الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

نعتبر المتسلسلة الإحصائية الممثلة في الجدول التالي :

الميزة x_i	5	7	8	10	12	13
الحصيص x_i	8	2	5	11	14	10

1 – اعط جدول الحصيصات المتراكمة لهذه المتسلسلة.

2 – أ – حدد المنوال واحسب المعدل الحسابي.

ب – حدد القيمة الوسطية لهذه المتسلسلة.

3 – احسب الانحراف المتوسط والمغايرة.

الجواب :

1 – جدول الحصيصات المتراكمة :

الميزة x_i	5	7	8	10	12	13
الحصيص x_i	8	10	15	26	40	50

2 – أ – منوال هذه المتسلسلة الإحصائية هو : 12

$$\bar{x} = \frac{5\times 8 + 7\times 2 + 8\times 5 + 10\times 11 + 12\times 14 + 13\times 10}{8+2+5+11+14+10}$$

$$\bar{x} = \frac{502}{50}$$

أي أن $\bar{x} = 10{,}04$

ب – لدينا الحصيص الإجمالي هو : $N = 50$

إذن : $\frac{N}{2} = 25$

وبالتالي القيمة الوسطية هي : $m = 10$

3 – الانحراف المتوسط لهذه المتسلسلة هو :

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

$$e - \frac{5 \times |10,04 - 5| + 2 |10,04 - 7| + 5 |10,04 - 8| + 11 |10,04 - 10| + 14 |10,04 - 12| + 10 |10,04 - 13|}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$e = \frac{114,08}{50}$$

إذن : $e = 2,2816$

مغايرة هذه المتسلسلة هي :

$$V - \frac{5 \times (10.04 - 5)^2 + 2 (10,04 - 7)^2 + 5 (10,04 - 8)^2 + 11 (10,04 - 10)^2 + 14 (10,04 - 12)^2 + 10 (10.04 - 13)^2}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$V = \frac{383,92}{50}$$

إذن

ومنه : $V \simeq 7,68$

تمرين 2 :

يبين الكشف التالي عدد المبيعات لمنتوج ما يوميا لمدة ثلاثين يوما.

8 - 3 - 14 - 12 - 8 - 3 - 14 - 14 - 8 - 8 - 8 3 - 14 - 8 - 3 - 8 - 8 - 12 - 12 - 14 - 12 - 14 - 12 - 14 - 12 - 14 - 8 - 8 - 8

1 – أ – أتمم الجدول التالي :

عدد المبيعات يوميا	3	8	12	14
عدد الأيام الحصيص	4			
الحصيص المتراكم				

ب – حدد المنوال.

2 – أنشئ مخططا عصويا للحصيصا المتراكمة.

3 – احسب المعدل الحسابي.

الجواب :

1 – أ – لدينا :

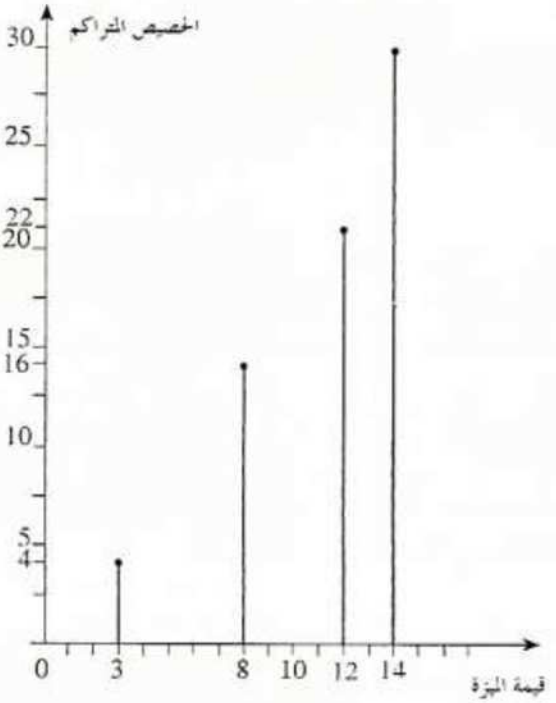
عدد المبيعات يوميا	3	8	12	14
عدد الأيام الحصيص	4	12	6	8
الحصيص المتراكم	4	16	22	30

ب – المنوال هو : 8 لأن 8 تتوفر على أكبر حصيص.

