



E

A

2018

NS 01



"

"

Instructions au candidat

Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants, en 3 pages dont la première est réservée aux instructions suivantes :

⟨ **Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin.**

⟨ **K n " x q w u " g u v " c w v q t k u² scientifique non programmable.**

⟨ **Vous devez justifier les résultats (Par exemple : Lors du calcul des limites , lors du e c n e w n " f g u " r t q d c d k n k**

⟨ **Vous pouvez répondre aux exercices selon n ø q t f t g " s w k " x q w u " " e q numérotter les exercices et les questions tels s w ø k n udans le sujet q p v**

⟨ **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible.**

⟨ **Il est souhaitable que les pages soient numérotées afin de faciliter la correction.**

⟨ **N ø² e t k v w t g " c w " u v { n q "**

⟨ **Assurez-vous que vous avez traité tous les g z g t e k e g u " c x c p v " f g " s**

" " "

0' " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

" " " "

'0 " " "

Exercice n°1 : (3.5pts)

On considère la suite u_n définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{3u_n + 2}$ pour tout n de \mathbb{N}

1. Calculer u_1 et u_2

2. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{u_n - 2}{1! u_n}$

2.a. Calculer v_0

2.b. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $v_{n+1} = \frac{1! 2u_n}{1! u_n}$ et en déduire que $v_{n+1} > v_n$

2.c. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $v_n < 3n$

3.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > \frac{v_n - 2}{v_n + 1}$

3.b. En déduire que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > \frac{3n - 2}{3n + 1}$

4. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2 : (3pts)

On considère dans \mathbb{C} les deux solutions z_1 et z_2 de l'équation $z^2 - 2z + 1 = 0$

1.a. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - 2z + 1 = 0$. Les solutions z_1 et z_2 sont telles que $\text{Im}(z_1) > 0$ et $\text{Im}(z_2) < 0$.

0.5 1.b. Écrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

0.5 1.c. Montrer que : $z_1^4 = z_2^4 = 1$

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points $A(1+i)$ et $B(1-z_1)$

0.5 2.a. Donner $\frac{1-z_1}{1+i}$ sous forme algébrique.

0.5 2.b. En déduire que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O

Exercice n°3 : (3pts) (N.B : Tous les résultats doivent être donnés sous forme de fraction)

Un sac contient 12 boules indiscernables au toucher : 4 rouges, 6 blanches et 2 vertes.

On tire simultanément trois boules du sac.

On considère les deux événements suivants :

A : « Les trois boules tirées sont de la même couleur »

B : « Les trois boules tirées sont de couleurs deux à deux différentes »

0.75 1. Montrer que $P(A) = \frac{6}{55}$

0.75 2. Calculer $P(B)$

3. On définit la variable aléatoire X en procédant au jeu suivant :

- Si les trois boules tirées sont de même couleur, on gagne 3 points.

- Si les trois boules tirées sont de couleurs deux à deux différentes, on perd 3 points.

- Si les trois boules tirées sont de couleurs deux à deux différentes, on perd 3 points.

1 3.a. Copier et compléter le tableau ci-contre:

0.5 5 0 d 0 " F q p p g t " n ø g u r ² t c p e g
de la variable aléatoire

	3	0	-3

Exercice n°4 : (2pts)

N ø g u r c e g " g u v " t c fOr, iq jt; k? " < " w p " t g r ³ t g " "

Soient la droite passant par le point et dont un vecteur directeur est

et la droite dont une représentation paramétrique est :

0.5 1. Montrer que le point appartient à

1.5 2. Donner une équation cartésienne du plan défini par et

Exercice n°5 : (8.5 pts)

Soit la fonction numérique de la variable réelle "définie sur par et soit sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1 1.a. Calculer et donner une interprétation géométrique du résultat.

1 1.b. Calculer

1 1.c. Calculer et donner une interprétation géométrique du résultat.

On pourra remarquer que :

1 2.a. Montrer que : pour tout de

1.5 2.b. Etudier le signe de et dresser le tableau de variations de

1 5 0 " F ² v g t o k p g t " n ø c d u e k u u gg"vf "wf "gr "qnkcp"vf "tf qøkkvpgv"gft øu² gse wckvq

4. Dans la figure ci-dessous est la courbe représentative de

0.5 4.a. Vérifier que pour tout de :

1.5 6 0 d 0 " F ² v g t o k p g t " n ø c.k t g " f g " n c " r c t v k g " j c e j w t ² g

