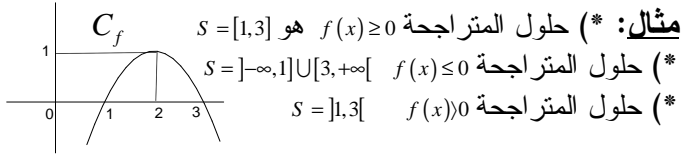


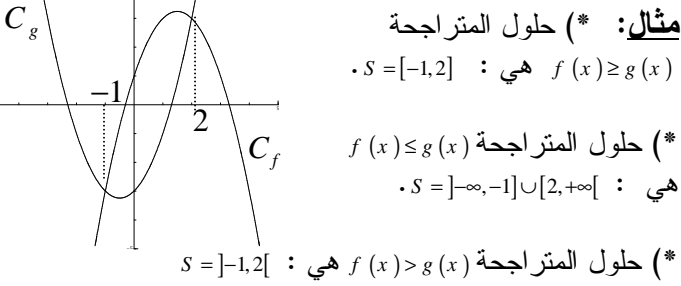
# عموميات حول الدوال

(\* حلول المتراجحة  $f(x) \leq 0$  هي اتحاد المجالات التي يكون فيها  $C_f$  تحت محور الأفاصيل.



**2** نقول إن  $f \leq g$  على  $D$  إذا وفقط إذا كان  $f(x) \leq g(x)$  لكل  $x \in D$ .  
**ملاحظات: (التأويل الهندسي)**

(\* تكون  $f \leq g$  إذا وفقط إذا كان  $C_f$  تحت  $C_g$ .  
 (\* حلول المتراجحة  $f(x) \leq g(x)$  هي المجالات التي يكون فيها  $C_f$  تحت  $C_g$ .



**3 (a)** تقاطع  $C_f$  مع محور الأرتيب هي النقطة  $A(0, f(0))$ .

**(b)** من أجل تحديد تقاطع  $C_f$  مع محور الأفاصيل نحل المعادلة  $f(x) = 0$  إذا كانت  $x_2, x_1 \dots$  هي الحلول فإن نقط تقاطع هي  $\dots B(x_2, 0); A(x_1, 0)$

(\* حلول المعادلة  $f(x) = 0$  هي أفاصيل نقط تقاطع  $C_f$  مع محور الأفاصيل.

**(c)** لكي نحدد تقاطع  $C_f$  و  $C_g$  نحل المعادلة  $f(x) = g(x)$  وإذا كانت  $x_2, x_1 \dots$  هي الحلول فإن نقط تقاطع  $C_f$  و  $C_g$  هي  $\dots B(x_2, f(x_2)), A(x_1, f(x_1))$

(\* حلول المعادلة  $f(x) = g(x)$  هي أفاصيل نقط تقاطع  $C_f$  و  $C_g$ .

## IV - دالة مكبورة - دالة مصغورة

**1** نقول إن  $f$  مكبورة على  $D$  إذا وُجد عدد  $M$  بحيث  $f(x) \leq M$  لكل  $x \in D$ .

**2** نقول إن  $f$  مصغورة على  $D$  إذا وُجد عدد  $m$  بحيث  $f(x) \geq m$  لكل  $x \in D$ .

**3** نقول إن  $f$  محدودة على  $D$  إذا وُجد عدد  $M$  و  $m$  بحيث  $m \leq f(x) \leq M$  لكل  $x \in D$ .

**ملاحظة:** تكون  $f$  محدودة على  $D$  إذا وُجد عدد موجب  $M$  بحيث  $|f(x)| \leq M$  لكل  $x \in D$ .

## V - مطارف دالة

**1** لكي نبين أن  $f$  تقبل قيمة قصوية مطلقة في  $x_0$  نبين أن  $f(x) \leq f(x_0)$  لكل  $x$  من  $D_f$ . وتكون هذه القيمة القصوية هي  $f(x_0)$ .

**2** لكي نبين أن  $f$  تقبل قيمة دنوية مطلقة في  $x_0$  نبين أن  $f(x) \geq f(x_0)$  لكل  $x$  من  $D_f$ . وتكون هذه القيمة الدنوية هي  $f(x_0)$ .

## I - دالة زوجية - دالة فردية

**1** من أجل دراسة زوجية دالة، نقوم بتحديد  $D_f$  ونتحقق أن لكل  $x$  من  $D_f$  لدينا  $-x \in D_f$  ثم نحسب  $f(-x)$ .

(\* إذا وجدنا  $f(-x) = f(x)$  فإن  $f$  زوجية.

(\* إذا وجدنا  $f(-x) = -f(x)$  فإن  $f$  فردية.

