الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية من المستوى (P).

1 – أنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

2 – أنشئ النقطة N بحيث : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

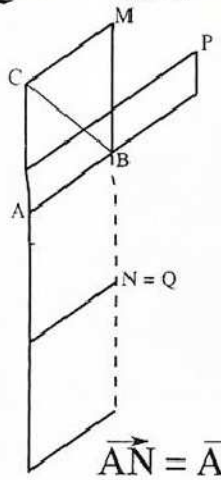
3 – أنشئ النقطة P بحيث : $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

4 – أنشئ النقطة Q بحيث : $\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

الجواب :

1 – لدينا : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

يعني ABMC متوازي الأضلاع .



2 - $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$

يعني $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}$

يعني $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{CB}$

يعني ANBC متوازي الأضلاع .

3 - لإنشاء النقطة P ننشئ المتجهة $2\overrightarrow{AB}$ والمتجهة $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ إنطلاقا من A ثم نتمم متوازي الأضلاع .

4 - $\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

يعني $\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}$

يعني $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$

يعني $\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{CB}$

يعني CBQA متوازي الأضلاع

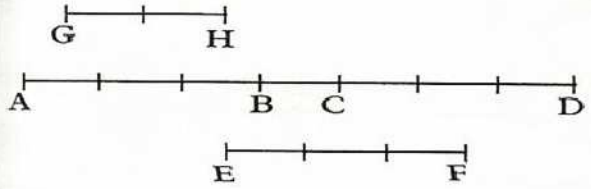
وحسب 2) لدينا $\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AN}$

إذن $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AQ}$

إذن Q = N

تمرين 2 :

نعتبر النقط A و B و C و D و E و F و G و H من المستوى (P) (انظر الشكل)



– حدد المتجهات $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{EF}$ و $\overrightarrow{HG}$ بدلالة المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

الجواب :

* لدينا :

$\overrightarrow{AC}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AD}=\frac{7}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{DA}=-\frac{7}{3}\overrightarrow{AB}$

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{HG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

تمرين 3:

ABC مثلث في المستوى (P).

1 - أنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{BM} = -2\overrightarrow{AC}$

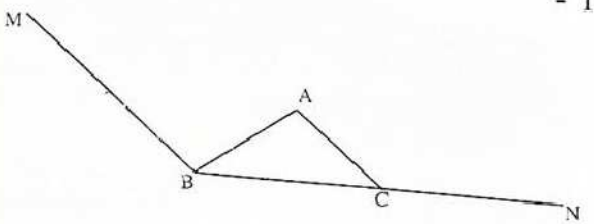
2 - أنشئ النقطة N بحيث :

$\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

3 - بين أن A منتصف القطعة [MN].

الجواب :

1 -



2 - لدينا $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

يعني $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

يعني $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BC}$

يعني C منتصف [BN].

3 - لدينا

$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

$= -2\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AC}$

إذن : $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AN} = \vec{0}$

وبالتالي A منتصف [MN].

تمرين 4:

ABC مثلث في المستوى (P).

نعتبر النقطتين D و E حيث :

$\overrightarrow{ED} = 2\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA}$

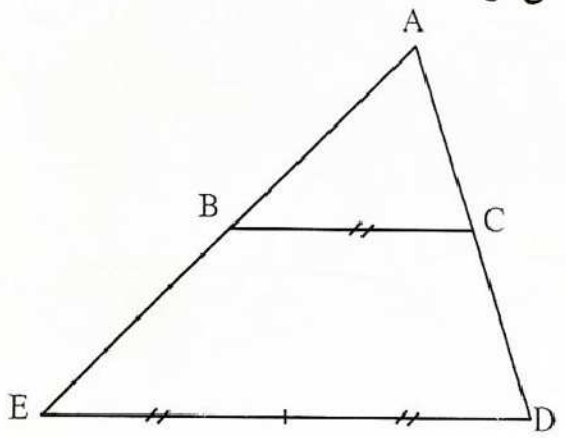
1 - أنشئ النقطتين D و E.

