

## حساب التكامل

## 2 ع ت

1. تكامل دالة على مجال مغلق :

لتكن  $f$  دالة متصلة على مجال  $I$  و  $F$  دالة أصلية عليه.  
العدد  $F(b) - F(a)$  غير مرتبط بالدالة الأصلية  $F$  ويسمى تكامل  $f$

من  $a$  إلى  $b$  ويرمز له بالرمز :  $\int_a^b f(x)dx$

نكتب  $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

المتغير  $x$  في التكامل  $\int_a^b f(x)dx$  صامت ولدينا :

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du...$$

2. علاقة شال :

لكل  $a$  و  $b$  و  $c$  من المجال  $I$  :

$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt$$

نتائج :

$$\int_a^a f(t)dt = 0.$$

$$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt.$$

3. خطانية التكامل :

$$\int_a^b (f(t) + g(t))dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt .$$

$$\int_a^b \alpha f(t)dt = \alpha \int_a^b f(t)dt .$$

4. الدالة الأصلية التي تعتمد في نقطة :

الدالة الأصلية للدالة  $f$  التي تعتمد في عدد  $a$  هي  $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$

5. التكامل والترتيب :

إذا كان :  $f(t) \geq 0$  لكل  $t$  من  $[a, b]$

$$\int_a^b f(t)dt \geq 0$$

إذا كان :  $f(t) \geq g(t)$  لكل  $t$  من  $[a, b]$

$$\int_a^b f(t)dt \geq \int_a^b g(t)dt$$

إذا كان :  $a \leq b$

$$\left| \int_a^b f(t)dt \right| \leq \int_a^b |f(t)|dt$$

إذا كان :  $a \leq b$

فإن :  $\left| \int_a^b f(t)dt \right| \leq M(b-a)$  حيث  $M$  هي القيمة القصوى

للدالة  $f$  على  $[a, b]$

6. القيمة المتوسطة :

إذا كان  $a < b$

$$\text{فإن : } (\exists c \in [a, b]) : f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt$$

$$\mu = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt .$$

7. حساب تكامل باستعمال مكاملة بالأجزاء :

إذا كانت :  $u$  و  $v$  دالتين ق ش و  $u'$  و  $v'$  متصلتين على  $[a, b]$

$$\text{فإن : } \int_a^b u'(t)v(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u(t)v'(t)dt$$

هذه المتساوية تسمى صيغة المكاملة بالأجزاء

8. حساب المساحات :

مساحة حيز المستوى المخصوص بين منحنى دالتين متصلتين على  $I$  والمستقيمين

المعرفين بالمعادلتين  $x = a$  و  $x = b$  هي :

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

. مساحة حيز المستوى المخصوص بين منحنى  $f$  ومحور الأفضيل والمستقيمين

$$\text{المعرفين بالمعادلتين } x = a \text{ و } x = b \text{ هي } \int_a^b |f(x)| dx \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

. مساحة حيز المستوى المخصوص بين منحنى  $f$  والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته

$$y = ax + b \text{ والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين } x = a \text{ و } x = b \text{ هي}$$

$$\int_a^b |f(x) - (ax + b)| dx \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

حيث  $ua$  هي وحدة قياس المساحة ولدينا :  $ua = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$

9. حساب حجم مجسم :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد منظم .

لتكن  $f$  دالة معرفة على مجال  $[a, b]$  .

حجم الجسم المولد بدوران منحنى  $f$  حول محور الأفضيل هو :

$$\int_a^b \pi (f(t))^2 dt \quad uv$$

حيث  $uv$  هي وحدة قياس الحجم ولدينا  $uv = \|\vec{i}\|^3$