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

2 -



3 – المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة هو :

$$\bar{x} = \frac{3\times4+8\times12+12\times6+14\times8}{4+12+6+8}$$

$$\bar{x} = \frac{292}{30}$$

أي أن $\bar{x} \simeq 9,7$

تمرين 3 :

الجدول الثالي يعطينا قامات مجموعة من تلاميذ إحدى الثانويات :

الصنف	[140,146[	[146,152[	[152,158[	[158,164[	[164,170[	[170,176[
الحصيص	10	18	45	35	20	12

1 – احسب المعدل الحسابي وحدد الصنف المنوالي.

2 – أ – أنشئ المضلع الإحصائي للحصيص المتراكم.

ب – حدد القيمة المتوسطة.

3 – حدد النسبة المئوية للتلاميذ الذين قامتهم محصورة بين 146 و 164.

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

الجواب :

1 – نعتبر :

مركز الصنف	143	149	155	161	167	173
الحصيص	10	18	45	35	20	12

المعدل الحسابي هو : $\bar{x} = \dfrac{10 \times 143 + 18 \times 149 + 45 \times 155 + 35 \times 161 + 20 \times 167 + 12 \times 173}{10 + 18 + 45 + 35 + 20 + 12}$

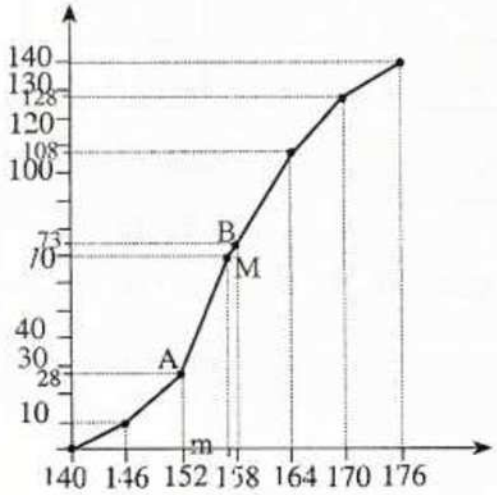
$$\bar{x} = \frac{22\,138}{140}$$

إذن : $\bar{x} \simeq 158$

الصنف المنوالي هو : $[152;158[$

2 – أ)

n_i	140	146	152	158	164	170	170	176
y_i	0	10	28	73	108	128	128	140



لدينا : $\dfrac{N}{2} = 70$

ب) – لتكن m هي القيمة الوسطية هذه المتسلسلة لدينا النقط A (152,28) و B (158 , 73)

و M (m , 70) نقط مستقيمية ومنه. $\det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right) = 0$

أي أن $\begin{vmatrix} m - 152 & 6 \\ 42 & 45 \end{vmatrix} = 0$

أي أن $45\,(m - 152) - 42 \times 6 = 0$

Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

أي أن $45\,m = 45 \times 152 + 42 \times 6$

إذن $m = \dfrac{45 \times 152 + 42 \times 6}{45}$

$m = 157,6$

3) – النسبة المئوية للتلاميذ الذين قامتهم محصورة بين 142 و 164.

لدينا عدد التلاميذ الذين قامتهم محصورة بين : 146 و 164 هو : $18 + 45 + 35 = 98$

إذن النسبة المئوية للتلاميذ الذين قامتهم محصورة بين 146 و 164 هي :

$$\frac{98 \times 100}{140} = 70\%$$

تمرين 4 :

نعتبر المتسلسلة الإحصائية المعرفة بـــ :

الصنف	[0,20[	[20,40[	[40,60[	[60,80[	[80,100[
الحصيص	5	4	8	2	1

1 – أنشئ مدراج هذه المتسلسلة الإحصائية.

