خاصية طاليس العكسية : ABC مثلث معلوم وA و B و M مستقيمية، وA و C و N مستقيمية.

في هذا الترتيب و $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ فإن $(MN)//(BC)$

خاصية 1 : ليكن (D) و(Δ) مستقيمين متقاطعين و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتين مستقيميتين بحيث: $\overrightarrow{CD}=k\,\overrightarrow{AB}$.

إذا كانت A' و B' و C' و D' هي مساقط A و B و C و D بالتوالي على المستقيم (D) بتواز مع المستقيم (Δ) فإن : $\overrightarrow{C'D'}=k\overrightarrow{A'B'}$

نقول إن الاسقاط يحافظ على معامل استقامية متجهتين .

خاصية 2 : A و B نقطتان و I منتصف [AB]

إذا كانت A' و B' و I' هي مساقط A و B و I بالتوالي على المستقيم (D) بتواز مع مستقيم (Δ) فإن النقطة I' هي منتصف القطعة [A'B'] نقول إن الاسقاط يحافظ على منتصف قطعة .

خاصية 3 : ABC مثلث معلوم إذا كانت I و J منتصفي [AB] و [AC] فإن $\overrightarrow{BC}=2\ \overrightarrow{IJ}$

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

نعتبر مثلثا ABC

1 - أنشئ نقطة D من المستقيم (AB) حيث: $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

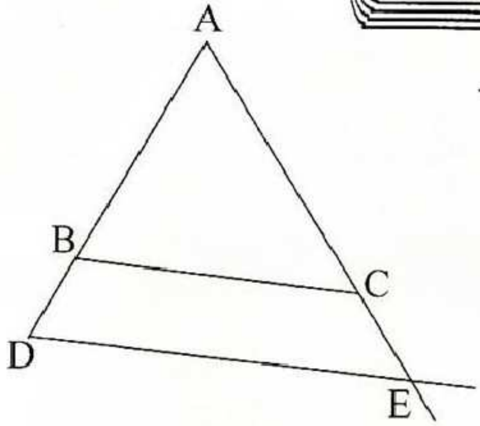
2 - المستقيم الموازي لـ (BC) يقطع (AC) في E .

أ - حدد DE بدلالة BC

ب - بين أن : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

الجواب :

1 -



2 - أ - ADE مثلث .

لدينا A و B و D مستقيمية،وA وC وE مستقيمية

في هذا الترتيب و $(DE)//(BC)$

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

لدينا $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ و $AD=\frac{3}{2}AB$

ومنه $\frac{AD}{AB}=\frac{3}{2}$

وبالتالي : $\frac{DE}{BC}=\frac{3}{2}$

أي أن : $\boxed{DE=\frac{3}{2}BC}$

ب - لدينا $DE=\frac{3}{2}BC$

و $\overrightarrow{DE}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيميتان ولهما نفس المنحى

إذن : $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

لدينا $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{3}{2}$

إذن $AE=\frac{3}{2}AC$

وبما أن $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتان ولهما نفس المنحى فإن :

$$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

تمرين 2 :

1) ABC مثلثا و D نقطة بحيث :

$$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

النقطة E هي مسقط D على (AC) بتواز مع (BC)

حدد العدد x الحقيقي حيث $\overrightarrow{CE}=x\overrightarrow{AC}$

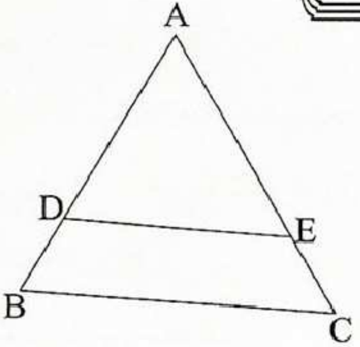
2) ليكن ABC مثلثا، نعتبر نقطة D من المستقيم (AB) ونقطة E من المستقيم (AC)

حيث : $\overrightarrow{DE}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{BC}$

حدد العددين الحقيقيين x و y حيث $\overrightarrow{DA}=x\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{CE}=y\overrightarrow{CA}$

