الاشتقاق

قابلية الاشتقاق في عدد:

نقول إن دالة f قابلة للاشتقاق في العدد x_0 إذا كانت النهاية : $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ منتهية

هذه النهاية تسمى العدد المشتق للدالة f في x_0 ويرمز له بالرمز: $f'(x_0)$

معادل المماس لمنحنى دالة - الدالة التألفية المماسة لمنحنى دالة:

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق في x_0

- معادلة المماس لمنحنى الدالة f في النقطة التي أفصولها x_0 هي: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
- الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $u(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

تسمى الدالة التآلفية المماسة لمنحنى الدالة f في النقطة التي أفصولها x_0 و هي تقريب للدالة f بجوار x_0

قابلية الاشتقاق على اليمين- قابلية الاشتقاق على اليمين :

- نقول إن دالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في x_0 إذا كانت النهاية $\lim_{\substack{x\to x_0\\ >}}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ منتهية

هذه النهاية تسمى العدد المشتق للدالة f على اليمين في x_0 و يرمز له بالرمز: $f'_d(x_0)$

- نقول إن دالة f قابلة للاشتقاق على اليسار في x_0 إذا كانت النهاية: $\lim_{\substack{x\to x_0\\ <}}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ منتهية

هذه النهاية تسمى العدد المشتق للدالة f على اليسار في x_0 و يرمز له بالرمز: $f'_g(x_0)$

تكون دالة f قابلة للاشتقاق في x_0 إذا كانت f قابلة للاشتقاق على اليمين و على اليسار في x_0 و $f'_g(x_0)=f'_d(x_0)$

الاشتقاق و الاتصال:

إذا كانت دالة f قابلة للاشتقاق في عدد x_0 فإن f تكون متصلة في x_0

جدول مشتقات بعض الدوال الاعتيادية:

	$f(x)$	$f'(x)$
$(k\in\mathbb{R})$	k	0
	x	1
	$\frac{1}{x}$	$\frac{-1}{x^2}$
$(r\in\mathbb{Q}^*-\{1\})$	x^r	rx^{r-1}
	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
	$\sin x$	$\cos x$
	$\cos x$	$-\sin x$
	$\tan x$	$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$

العمليات على الدوال المشتقة- مشتقة مركب دالتين - مشتقة دالة الجذر:

$(u+v)'=u'+v'$	$(u-v)'=u'-v'$	$(k\in\mathbb{R})\quad (ku)'=k(u)'$
$(uv)'=u'v+uv'$	$(u^n)'=nu'.u^{n-1}$	
$\left(\frac{1}{v}\right)'=\frac{-v'}{v^2}$	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$	
$(u\circ v)'=\left[u'\circ v\right]\times v'$	$(\sqrt{u})'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	

الاشتقاق و تغيرات دالة:

لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال I

- $f'(x)\geq 0 \quad \forall x\in I \Leftrightarrow$ f تزايدية على المجال I
- $f'(x)\leq 0 \quad \forall x\in I \Leftrightarrow$ f تناقصية على المجال I
- $f'(x)=0 \quad \forall x\in I \Leftrightarrow$ f ثابتة على المجال I

الاشتقاق و التأويل الهندسي:

النهاية	استنتاج	التأويل الهندسي للمنحنى (C_f) يقبل :
$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a\quad(a\neq 0)$	f قابلة للاشتقاق في x_0	مماسا في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ معامله الموجه هو a
$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$		مماسا أفقيا في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a\quad(a\neq 0)$	f قابلة للاشتقاق على يمين x_0	نصف مماس على اليمين في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ معامله الموجه هو a
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$		نصف مماس أفقي على اليمين في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0	نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأسفل
$\lim\limits_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$		نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأعلى
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=a\quad(a\neq 0)$	f قابلة للاشتقاق على يسار x_0	نصف مماس على اليسار في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ معامله الموجه هو a
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=0$		نصف مماس أفقي على اليسار في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=-\infty$	f غير قابلة للاشتقاق على يسار x_0	نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأعلى
$\lim\limits_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=+\infty$		نصف مماس عمودي على اليسار في النقطة $A\left(x_0;f(x_0)\right)$ موجه نحو الأسفل