2 - بين أن النقطة C منتصف القطعة [AD].

الجواب :

1 - لدينا : $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{BA}$ يعني أن B منتصف [EA].

ننشئ أولا E.



2 - لدينا :

$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED}$

$= 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$

إذن : $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

وهذا يعني أن C منتصف [AD].

تمرين 5:

A، B و C ثلاث نقط غير مستقيمية في المستوى (P) أنشئ النقطتين I و J بحيث :

$3\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

كراستي
حلوة... تدوناتي !
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

الجواب :

- لدينا $3\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{AB}$

يعني $3\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}$

يعني $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{AB}$

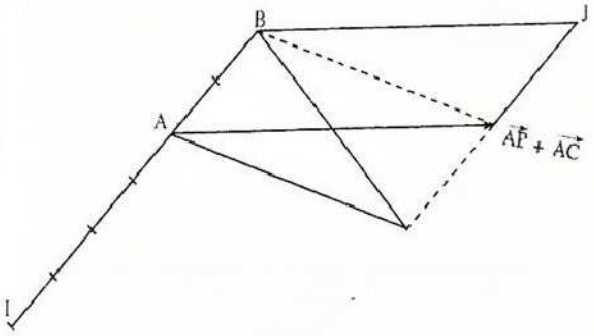
يعني $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{AB}$

يعني $2\overrightarrow{IA} = 4\overrightarrow{AB}$

يعني $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$

- لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ يعني $\overrightarrow{BJ}$

$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AC}$



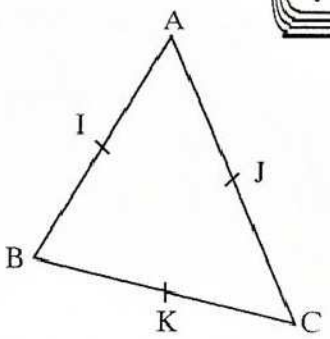
تمرين 6:

ليكن ABC مثلثا و I منتصف [AB] و J منتصف [AC] و K منتصف [BC].

1 - أثبت أن : $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

2 - استنتج أن IJKB متوازي الأضلاع.

الجواب :



1 – لدينا $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

$-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

إذن $\overrightarrow{IJ} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

2 - لدينا $\overrightarrow{IJ} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

و K منتصف [BC] إذن $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{BK}$

إذن $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BK}$

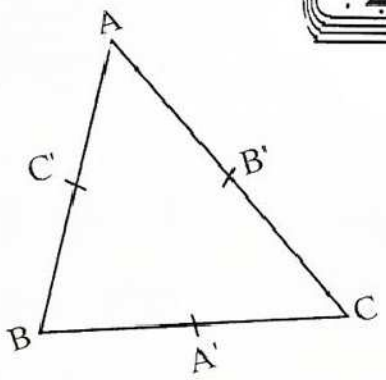
ومنه IJKB متوازي الأضلاع.

تمرين 7:

ABC مثلث A' و B' و C' منتصفات [BC] و [AC] و [BC] على التوالي :

أثبت أن : $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{0}$

الجواب :



لدينا A' منتصف [BC] إذن :

$\overrightarrow{AA'} \quad \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{BB'} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA})$ بنفس الطريقة لدينا

$\overrightarrow{CC'} \quad \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$ كذلك :

ومنه

$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{AC})$

$\cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$

كراستي
حلوة... تدوناتي !
Moutamadris.ma

$= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC} + \vec{BA} + \vec{CA} + \vec{CB})$

$= \frac{1}{2}(\vec{0})$

إذن : $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = \vec{0}$

تمرين 8:

ليكن ABC مثلثا و M و N نقطتان من المستوى (P) حيث : $\vec{MA} = \vec{AB} + \vec{AC}$ و $\vec{AN} = \vec{AM} + \vec{AB}$.