الجواب :

1)



لدينا ABC مثلثا و $(MN) \parallel (BC)$

و $D\in[AB]$ و $E\in[AC]$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة

$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

لدينا $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ إذن $\frac{AD}{AB}=\frac{2}{3}$

ومنه $\frac{AE}{AC}=\frac{2}{3}$

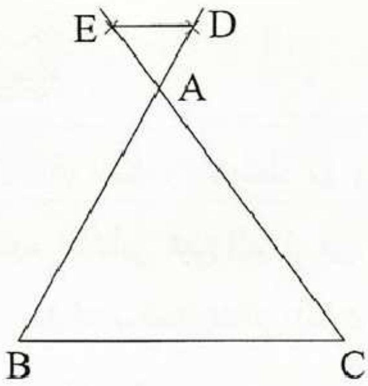
وبما أن $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتان ولهما نفس المنحى فإن : $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

إذن $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

ومنه $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}$

إذن : $\boxed{\overrightarrow{CE}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}}$

(2



لدينا $(BC) /\!/ (ED)$ و A و E و C مستقيمية، A و D و B مستقيمية في هذا الترتيب إذن حسب خاصية طاليس المباشرة فإن :

$$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$$

لدينا $\overrightarrow{DE}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{BC}$ إذن $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{4}$

ومنه $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{4}$ وبما أن $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ مستقيميتان وهما منحنيان متعاكسان فإن :

$$\overrightarrow{AD}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AD}=\frac{-1}{4}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB})$$

إذن $\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{DB}$

أي أن $\frac{5}{4}\overrightarrow{AD}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{DB}$

إذن : $5\,\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{DB}$

$$-5\,\overrightarrow{DA}=-\overrightarrow{DB}$$

إذن : $\boxed{\overrightarrow{DA}=\frac{1}{5}\overrightarrow{DB}}$

لدينا : $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$

وبما أن $\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AC}$ مستقيميتان وهما منحيان متعاكسان فإن :

$$\overrightarrow{AE}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{AC}$$

إذن : $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CE}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{AC}$

ومنه $\overrightarrow{CE}=\frac{-1}{4}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AC}$

إذن : $\overrightarrow{CE}=\frac{-5}{4}\overrightarrow{AC}$

إذن : $\boxed{\overrightarrow{CE}=\frac{5}{4}\overrightarrow{CA}}$

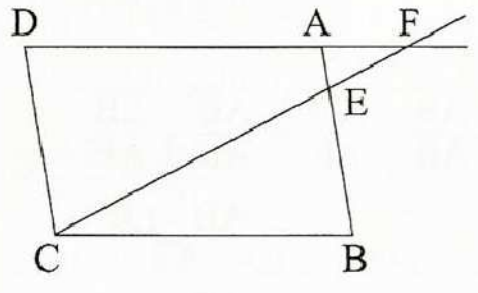
تمرين 3 :

ABCD متوازي الاضلاع و(Δ) مستقيما متغيرا مارا من النقطة C ويقطع المسقيم $[AB]$ في E والمستقيم (AD) في F.

1) قارن النسبتين $\frac{AD}{AF}$ و $\frac{BE}{AE}$

2) استنتج أن : $\frac{AB}{AE}-\frac{AD}{AF}=1$

الجواب :



1) نعتبر المثلث FDC

لدينا F و A و D مستقيمية، وF و E و C مستقيمية في هذا الترتيب و $(AE) /\!/ (DC)$

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{FD}{FA}=\frac{FC}{FE}=\frac{DC}{AE}$$

لدينا كذلك A و E و B مستقيمية، و F وE وC مستقيمية في هذا الترتيب و $(AF) \parallel (BC)$

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{EB}{EA}=\frac{EC}{EF}=\frac{BC}{AF}$$

