الفضاء $\mathcal{E}$ منسوب إلى معلم $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر في $\mathcal{E}$ المستقيمين $(D)$ و $(D')$ المحددين بالتمثيلين البارامتريين كما يلي :

$$(D')\begin{cases} x = 6-3t' \\ y = 3+t' \\ z = 3-2t' \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R} \qquad (D)\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2+3t \\ z = 3-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

1- حدد مثلوث إحداثيات النقطة A تقاطع المستقيمين $(D)$ و $(D')$ .

2- ليكن ( p ) المستوى المحدد بالمستقيمين $(D)$ و $(D')$ .

بين أن : $5x-7y-11z+24=0$ معادلة ديكارتية للمستوى ( p ) .

3 – نعتبر المستقيم $(\Delta)$ المعرف بنظمة المعادلتين التالية :

$$(\Delta)\begin{cases} x+y+6z-14=0 \\ x-y+2z-4=0 \end{cases}$$

أ - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(\Delta)$ . .

ب – حدد مثلوث إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيم $(\Delta)$ والمستوى ( P ) .

1- تحديد مثلوث إحداثيات A

يجب أن نحل النظمة : $\begin{cases} -1+2t=6-3t' \\ -2+3t=3+t' \\ 3-t=3-2t' \end{cases}$

هذه النظمة تكافئ : $\begin{cases} 2t+3t'=7 \\ 3t-t'=5 \\ t-2t'=0 \end{cases}$

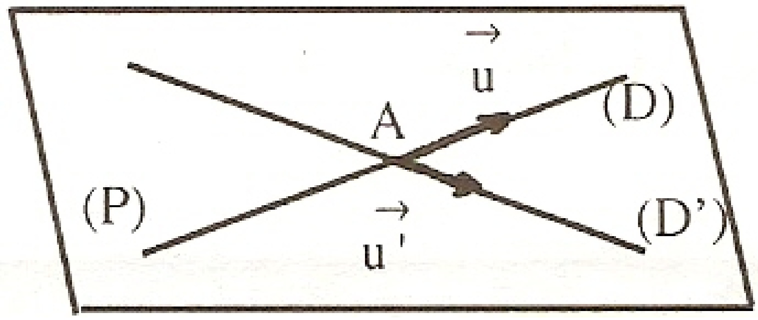
حل النظمة $\begin{cases} 2t+3t'=7 \\ t-2t'=0 \end{cases}$ هو $(2,1)$

وبما أن الزوج $(2,1)$ حل للمعادلة $3t-t'=5$

فإن $t=2$ و $t'=1$

وبالتالي فإن مثلوث إحداثيات A نقطة تقاطع المستقيمين ( D ) و ( D' ) هو $(3,4,1)$ ( حصلنا على هذا المثلوث بتعويض t بالقيمة 2 في التمثيل البارامتري للمستقيم ( D ) أو بتعويض t' بالقيمة 1 في التمثيل البارامتري للمستقيم ( D')

2 – معادلة ديكارتية للمستوى ( p )




المستوى ( p ) محدد بالنقطة $A(3,4,1)$ وبالمتجهتين $\vec{u}(2,3,-1)$ ( موجهة للمستقيم ( D ) ) و $(-3,1,-2)$ $\vec{u'}$ ( موجهة للمستقيم ( D' ) ) لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من الفضاء .

لدينا : $M\in(P)\Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{AM},\vec{u},\vec{u'}\right)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-3 & 2 & -3 \\ y-4 & 3 & 1 \\ z-1 & -1 & -2 \end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3).\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - (y-4).\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} +(z-1)-\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow -5(x-3)+7(y-4)+11(z-1)=0$$

$$\Leftrightarrow -5x+7y+11z-24=0$$

$\Leftrightarrow 5x-7y-11z+24=0$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى ( p ) هي بالفعل :

$5x-7y-11z+24=0$

3 – أ – تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$

النظمة :
$$\begin{cases} x+y+6z-14=0 \,|1 \\ x-y+2z-4=0 \,|2 \end{cases}$$

تكافئ :
$$1+2\begin{cases} 2x+8z-18=0 \\ x-y+2z-4=0 \end{cases}$$

أي :
$$\begin{cases} x=9-4z \\ 9-4z-y+2z-4=0 \end{cases}$$

أي :
$$\begin{cases} x=9-4z \\ y=5-2z \end{cases}$$

إذن تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$ هو :
$$\begin{cases} x=9-4t \\ y=5-2t \\ z=t \end{cases} \qquad (t\in\mathbb{R})$$

ب – مثلوث إحداثيات B

لدينا : $(P): 5x-7y-11z+24=0$

و
$$(\Delta):\begin{cases} x=9-4t \\ y=5-2t \\ z=t \end{cases} \qquad (t\in\mathbb{R})$$

ولدينا المعادلة : $5(9-4t)-7(5-2t)-11t+24=0$

تكافئ : $-20t+14t-11t+34=0$ أي $-17t=-34$

أي : $t=2$

إذن مثلوث إحداثيات B نقطة تقاطع ( P ) و $(\Delta)$ هو : $(1,1,2)$