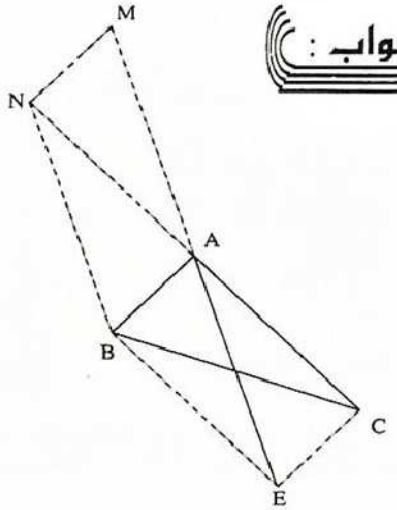
1 - أنشئ الشكل.

2 - بين أن A منتصف [CN].

3 - نعتبر النقطة E حيث $\vec{ME} = 2\vec{MA}$.

ماهي طبيعة الرباعي MNEC ؟

الجواب :



لدينا $\vec{MA} = \vec{AB} + \vec{AC}$

أي $\vec{AM} = -(\vec{AB} + \vec{AC})$

2 – لدينا $\vec{AN} = \vec{AM} + \vec{AB}$

$= -\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AB}$

$= -\vec{AC}$

ومنه $\vec{AN} + \vec{AC} = \vec{0}$

وهذا يعني أن : A منتصف [CN].

3 – لدينا $\vec{AN} = \vec{AM} + \vec{AB}$

يعني أن AMNB متوازي أضلاع.

إذن $\vec{MN} = \vec{AB}$

لدينا $\vec{ME} = 2\vec{AM}$ أي A منتصف [ME]

وبالتالي : $\vec{AE} = -\vec{AM}$

$= \vec{AM}$

إذن $\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{AC}$

وبالتالي ABEC متوازي الأضلاع

ومنه $\vec{AB} = \vec{CE}$

وحيث أن $\vec{MN} = \vec{AB}$

فإن $\vec{MN} = \vec{CE}$

وهذا يعني أن MNEC متوازي الأضلاع.

تمرين 9:

ليكن ABCD متوازي الأضلاع.

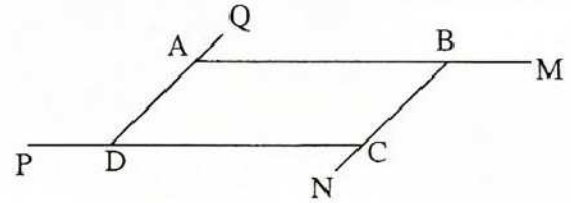
1 – أنشئ النقط M . N و P و Q بحيث :

$\vec{AM} = \frac{4}{3}\vec{AB}$ ، و $\vec{CP} = \frac{4}{3}\vec{CD}$

و $\vec{DQ} = \frac{4}{3}\vec{DA}$

2 – أثبت أن الرباعي MNPQ متوازي الأضلاع.

الجواب :



Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

2 – لدينا $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DQ}$

$= \frac{4}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD} + \frac{4}{3}\overrightarrow{DA}$

$= \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{NB}$

ومنه $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$

وبالتالي : MNPQ متوازي الأضلاع.

تمرين 10 :

ليكن ABC مثلثا و G مركز ثقل المثلث ABC.

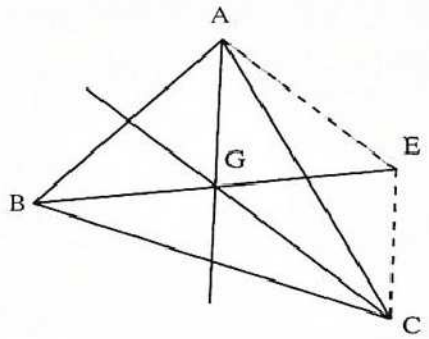
1 - أنشئ النقطة G. والنقطة E بحيث :

$\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}$

2 - أتبت أن G منتصف [BE].

الجواب :

1 – مركز ثقل المثلث ABC هو النقطة G نقطة تلاقي المتوسطات.



لدينا $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}$ يعني GAEC متوازي الأضلاع.

2 – لدينا G مركز نقل المثلث ABC إذن :

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

يعني $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}$

ونعلم أن $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}$

إذن $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GE}$

ومنه G منتصف [BE].