إذن : $$\frac{EB}{EA}=\frac{EC}{EF} \quad ①$$

ولدينا $$\frac{FD}{FA}=\frac{FC}{FE}$$

إذن : $$\frac{FA+AD}{FA}=\frac{FE+EC}{FE}$$

إذن : $$1+\frac{AD}{FA}=1+\frac{FC}{FE}$$

ومنه $$\frac{AD}{FA}=\frac{EC}{FE} \quad ②$$

من ① و② نستنتج أن : :

$$\frac{EB}{EA}=\frac{AD}{AF}$$

2) لدينا

$$\frac{AB}{AE}-\frac{AD}{AF}=\frac{AB}{AE}-\frac{EB}{AE}$$
$$=\frac{AB-EB}{AE}$$
$$=\frac{AE}{AE}$$
$$=1$$

إذن : $$\frac{AB}{AE}-\frac{AD}{AF}=1$$

تمرين 4 :

ليكن ABC مثلثا . النقطتان D و E هما موقعا ارتفاعيه المنشأين على التوالي من B وC. النقطتان F وH هما موقعا ارتفاعي المثلث ADE على التوالي من D وE.

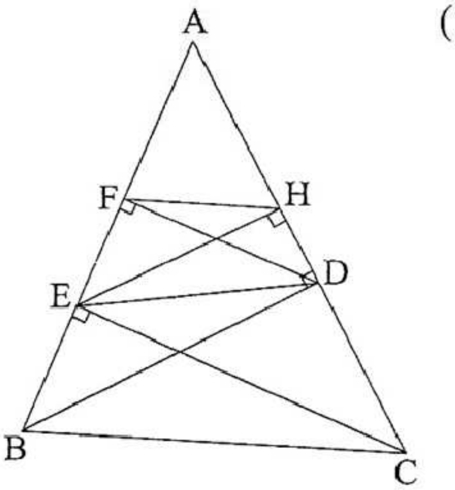
1) - أنشئ الشكل

2) - حدد صيغتين مختلفتين للجداء $AE \times AD$

3) - أثبت أن : $(FH) \parallel (BC)$

الجواب :

(1



2) نعتبر المثلث ABC

لدينا $(BD) \perp (AD)$ و $(EH) \perp (AD)$

إذن : $(EH) \parallel (BD)$

وA وH وD مستقيمية،وA وE وB مستقيمية في هذا الترتيب

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة :

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AH}{AD}=\frac{EH}{BD}$$

إذن : $\boxed{AB \times AH = AE \times AD}$

نعتبر المثلث AEC

لدينا $(AE) \perp (EC)$ و $(AE) \perp (DF)$

إذن : $(EC) \,//\, (DF)$

و A و D و C مستقيمية، و A و E و F مستقيمية في هذا الترتيب .

إذن $\frac{AF}{AE}=\frac{AD}{AC}=\frac{FD}{EC}$

إذن : $\boxed{AF \times AC = AE \times AD}$

3) لدينا $AE \times AD = AB \times AH$

و $AE \times AD = AF \times AC$

إذن : $AB \times AH = AF \times AC$

ومنه : $\frac{AB}{AF}=\frac{AC}{AH}$

ولدينا A و H و C مستقيمية، و A و F و B مستقيمية في هذا الترتيب

إذن حسب خاصية طاليس االعكسية :

$(FH) \,//\, (BC)$

تمرين 5 :

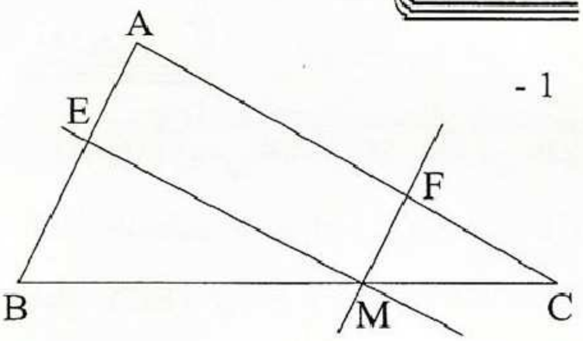
ABC مثلث و $M \in [AB]$ و E هي مسقط النقطة M على (AB) بتواز مع (AC). F هي مسقط النقطة M على (AC) بتواز مع (AB)