**2** (\* يمكن لدالة أن لا تكون لا زوجية ولا فردية.

$$|-x| = |x| \quad (-x)^n = \begin{cases} x^n & ; \text{زوجي } n \\ -x^n & ; \text{فردى } n \end{cases}$$

**3** تكون  $f$  زوجية إذا وفقط إذا كان  $C_f$  متماثلاً بالنسبة لمحور الأرتيب.

**4** تكون  $f$  فردية إذا وفقط إذا كان  $C_f$  متماثلاً بالنسبة لأصل المعلم.

## II - رتابة دالة

**1** من أجل دراسة رتابة دالة  $f$  على مجال  $I$ : نعتبر  $x$  و  $y$  من  $I$  بحيث  $x < y$  ونقارن  $f(x)$  و  $f(y)$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) \leq f(y)$  فإن  $f$  تزايدية (قطعا) على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) \geq f(y)$  فإن  $f$  تناقصية (قطعا) على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) = f(y)$  فإن  $f$  ثابتة على  $I$ .

**2** من أجل دراسة رتابة  $f$  على مجال  $I$ : نعتبر  $x, y \in I$  بحيث  $x \neq y$  ونقوم بحساب معدل التغيير  $T(x, y) = \frac{f(x) - f(y)}{x - y}$

ونقوم بدراسة إشارة  $T(x, y)$  (بتأويله مثلاً).

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) \geq 0$  فإن  $f$  تزايدية (قطعا) على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) \leq 0$  فإن  $f$  تناقصية (قطعا) على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) = 0$  فإن  $f$  ثابتة على  $I$ .

**3** نقول إن  $f$  رتبية على  $I$  إذا كانت تزايدية أو تناقصية على  $I$ .

**4 (a)** لتكن  $f$  دالة زوجية.

(\* إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإن  $f$  تناقصية على  $-I$ .

(\* إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإن  $f$  تزايدية على  $-I$ .

**(b)** لتكن  $f$  دالة فردية.

(\* إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإن  $f$  تزايدية على  $-I$ .

(\* إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإن  $f$  تناقصية على  $-I$ .

**(c)** إذا كان  $I = ]a, b[$  فإن  $-I = ]-b, -a[$ .

## III - مقارنة دالتين

**1 (a)** نقول إن  $f$  موجبة على  $D$  وتكتب  $f \geq 0$  إذا كان  $f(x) \geq 0$  لكل  $x \in D$ .

**(b)** نقول إن  $f$  سالبة على  $D$  وتكتب  $f \leq 0$  إذا كان  $f(x) \leq 0$  لكل  $x \in D$ .

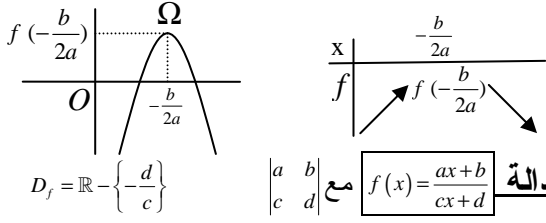
**ملاحظات: (التأويل الهندسي)**

(\* تكون  $f \geq 0$  على  $D$  إذا وفقط إذا كان  $C_f$  فوق محور الأفاصيل.

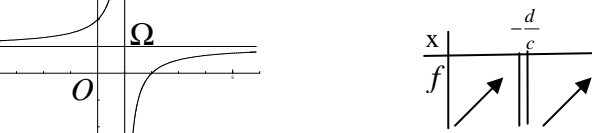
(\* تكون  $f \leq 0$  على  $D$  إذا وفقط إذا كان  $C_f$  تحت محور الأفاصيل.

(\* حلول المتراجحة  $f(x) \geq 0$  هي اتحاد المجالات التي يكون فيها  $C_f$  فوق محور الأفاصيل.

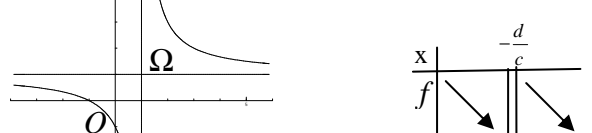
**(b)** إذا كان  $a < 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو كما يلي : و  $C_f$  شلجم رأسه  $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$  تقعره موجه نحو الأسفل.



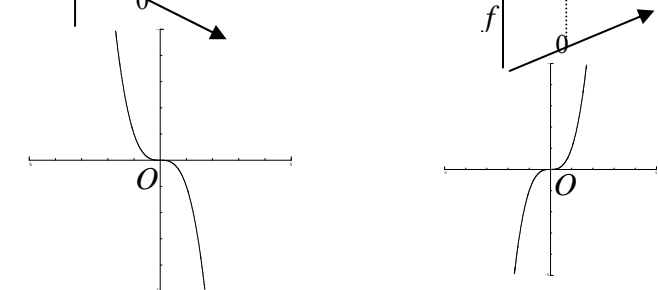
**(a)** إذا كان  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} > 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو كما يلي : و  $C_f$  هذلول مركزه  $\Omega\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right)$  متارباه  $x = \frac{-d}{c}$   $y = \frac{a}{c}$