تمرين 11 :

نعتبر المثلث ABC في المستوى (P).

1 - لتكن المتجهة :

$\vec{u} = 4\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{5}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

بين أن المتجهة $\vec{u}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيمتان.

2 - لتكن المتجهة :

$\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

أ – أحسب $\vec{v}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

ب – بين أن $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مستقيمتان علما أن :

$\vec{w} = 9\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

الجواب :

1 - لدينا

$\vec{u} = 4\overrightarrow{AB} - \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}\right) = \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$

ومنه : $\vec{u} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

وهذا يعني أن $\vec{u}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيمتان.

2 - أ – لدينا :

$\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

إذن : $\vec{v} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

ب – لدينا : $\vec{W} = 9\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

$= -3\left(-3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right)$

$= -6\left(-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)$

$\vec{W} = -6\vec{v}$

ومنه $\vec{v}$ و $\vec{W}$ مستقيميتان.

تمرين 12 :

ABC مثلث.

1 - نعتبر النقطتين D و E حيث :

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$

و $\overrightarrow{BD} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}$

بين أن النقط B و D و E مستقيمية.

2 - نعتبر النقطتين F و H حيث :

$\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB}$

أ – أنشئ النقطتين F و H .

ب – بين أن النقط F و H و C مستقيمية.

الجواب :

1 - لدينا : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$

$= -\frac{2}{5}\left(-\frac{5}{4}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA}\right)$

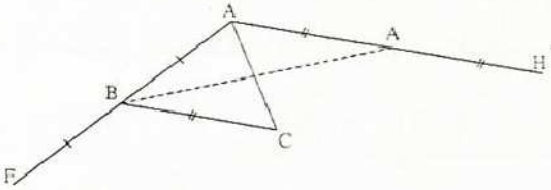
$= -\frac{2}{5}\left(\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}\right)$

أي $\overrightarrow{BE} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{BD}$

وهذا يعني أن النقط B و D و E نقط مستقيمية.

2 -

أ –



ب – لدينا : $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{BC}$

ومنه $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} = 2\overrightarrow{BC}$

يعني : $\overrightarrow{CH} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

لدينا كذلك :

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BF}$

$= -\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

$= -\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

$= -2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

إذن : $\overrightarrow{CF} = -\overrightarrow{CH}$

ومنه H ، C ، F نقط مستقيمة.

يمكن أن نلاحظ أن C منتصف [FH].

تمرين 13 :

نعتبر متوازي الأضلاع ABCD.

1 - لتكن E بحيث : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

a - أنشئ النقطة E.

b - بين أن $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

واستنتج $\overrightarrow{AE}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$.

2 - لتكن F النقطة المعرفة ب : $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{DC}$

a - أنشئ النقطة.

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

b - بين أن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{DC}$

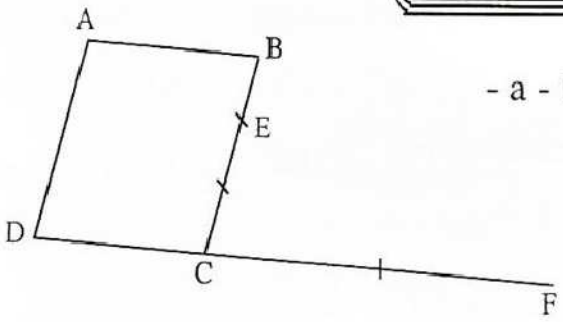
واستنتج $\overrightarrow{EF}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$.

3 - استنتج أن النقط A , E و F مستقيمية.

4 - بين أن $3\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{0}$

الجواب :

1 - a -



b - $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

إذن : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

لدينا ABCD متوازي ألأضلاع إذن :

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

ومنه : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

2 - a - الإنشاء : (انظر الشكل).

b - لدينا $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF}$

إذن $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{DC}$

لدينا $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EC} + 2\overrightarrow{DC}$

$= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{DC}$

$= -\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}$

ومنه $\boxed{\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}}$

3 -

لدينا $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

$= 2\left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$

إذن $\overrightarrow{EF} = 2\overrightarrow{AE}$

وبالتالي F , E , A نقط مستقيمية.