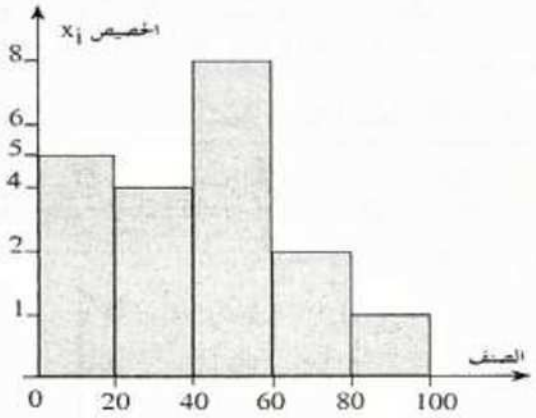
2 – احسب المعدل الحسابي والانحراف المتوسط.

3 – أنشئ المضلع الإحصائي للحصيص المتراكم ثم حدد القيمة الوسطية.

4 – اعط النسبة المئوية الموافقة للصنف [20,40[.

الجواب :

1 – المدراج :



2 – المعدل الحسابي والانحراف المتوسط.

نعتبر الجدول التالي :

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

مركز الصنف	10	30	50	70	90
الحصيص	5	4	8	2	1

المعدل الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{5\times 10 + 4\times 30 + 8\times 50 + 2\times 70 + 1\times 90}{5+4+8+2+1}$$

$$= \frac{800}{20} = 40$$

إذن $\bar{x} = 40$

الانحراف المتوسط هو :

$$e - \frac{5\times|40-10| + 4|40-30| + 8|40-50| + 2|40-50| + 2|40-70| + 1|40-90|}{5+4+8+2+1}$$

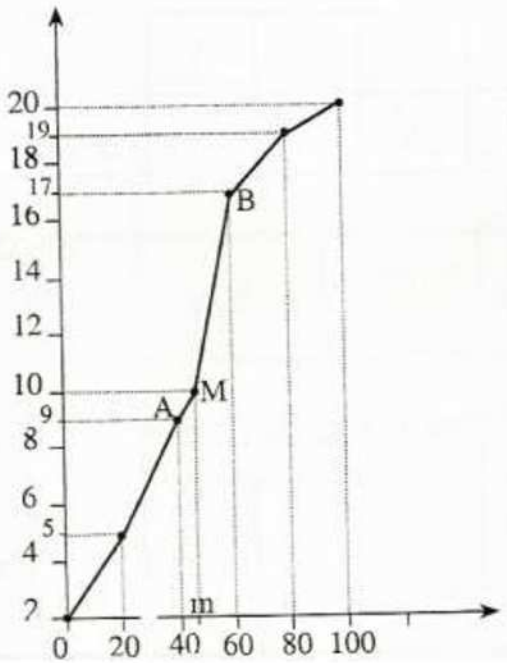
$$= \frac{380}{20}$$

إذن : $e = 19$

3 – القيمة الوسطية والمضلع الإحصائي. ننشئ المضلع الإحصائي للحصيص المتراكم بالجدول التالي :

x_i	0	20	40	60	80	100
y_i	0	5	9	17	19	20

لدينا : $\frac{N}{2} = 10$



Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

لتكن m هي القمية الوسطية إذن النقطة M (m , 10) تنتمي إلى المضلع الإحصائي.

لدينا النقط A (40 , 9) و B (60 , 17) و M (m , 10) مستقيمية أي أن

أي أن $\det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}) = 0$

أي أن $\begin{vmatrix} m-40 & 20 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 0$

تكافئ $8m - 320 - 20 = 0$

إذن $8m = 340$ أي أن $\boxed{m = 42,5}$

4 – النسبة المئوية :

$$\frac{4 \times 100}{20} = 20\%$$

تمرين : 5

حصل تلاميذ أحد الأقسام في أحد فروض مادة الرياضيات على النقط التالية :

5 - 12 - 8 - 16 - 10 - 10 - 12 - 10 - 5 - 8 - 10 - 10 - 16 - 5 - 10

1 – نظم هذه المتسلسلة في جدول.

