الدوال الأصلية

1. تعريف :

- **نقول أن F دالة أصلية ل f على I إذا كانت F قابلة للاشتقاق على I و** $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$

2. خاصيات :

- كل دالة متصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على هذا المجال
- إذا كانت F دالة أصلية ل f على I فإن مجموعة الدوال الأصلية ل f على I هي الدوال :
  $x \mapsto F(x) + \lambda \quad (\lambda \in \mathbb{R})$
- ليكن x_0 و y_0 من $\mathbb{R}$ توجد دالة أصلية وحيدة F ل f تحقق $F(x_0) = y_0$
- لتكن F و G دالتان أصليتان ل f و g على التوالي و $k \in \mathbb{R}$ لدينا :
  - $F+G$ دالة أصلية ل $f+g$
  - $k.F$ أصلية ل $k.f$

3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

f دالة معرفة على المجال I بما يلي : $f(x) = ...$	الدوال الأصلية ل f على I معرفة بما يلي: $F(x) = ...$	المجال I
k (k عدد حقيقي ثابت)	$kx + c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\mathbb{R}$
$x^n \quad (n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
$x^r \quad (r \in \mathbb{Q} - \{-1\})$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	$]0,+\infty[$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$	$\left]\frac{-\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right[, (k \in \mathbb{Z})$
$(a \neq 0), \cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$	$\mathbb{R}$
$(a \neq 0), \sin(ax+b)$	$\frac{-1}{a}\cos(ax+b) + c$	$\mathbb{R}$

$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+c$	$]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x}+c$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)+c$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x+c	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{1+x^2}$	$Arc\tan(x)+c$	$\mathbb{R}$

4. العمليات على الدوال الأصلية :

الدالة f	الدوال الأصلية ل f على I	شروط على u
$(n\in\mathbb{N}^*)\quad u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	
$(n\neq -1;n\in\mathbb{Z}^*)\quad u'u^n$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1}+c$	لكل x من I , $u(x)\neq 0$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}+c$	لكل x من I , $u(x)>0$
$(r\in\mathbb{Q}-\{-1\})\quad u'u^r$	$\frac{1}{r+1}u^{r+1}+c$	لكل x من I , $u(x)>0$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}+c$	لكل x من I , $u(x)\neq 0$
$\frac{u'}{u}$	$\ln\|u\|+c$	لكل x من I , $u(x)\neq 0$
$u'e^u$	e^u+c	
$\frac{u'}{1+u^2}$	$Arc\tan(U)+c$	