4 - $3\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{EF}$

$= 2\overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AE}$

إذن $3\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{0}$

تمرين 14 :

ليكن ABC مثلث بحيث I , J و K ثلاث نقط

بحيث $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

1 - أنشئ النقط K, J , I .

2 - أكتب $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

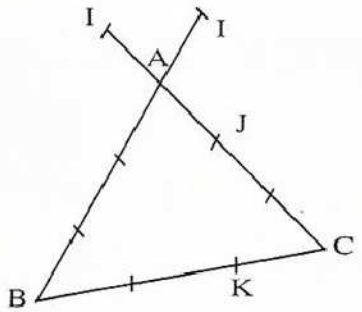
3 - استنتج أن J منتصف [IK].

الجواب :

1 - لدينا $\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

و



2 - لدينا : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ}$

$\boxed{\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}}$

كراستي
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

لدينا $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{Bk}$

$= \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$= \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

3 – لدينا : $\overrightarrow{IJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$= 2\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)$

ومنه $\overrightarrow{IK} = 2\ \overrightarrow{IJ}$

ومنه J منتصف [IK].

تمرين 15 :

ليكن ABCD متوازي الأضلاع.

I , J , k ثلاث نقط بحيث $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$ و K بحيث D منتصف [KC].

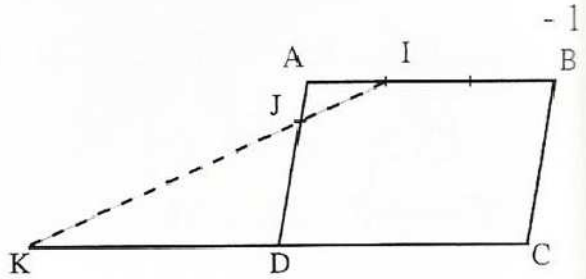
1 - أنشئ النقط I, J , K .

2 - أكتب $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{IK}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$.

3 - استنتج أن I, J , K نقط مستقيمية.

الجواب :

1 -



2 - لدينا

$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

ومنه

$\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{Ik} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AK} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DK}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$

ومنه : إذن $\overrightarrow{Ik} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

3 - لدينا : $\overrightarrow{Ik} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$= 4\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\right)$

إذن : $\overrightarrow{Ik} = 4\ \overrightarrow{IJ}$

وبالتالي I , J , K نقط مستقيمة.

تمرين 16 :

ABC مثلث في المستوى.

نعتبر النقطتين E و D حيث $3\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$

و $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{BC}$

1 - أنشئ الشكل.

2 - أ – بين أن : $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

وحدد $\overrightarrow{AE}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

ب – استنتج أن النقط A و E و D مستقيمية.

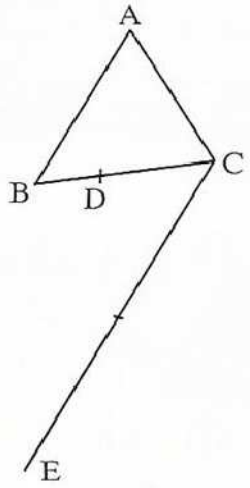
بين أن : $\|\overrightarrow{AD}\| \leqslant \frac{1}{3}\left(\|\overrightarrow{CE}\| + \|\overrightarrow{AC}\|\right)$

كراستي
حلول... نموذجية !
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

الجواب :

1 -



لدينا $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

2 - أ – لدينا : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

إذن $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

لدينا : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$

إذن $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB}$

ب – لدينا : $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{AB})$

إذن $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$

ومنه E , D , A نقط مستقيمية

3 - لدينا : $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{3}(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AC})$

إذن

$\|\overrightarrow{AD}\| = \|\overrightarrow{CE}\| + \|\overrightarrow{AC}\| \leqslant \frac{1}{3}(\|\overrightarrow{CE}\| + \|\overrightarrow{AC}\|)$

وبالتالي :

$\|\overrightarrow{AD}\| \leqslant \frac{1}{3}(\|\overrightarrow{CE}\| + \|\overrightarrow{AC}\|)$

تمرين 17 :

ABC مثلث و P و Q و R ثلاث نقط حيث :

$\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{0}$ و Q منتصف [AC]

و R مماثلة بالنسبة للنقطة C.