1 - قارن الخارجين : $\frac{AE}{AB}$ و $\frac{CM}{CB}$

ثم الخارجين : $\frac{AF}{AC}$ و $\frac{BM}{BC}$

2 - حدد موضع M على [AB] بحيث يكون $(EF) \,//\, (BC)$

الجواب :



1 -

في المثلث ABC مثلث لدينا $E \in [AB]$ و $M \in [BC]$

ولدينا $(AC) \,//\, (EM)$ إذن حسب خاصية طاليس المباشرة فإن : ① $\frac{AE}{AB}=\frac{CM}{CB}$

في المثلث ABC دائما لدينا $F \in [AC]$ و $M \in [AB]$ ولدينا $(AB) \,//\, (MF)$

إذن حسب خاصية طاليس المباشرة فإن :

② $\frac{AF}{AC}=\frac{BM}{BC}$

2 - في المثلث ABC لدينا $E \in [AC]$ و $F \in [AC]$ ولدينا $(BC) \,//\, (EF)$

إذن حسب المبرهنة العكسية لطاليس فإن :

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$$

إذن من ① و② نستنتج أن : :

$$\frac{CM}{CB}=\frac{BM}{BC}$$

ومنه : $CM = BM$

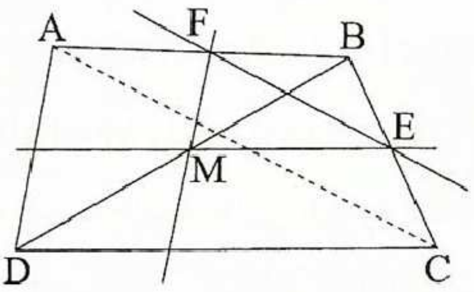
وحيث أن $M \in [BC]$ فهذا يعني M منتصف $[BC]$.

تمرين 6 :

ABCD رباعي محدب وM نقطة من القطر $[BD]$، المستقيم المار من M والموازي لـ (CD) يقطع (BC) في E والمستقيم المار من M والموازي لـ (AD) يقطع (AB) في F.

بين أن : $(EF) // (AC)$

الجواب :



لدينا في المثلث ABD و$F \in [AB]$

و $M \in [BD]$ ولدينا $(MF) // (AD)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن :

$$① \quad \frac{BF}{BA}=\frac{BM}{BD}$$

في المثلث DBC ولدينا $M \in [BD]$

و $E \in [BC]$ و $(ME) // (DC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن :

$$② \quad \frac{BM}{BD}=\frac{BE}{BC}$$

من ① و② نستنتج أن : :

$$\frac{BF}{BA}=\frac{BE}{BC}$$

إذن في المثلث ABC لدينا $E \in [BC]$

و $F \in [AB]$ و $(EF) // (AC)$

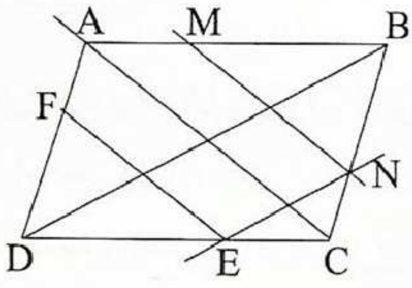
ومنه حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن :

$$(AC) // (EF)$$

تمرين 7 :

ABCD متوازي أضلاع، $M \in [AB]$ الموازي لـ (AC) المار من M يقطع (BC) في N والموازي لـ (BD) المار من N يقطع (CD) في E والموازي لـ (AC) المار من E يقطع (AD) في F بين أن : $(MF) // (BD)$

الجواب :



لدينا في المثلث ABD و $M \in [AB]$

و $N \in [BC]$ ولدينا $(MN) // (AC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$① \quad \frac{AM}{AB} = \frac{CN}{CB}$$

في المثلث BCD ولدينا $N \in [CB]$

و $E \in [CD]$ و $(EN) // (BD)$

ومنه حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$② \quad \frac{CN}{CB} = \frac{CE}{CD}$$

في المثلث ACD ولدينا $E \in [DC]$

و $F \in [DA]$ و $(EF) // (AC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$③ \quad \frac{CE}{CD} = \frac{AF}{AD}$$

إذن من ① و② و③ فإن :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AF}{AD}$$

إذن في المثلث ABD لدينا $M \in [AB]$

و $F \in [AD]$ و $\frac{AM}{AB} = \frac{AF}{AD}$

ومنه حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن :

$$(MF) // (BD)$$

تمرين 8 :

1) ABCD متوازي أضلاع و(Δ) مستقيما مارا من النقطة A خارج متوازي الاضلاع ABCD .