2 – مثل هذه المتسلسلة الإحصائية بمخطط عصوي.

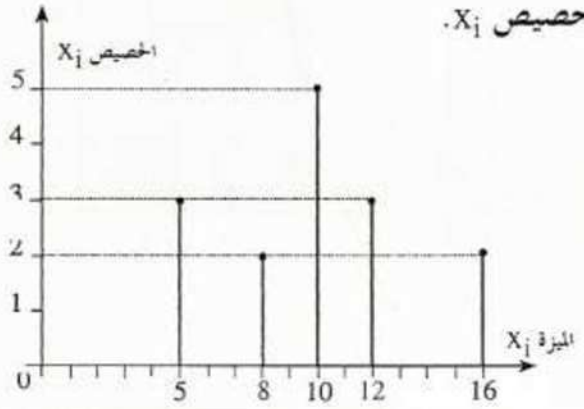
3 – احسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية.

الجواب :

1 – لدينا

الميزة x_i	5	8	10	12	16
الحصيص h_i	3	2	5	3	2

2 – المخطط العصوي للحصيص x_i.



كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

3 – المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية هو :

$$\bar{x} = \frac{5\times3+8\times2+10\times5+12\times3+16\times2}{3+2+5+3+2} = \frac{149}{15}$$

إذن $\bar{x} \simeq 9{,}26$

تمرين : 6

صنفت مقاولة عدد طلبات الشغل الواردة عليها حسب أعمار الراغبين على الشكل التالي :

الصنف	[20,25[	[25,30[	[30,35[	[35,40[	[40,45[	[45,50[
الحصيص	30	25	20	10	15	10
الحصيص المتراكم						

1 – انقل الجدول ثم أتممه.

2 – احسب التردد الموافق للأعمار المحصورة بن 20 و 35.

3 – احسب المعدل الحسابي.

4 – أنشئ مدراج الحصيصات والمضلع الإحصائي الموافق.

الجواب :

1 – لدينا :

الصنف	[20,25[	[25,30[	[30,35[	[35,40[	[40,45[	[45,50[
الحصيص	30	25	20	10	15	10
الحصيص المتراكم	30	55	75	85	100	110

2 – التردد الموافق للاعمار المحصورة بين 20 و 35 هو :

$$f = \frac{30+25+20}{100} = \frac{75}{100}$$

$$f = 0{,}75$$

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

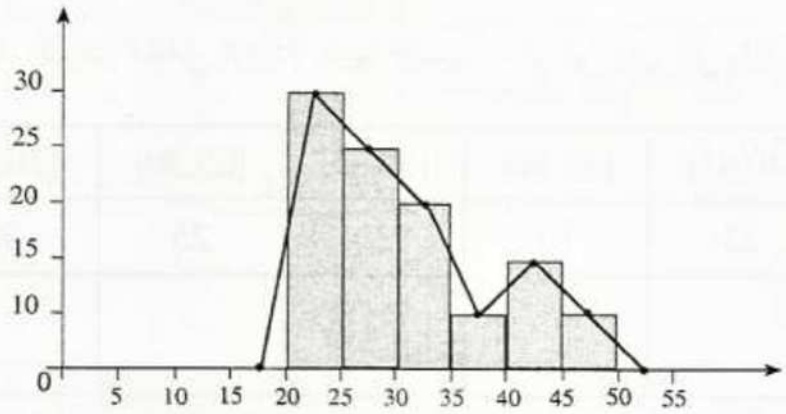
3 – المعدل الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{22,5 \times 30 + 27,5 \times 25 + 32,5 \times 20 + 37,5 \times 10 + 42,5 \times 15 + 47,5 \times 10}{30 + 25 + 20 + 10 + 15 + 10}$$

$$\bar{x} = \frac{3500}{110}$$

إذن : $\bar{x} \simeq 31,8$

4 – مدراج الحصيصات والمضلع الإحصائي الموافق :



تمرين : 7

الكشف التالي يعطينا عدد ساعات الغياب عند تلاميذ :

4 - 4 - 1 - 5 - 1 - 3 - 4 - 2 - 4 - 3 - 1 - 5 - 3 - 4 - 5 - 3 - 1 - 2 - 1 - 4.

