C) ذا المعادلة $y=\frac{2}{x}$ بالإزاحة ذا المتجهة $\vec{u}(1;2)$

3- أنشئ (C_f) و (C_g)

4- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $x^3-x^2-3x+1=0$

تمرين12

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي معرفة بـ $\quad f(x)=-x^2+3|x|-2$

(C_f) منحنى f في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن f زوجية

2- أ- ليكن x و y من $\mathbb{R}^+$ حيث $x\neq y$. أحسب معدل تغير الدالة f بين x و y

ب- أدرس رتابة f على كل من $[0;3]$ و $[3;+\infty[$ و أعط جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$

3- أنشئ (C_f)