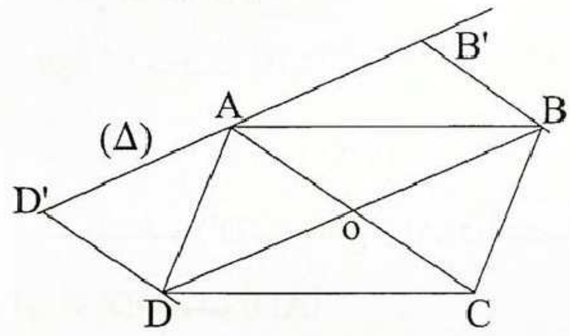
النقطتان 'B و 'D لهما مسقطا B و D على (Δ) بتواز مع (AC)

أثبت أن النقطة A منتصف القطعة $[B'D']$.

2) ليكن ABC مثلثا، النقط 'B و 'C و D و 'D هي منتصفات القطع $[AC]$ و $[AB]$ و $[BC]$ و $[B'C']$ على التوالي.

أثبت أن 'D منتصف القطعة $[AD]$

الجواب :



1) ليكن o مركز متوازي الاضلاع

إذن o منتصف القطعة $[DB]$

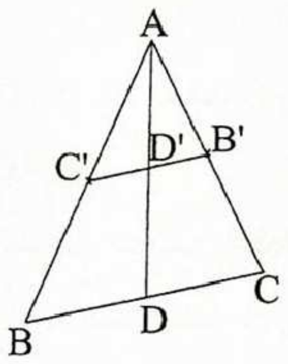
نعتبر p الاسقاط على (Δ) بتواز مع (AC) لدينا

$p(D) = D'$ و $p(B) = B'$ و $p(o) = A$

وبما ان الاسقاط يحافظ على منتصف قطعة فإن

A منتصف القطعة $[B'D']$

(2



نعتبر المثلث ABC

لدينا 'B منتصف [AC]

'C منتصف [AB]

إذن (B'C') // (BC)

ومنه (C'D') // (BD)

نعتبر المثلث ABD

لدينا 'C منتصف [AB]

و (C'D') // (BD)

إذن المستقيم (C'D') يقطع [AD] في منتصفها

أي أن 'Dمنتصف [AD]

تمرين 9 :

ليكن ABC مثلثا و I منتصف القطعة [BC] .

النقطةEهي للسقط العمودي للنقطةBعلى(AI)

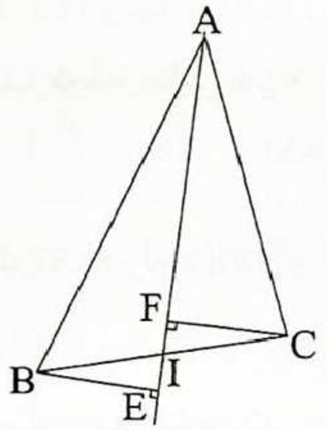
و النقطةFهي للسقطالعمودي للنقطة C على(AI)

1) - أثبت أن I منتصف [EF]

2) - أثبت أن النقطتين B و C متساويتا المسافة عن المستقيم المتوسط (AI).

الجواب :

(1



نعتبرp الاسقاط العمودي على (AI)

لدينا I منتصف القطعة [BC]

$p(C) = F$ و $p(B) = E$ و $p(I) = I$

إذن p (I) منتصف القطعة [EF]

لأن الاسقاط يحافظ على منتصف قطعة

وبالتالي I منتصف القطعة [EF]

2) لدينا I منتصف القطعتين [BC] و [EF]

إذن الرباعي BECF متوازي الاضلاع

وبالتالي : $CF = BE$

إذن B و C متساويتا المسافة عن المستقيم المتوسط (AI).