1 – أوجد جدولا للحصيصات والحصيصات المتراكمة.

2 – أ – احسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية.

ب – احسب الانحراف الطرازي σ لهذه المتسلسلة الإحصائية.

3 – أنشئ المخطط العصوي لهذه المتسلسلة.

الجواب :

1 – جدول الحصيص والحصيص المتراكم.

قيمة الميزة	1	2	3	4	5
الحصيص	5	2	4	6	3
الحصيص المتراكم	5	7	11	17	20

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

2 – أ – المعدل الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{1\times5+2\times2+3\times4+4\times6+5\times3}{5+2+4+6+3} = \frac{60}{20}$$

إذن : $\bar{x} = 3$

ب – نعلم أن الانحراف الطرازي هو : $\sigma = \sqrt{V}$

حيث V هي المغايرة.

لدينا $$V = \frac{5(3-1)^2+2(3-2)^2+4(3-3)^2+6(3-4)^2+3(3-5)^2}{5+2+4+6+3}$$

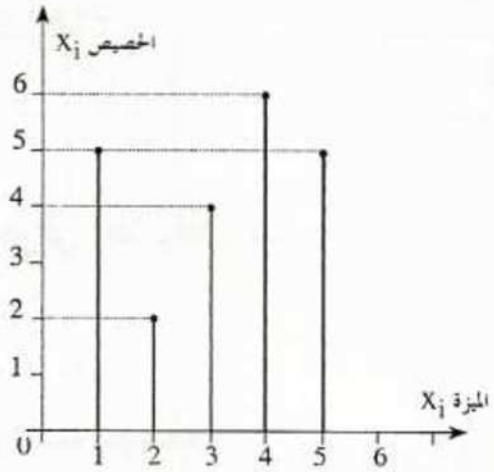
$$= \frac{50}{20}$$

إذن $V = 2,5$

$$\sigma = \sqrt{2,5}$$

ومنه : $\sigma \simeq 1,6$

3 – المخطط العصوي :



تمرين : 8

الجدول التالي يعطينا عدد الأطباء وأطباء الأسنان لـ 100 000 ساكن في سنة 1996 لستة دول من أوربا.

الدول	ألمانيا	بلجيكا	إسبانيا	فرنسا	اليونان	إيطاليا
الأطباء	341	378	422	297	403	570
أطباء الأسنان	75	70	38	68	103	64

1 – احسب معدل الأطباء وأطباء الأسنان ل 100 000 ساكن في هذه الدول.

2 – حدد المنوال لكل ميزة.

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

الجواب :

1 – معدل الأطباء لـ 100 000 ساكن في هذه الدول هو :

$$\bar{x}_1 = \frac{341 + 378 + 422 + 297 + 403 + 570}{6} = \frac{2411}{6}$$

إذن : $\bar{x}_1 \simeq 402$

معدل أطباء الأسنان لـ 100 000 ساكن في هذه الدول هو :

$$\bar{x}_2 = \frac{75 + 70 + 38 + 68 + 103 + 64}{6} = \frac{418}{6}$$

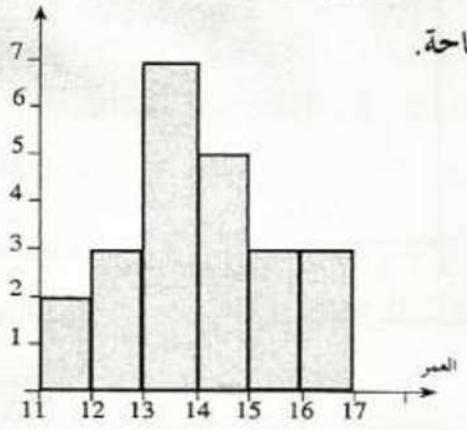
إذن : $\bar{x}_2 \simeq 70$

2 – منوال ميزة الأطباء هو : إيطاليا.