**(b)** إذا كان  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} < 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو كما يلي : و  $C_f$  هذلول مركزه  $\Omega\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right)$  متارباه  $x = \frac{-d}{c}$   $y = \frac{a}{c}$



**(3) الدالة**  $f(x) = ax^3$  إذا كان  $a < 0$



**ملاحظة:** بالنسبة ل  $f(x) = ax^3 + b$  نفس الشيء تصبح فقط  $f(0) = b$

**(4) الدالة**  $f(x) = \sqrt{x+a}$  فقط  $D_f = [-a, +\infty[$

**ملاحظة:** بالنسبة ل  $f(x) = \sqrt{x+a} + b$  نفس الشيء تصبح فقط  $f(-a) = b$

**(5) (a)** نعتبر الدالة  $g(x) = |f(x)|$  مكون من جزء  $C_f$  الموجود فوق محور الأفاصيل. ومماثل جزء  $C_f$  الموجود تحت محور الأفاصيل بالنسبة لمحور الأفاصيل.

**(b)** نعتبر الدالة  $g(x) = f(|x|)$  مكون من جزء  $C_f$  الموجود في  $[0, +\infty[$  ومماثله بالنسبة لمحور الأرتاب.

**(6)** حلول المعادلة  $f(x) = m$  هي أفاصيل نقط تقاطع  $C_f$  والمستقيم  $(\Delta): y = m$

**(3)** لكي نبين أن  $\alpha$  قيمة قصوية مطلقة ل  $f$  نبين أن  $f(x) \leq \alpha$  ونبحث عن  $x_0$  بحيث  $f(x_0) = \alpha$

**(4)** لكي نبين أن  $\alpha$  قيمة دنوية مطلقة ل  $f$  نبين أن  $f(x) \geq \alpha$  ونبحث عن  $x_0$  بحيث  $f(x_0) = \alpha$

**(5)** لكي نبين  $f$  تقبل قيمة قصوية نسبية عند  $x_0$  نبين أنه يوجد مجال  $I$  يحتوي على  $x_0$  بحيث  $f(x) \leq f(x_0)$  لكل  $x \in I$ . وتكون هذه القيمة القصوية هي  $f(x_0)$ . (تعريف مماثل بالنسبة لقيمة دنوية نسبية)

**ملاحظة:** (a) إذا كان جدول تغيرات  $f$  هو  $\alpha$  فإن  $\alpha$  هي القيمة الدنوية المطلقة

(b) إذا كان جدول تغيرات  $f$  هو  $\alpha$  فإن  $\alpha$  هي القيمة القصوية المطلقة

(c) إذا كان جدول تغيرات  $f$  هو  $\alpha$  فإن  $\alpha$  هي قيمة قصوية نسبية و  $\beta$  قيمة دنوية نسبية.

## VI - صور جزء من IR بدالة عديدة

**(1)**  $f(D) = \{f(x) / x \in D\}$  يعني  $f(D)$  هي المجموعة المكونة من صور جميع عناصر  $D$ .

**(2)**  $y \in f(D)$  يعني يوجد  $x \in D$  بحيث  $f(x) = y$ .

**(3)** لكي نبين أن  $f(I) = J$  جبريا نبين ما يلي:

**(a)**  $f(I) \subset J$  ولهذا نأخذ  $x \in I$  ونبين أن  $f(x) \in J$

**(b)**  $J \subset f(I)$  ولهذا نأخذ  $y \in J$  ونبين أن  $y \in f(I)$  ولهذا نبحث عن  $x \in I$  بحيث  $f(x) = y$

## VII - مركب دالتين

**(1)** لتكن  $g \circ f$  دالتين بحيث  $f(D_f) \subset D_g$  الدالة  $g \circ f$  هي الدالة المعرفة على  $D_f$  بما يلي  $(\forall x \in D_f) g \circ f(x) = g(f(x))$ .

**(2)** من أجل تحديد حيز تعريف  $g \circ f$  نتبع ما يلي:  $x \in D_{g \circ f} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in D_f \\ f(x) \in D_g \end{cases}$

**(b)** لكي نبين أن  $g \circ f$  معرفة على  $I$  نبين ما يلي:  $\begin{cases} I \subset D_f \\ f(I) \subset D_g \end{cases}$

**(3)** إذا كانت  $g \circ f$  تحققان ما يلي:

$\begin{cases} f \text{ رتيبة على } I \\ f(I) \subset J \\ g \text{ رتيبة على } J \end{cases}$  فإن  $g \circ f$  رتيبة على  $I$

تكون  $g \circ f$  تزايدية إذا كانت  $f$  و  $g$  نفس الرتابة.

وتكون تناقصية إذا كانت  $f$  و  $g$  رتابتين مختلفتين

## VIII - الدوال الاعتيادية

**(1) الدالة**  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

**(a)** إذا كان  $a > 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو كما يلي : و  $C_f$  شلجم رأسه  $\Omega\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$  تقعره موجه نحو الأعلى.