تمرين 10 : (مبرهنة سيفا ceva)

ABC مثلث نعتبر ثلاثة مستقيمات متوازية تمر على التوالي من A و B و C وتقطع (BC) و(AC) و(AB) في T و S و R على التوالي

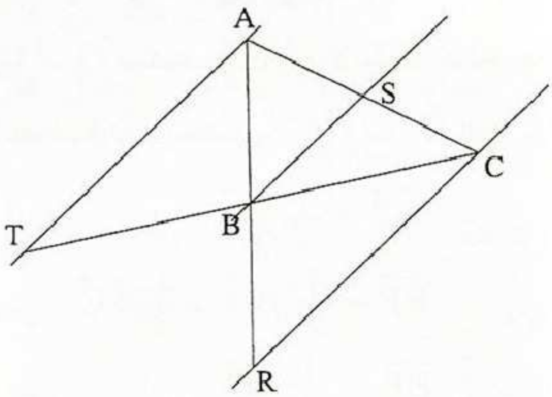
1 - قارن النسبتين $\frac{TB}{TC}$ و $\frac{AB}{AR}$

ثم النسبتين $\frac{SC}{SA}$ و $\frac{BR}{BA}$

2 - أحسب قيمة الجداء

$$\frac{TB}{TC}\times\frac{SC}{SA}\times\frac{RA}{RB}$$

الجواب :



في المثلث ARC لدينا : $S \in [AC]$

و $B \in [AR]$ و $(RS) // (RC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$① \quad \frac{AB}{AR}=\frac{AS}{AC}$$

في المثلث SAT لدينا : $S \in [AC]$

و $B \in [CT]$ و $(BS) // (AT)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن :

$$② \quad \frac{TB}{TC}=\frac{AS}{AC}$$

من ① و② فإن :

$$\boxed{\frac{AB}{AR}=\frac{TB}{TC}}$$

في المثلث ACR لدينا : $S \in [AC]$

و $B \in [AR]$ و $(BS) // (RC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$\boxed{\frac{SC}{SA}=\frac{BR}{BA}}$$

2 - لدينا

$$\frac{TB}{TC}\times\frac{SC}{SA}\times\frac{RA}{RB}$$

$$=\frac{AB}{AR}\times\frac{BR}{BA}\times\frac{BA}{RB}=1$$

وبالتالي :

$$\frac{TB}{TC}\times\frac{SC}{SA}\times\frac{RA}{RB}=1$$

تمرين 11 :

ليكن ABC مثلثا وQ منتصف القطعة [AC]

وP من (BC) بحيث : $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

1 - لتكن J نقطة تقاطع (AC) مع الموازي للمستقيم (BQ) المار من النقطة P ولتكن I نقطة تقاطع (AP) و(BQ).

أثبت أن $\overrightarrow{QC}=3\overrightarrow{QJ}$

استنتج أن $\overrightarrow{JA}=4\overrightarrow{JQ}$ و $\overrightarrow{PA}=4\overrightarrow{PI}$

2 - لتكن K نقطة تقاطع (BC) والموازي للمستقيم (AP) المار Q .

أثبت أن $\overrightarrow{PK}=\overrightarrow{KC}$ و $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PK}$

3 - لتكن R نقطة تقاطع (CI) و(AB) وL نقطة تقاطع (AB) والموازي للمستقيم (CI) المار Q .