منوال ميزة أطباء الأسنان هو : اليونان.

تمرين : 9

المدراج التالي يعطينا أعمار منخرطي أحد نوادي السياحة.



1 – ماهو عدد المنخرطين ؟

2 – اعط جدولا للحصيص والتردد.

3 – احسب المعدل الحسابي والقيمة المتوسطة.

الجواب :

1 – عدد المنخرطين هو : $2 + 3 + 7 + 5 + 4 + 4 = 25$

2 – جدول الحصيص والتردد :

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

الصنف	[11,12[	[12,13[	[13,14[	[14,15[	[15,16[	[16,17[
الحصيص	2	3	7	5	4	4
التردد	0,08	0,12	0,28	0,2	0,16	0,16

3 – المعدل الحسابي أو العمر المتوسط هو :

$$\bar{x} = \frac{11,5 \times 2 + 12,5 \times 3 + 13,5 \times 7 + 14,5 \times 5 + 15,5 \times 4 + 16,5 \times 4}{8 + 2 + 5 + 11 + 14 + 10}$$

$$\bar{x} = \frac{355,5}{25}$$

إذن : $\boxed{\bar{x} = 14,22}$

القيمة المتوسطة :

ننشئ المضلع الإحصائي للحصيص المتراكم :

x_i	0	11	12	13	14	15	16
الحصيص المتراكم	0	2	5	12	17	21	25

لدينا $N = 25$ إذن $\frac{N}{2} = 12,5$

لتكن m هي القيمة المتوسطة :

لدينا $M(m , 12,5)$ و $A(13 , 12)$ و $B(14 , 17)$

إذن $\overrightarrow{AM}(m - 13 , 0,5)$ و $\overrightarrow{AB}(1 , 5)$

A و B و M مستقيمية تكافئ $\det\left(\overrightarrow{AM} , \overrightarrow{AB}\right) = 0$

أي أن $\begin{vmatrix} m - 13 & 1 \\ 0,5 & 5 \end{vmatrix} = 0$ أي أن $5(m - 13) - 0,5 = 0$

إذن

إذن $m - 13 = \frac{0,5}{5}$ إذن : $\boxed{m = 13,1}$

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

تمرين : 10

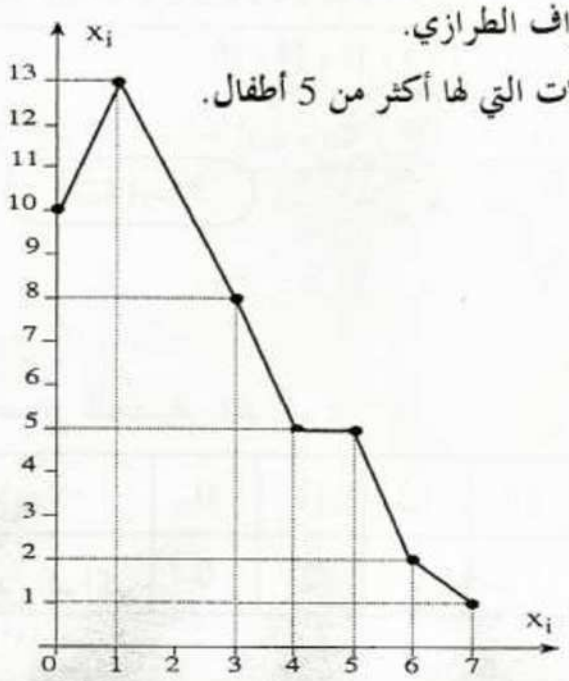
ليكن المنحنى الممثل لقيم عدد إخوة كل تلميذ من مجموعة تتكون من خمسين تلميذا.