1 - أنشئ النقط P , Q و R.

2 - أ – حدد كلا من المتجهتين $\overrightarrow{PQ}$ و $\overrightarrow{PR}$ بدلالة المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

ب – استنتج أن النقط P و Q و R مستقيمية.

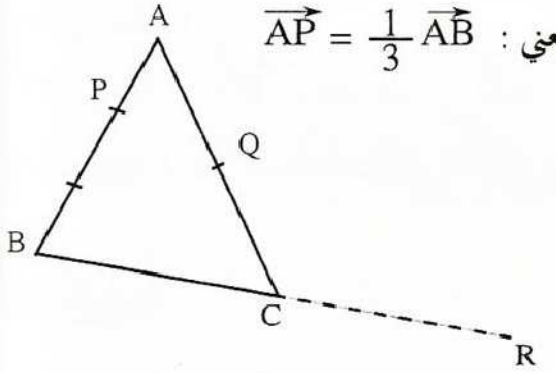
الجواب :

1 - لدينا $\overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{0}$

يعني : $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{0}$

يعني : $2\overrightarrow{PA} = -\overrightarrow{AB}$

يعني : $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$



2 - أ – لدينا $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AQ}$

إذن $\overrightarrow{PQ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

ولدينا : $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BR}$

كراستي
حلوة... نتوناسب !
Moutamadris.ma

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$

$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$

إذن : $\overrightarrow{PR} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

ب – لدينا : $\overrightarrow{PR} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

$= 4\left(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)$

ومنه : $\overrightarrow{PR} = 4\overrightarrow{PQ}$

وبالتالي P , Q و R نقط مستقيمية.

تمرين 18 :

ليكن ABCD متوازي الأضلاع E و F و G ثلاث نقط بحيث : D منتصف [EC]،

$\overrightarrow{AF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BG} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

1 - أنشئ النقط E , F و G.

2 - بين أن : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$

3 - أكتب $\overrightarrow{EG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$.

4 - استنتج أن F منتصف [EG].

5 - لتكن H بحيث $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

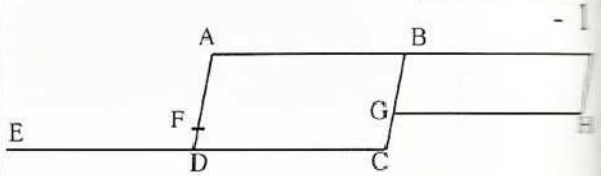
a - أنشئ النقطة H.

b - بين أن : $\overrightarrow{EH} - 3\overrightarrow{EF} = \vec{0}$

c - استنتج أن F , H , E نقط مستقيمية.

الجواب :

1 -



2 - لدينا : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF}$

$= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AD}$

$= \overrightarrow{DC} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$

إذن : $\boxed{\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}}$

3 - لدينا : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$

$= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

إذن : $\boxed{\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}}$

4 - لدينا : $\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$

$= 2\left(\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}\right)$

إذن : $\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{EF}$

وبالتالي F منتصف [EG].

5 - لإنشاء النقطة H ننشئ مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$.

لدينا :

$\overrightarrow{EH} - 3\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BH} - 3\left(\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}\right)$

$= 2\overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC} - 3\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

$= \vec{0}$

وبالتالي : $\overrightarrow{EH} - 3\overrightarrow{EF} = \vec{0}$

لدينا $\overrightarrow{EH} - 3\overrightarrow{EF} = \vec{0}$ يعني $\overrightarrow{EH} = 3\overrightarrow{EF}$

ومنه H , F , E نقط مستقيمية.

كراستي
Moutamadris.ma