أثبت أن $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BR}$

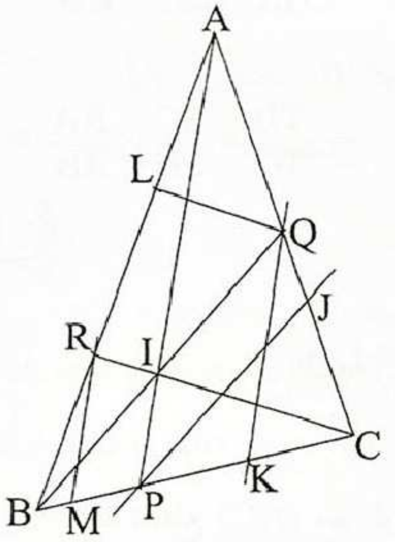
4 - لتكن M نقطة تقاطع (BC) والموازي

للمستقيم (AP) المار R .

أثبت أن $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{BM}$

استنتج أن $\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MP}$ و $\overrightarrow{RC}=4\overrightarrow{RI}$

الجواب :



1 - لدينا C ،P، B ثلاث نقط من(BC) و C

و J و Q مساقطها على(AC) بتواز مع (BQ)

وبما أن $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

والاسقاط يحافظ على الاستقامية ومعاملها فإن :

$\overrightarrow{QC}=3\overrightarrow{QJ}$ أي $\overrightarrow{QJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{QC}$

لدينا $\overrightarrow{JA}=\overrightarrow{JQ}+\overrightarrow{QA}$

يعني $\overrightarrow{JA}=\overrightarrow{JQ}+\overrightarrow{CQ}$

يعني $\overrightarrow{JA}=\overrightarrow{JQ}+3\overrightarrow{JQ}$

وبالتالي $\overrightarrow{JA}=4\overrightarrow{JQ}$

في المثلث APJ لدينا: $I\in[AP]$ و $Q\in[AJ]$

و $(IQ)\,//\,(PJ)$

إذن :A وI وP مساقط A وQ وJ على التوالي

على (AP) بتواز مع (PJ) وبما أن $\overrightarrow{JA}=4\overrightarrow{JQ}$

والاسقاط يحافظ على الاستقامية ومعاملها فإن:

$\overrightarrow{PA}=4\overrightarrow{PI}$

2 - لدينا A ،Q، C ثلاث نقط من(AC)

مساقطها على التوالي على (BC) بتوازمع(AP)

وبما أن Q منتصف [AC] والاسقاط يحافظ على

المنتصف فإن K منتصف [PC] ومنه $\overrightarrow{PK}=\overrightarrow{KC}$

لدينا $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

يعني : $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$

يعني : $\overrightarrow{BP}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$

يعني : $\frac{2}{3}\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$

يعني : $2\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PC}$

يعني : $2\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PK}$

إذن : $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{PK}$

3 - لدينا A ،L ،R ثلاث نقط من (AB)

وهي مساقط A وQ وC من (AC) على التوالي

بالتوازي مع (CI) وبما أن Q منتصف [AC]

فإن L منتصف [AR]

إذن : $\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{LR}$

كذلك في المثلث BQK لدينا : $P\in[BK]$

وP منتصف [BK] و $I\in[BK]$

و $(KQ)\,//\,(PI)$ إذن I منتصف [BQ]

بنفس الكيفية في المثلث BQL نستنتج ان R منتصف [BL] ومنه $\overrightarrow{LR}=\overrightarrow{RB}$

لدينا $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BR}+\overrightarrow{RL}+\overrightarrow{LA}$

$=\overrightarrow{BR}+\overrightarrow{BR}+\overrightarrow{BR}$

ومنه $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BR}$

4 - لدينا M، B، P ثلاث نقط من (BC) وهي مساقط B و R وA على التوالي على (BC) بتواز مع (AP)

وبما أن $\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BR}$

فإن $\overrightarrow{BP}=3\overrightarrow{BM}$

لدينا $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BP}$

يعني $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{MP}$

يعني $\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{MP}$

يعني $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MP}+3\overrightarrow{MP}$

ومنه $\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{MP}$

في المثلث RCM لدينا : $I\in[RC]$ و $P\in[MC]$ و $(RM)//(IP)$

إذن حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$\frac{RC}{RI}=\frac{MC}{MP}$$

ومنه $RC=4RI$

وبما أن $I\in[RC]$ فإن $\overrightarrow{RC}=4\overrightarrow{RI}$