1 – ماهو منوال هذه المتسلسلة الإحصائية ؟

2 – اعط جدولا للحصيص والحصيص المتراكم.

3 – احسب المعدل الحسابي والانحراف الطرازي.

4 – حدد النسبة المئوية لعدد العائلات التي لها أكثر من 5 أطفال.



الجواب :

1 – المنوال هو : 1 لأنه هو قيمة الميزة التي تتوفر على أكبر حصيص $x_i = 13$.

2 – جدول الحصيص والحصيص المتراكم.

قيمة الميزة x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
الحصيص x_i	10	13	8	6	5	5	2	1
الحصيص المتراكم	10	23	31	37	42	47	49	50

3 – المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة هو :

$$\bar{x} = \frac{0\times 10 + 1\times 13 + 2\times 8 + 3\times 6 + 4\times 5 + 5\times 5 + 6\times 2 + 7\times 1}{50}$$

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

$$\bar{x} = \frac{111}{50}$$

إذن : $\bar{x} \simeq 2,2$

لتكن V مغايرة المتسلسلة الإحصائية.

$$V = \frac{(0-2,2)^2 \times 10 + (1-2,2)^2 \times 13 + (2-2,2)^2 \times 8 + (3-2,2)^2 \times 6 + (4-2,2)^2 \times 5 + (5-2,2)^2 \times 5 + (6-2,2)^2 \times 2 + (7-2,2)^2 \times 1 + (7-2,2)^2 \times 1}{50}$$

$$V = \frac{172,60}{50}$$

إذن $V \simeq 3,45$

إذن الانحراف الطرازي هو : $\sigma = \sqrt{V}$

$$\sigma \simeq \sqrt{3,45}$$

إذن : $\sigma \simeq 1,86$

4 – النسبة المئوية لعدد العائلات التي لها أكثر من 5 أطفال هي :

$$P = \frac{3}{50} \times 100 = 6\ \%$$

تمرين : 11

الكشف التالي يعطينا دراجات الحرارة على الساعة 12 خلال 17 يوم في نفس المكان.

18 - 21 - 15 - 12 - 13 - 15 - 13 - 18 - 25 - 25 - 21 - 25 - 25 - 18 - 15 - 15 - 25

1 – أتمم الجدول التالي :

درجة الحرارة	12	13	15	18	21	25
الحصيص						
الزاوية بالدرجة						

2 – أنشئ مخططا دائريا موافقا للحصيص.

3 – احسب النسبة المئوية الموافقة للحرارة 15°.

4 – احسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة.

كراستي
Moutamadris.ma

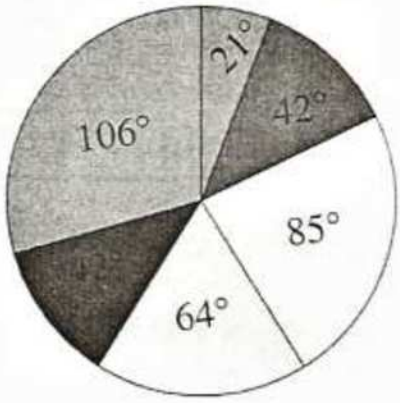
الرياضيات
جذع مشترك
علمي و تكنولوجي

الجواب :

1 – لدينا :

درجة الحرارة	12	13	15	18	21	25
الحصيص	1	2	4	3	2	5
الزاوية بالدرجة	21°	42°	85°	64°	42°	106°

2 – المخطط الدائري الموافق للحصيص :



3 – النسبة المئوية الموافقة للحرارة : 15 هي :

$$P = \frac{4 \times 100}{17}$$

إذن $P \simeq 24\ \%$

4 – المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة هو :

$$m = \frac{12 \times 1 + 13 \times 2 + 15 \times 4 + 18 \times 3 + 21 \times 2 + 25 \times 5}{17}$$

إذن

$$m - \frac{319}{17}$$

إذن : $m \simeq 18{,}8$

كراستي
Moutamadris.ma