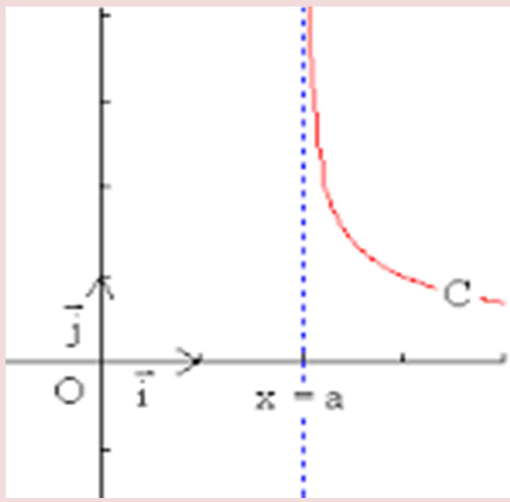
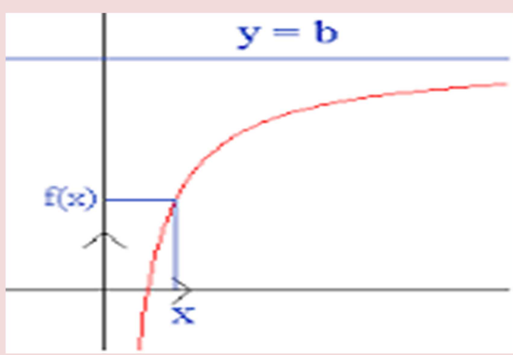
دراسة الدوال وتمثيلها المبياني

الفروع اللانهائية

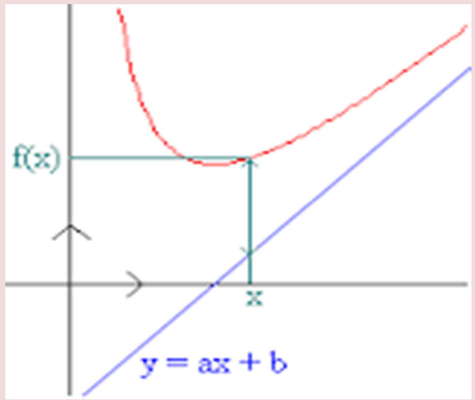
$\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty \Leftarrow (C_f)$ **يقبل مقارب عمودي معادلته** $x = a$



$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b \Leftarrow (C_f)$ **يقبل مقارب أفقي معادلته** $y = b$ **بجوار** $+\infty$ **(أو بجوار** $-\infty$ **)**



$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-(ax+b)=0 \Leftarrow$ **يقبل مقاربا مائلا معادلته** $\left(C_f\right)$ $y=ax+b$ **بجوار** $+\infty$ **(أو بجوار** $-\infty$ **)**



$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=0$ ← **يقبل فرع** C_f **شلجمي في اتجاه محور الأفاصيل**

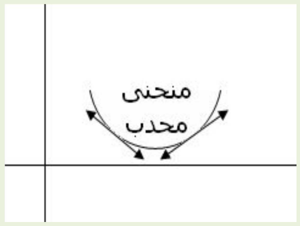
$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=\pm\infty$ ← **يقبل فرع** C_f **شلجمي في اتجاه محور الأراتيب**

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}=a$

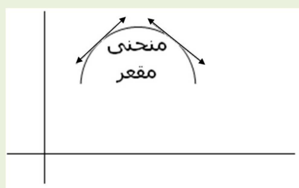
- $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=\pm\infty$ ← **يقبل فرع شلجمي في** C_f **اتجاه المستقيم ذي المعادلة** $y=ax$
- $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=b$ ← **يقبل مقارب** C_f **مائل معادلته** $y=ax+b$

تقعر منحنى ونقط الإنعطاف

✓ إذا كان $f''(x)\geq 0 \quad \forall x\in I$ فإن (C_f) محدب

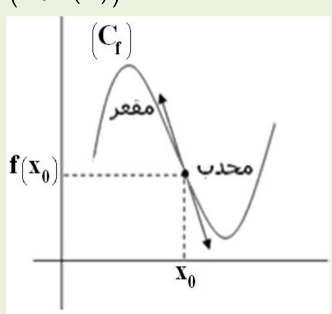


✓ إذا كان $f''(x)\leq 0 \quad \forall x\in I$ فإن (C_f) مقعر



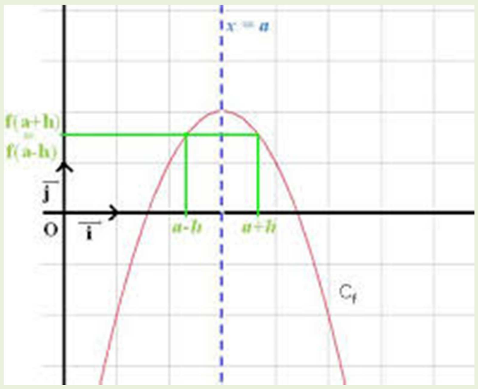
✓ إذا كانت f'' تنعدم و تغير إشارتها عند a فإن النقطة $I\left(a,f(a)\right)$ هي نقطة انعطاف

✓ إذا كانت f' تنعدم و لا تغير إشارتها عند a فإن النقطة $I\left(a,f(a)\right)$ هي نقطة انعطاف

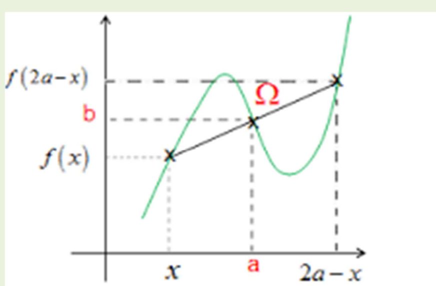


محور تماثل و مركز تماثل منحنى

❖ **المستقيم ذي المعادلة** $x=a$ **محور تماثل ل** $(C_f) \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D_f : & 2a-x \in D_f \\ \forall x \in D_f : & f(2a-x)=f(x) \end{cases}$



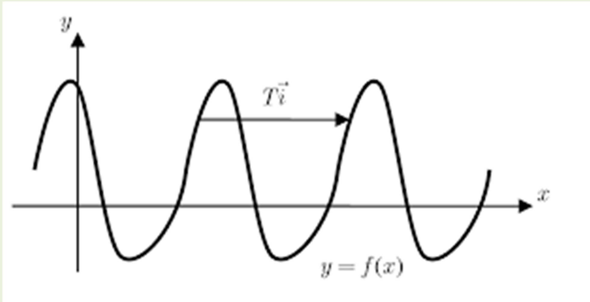
❖ **النقطة** $\Omega(a,b)$ **مركز تماثل ل** $(C_f) \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D_f : & 2a-x \in D_f \\ \forall x \in D_f : & f(2a-x)=2b-f(x) \end{cases}$



الدالة الدورية

نقول إن f دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي T موجب قطعا بحيث :

$$\begin{cases} (\forall x \in D_f) : x+T \in D_f \\ (\forall x \in D_f) : f(x+T) = f(x) \end{cases}$$



العدد T يسمى دور للدالة f
أصغر دور موجب قطعا يسمى دور الدالة f

إذا كان T دورا لدالة عددية f فإنه لكل k من $\mathbb{Z}$: $(\forall x \in D_f) \quad f(x+kT) = f(x)$

تصميم دراسة دالة

لدراسة دالة عددية f غالبا ما نتبع المراحل التالية :

1) **تحديد مجموعة تعريف الدالة f**
2) **دراسة زوجية و دورية الدالة f ثم تحديد مجموعة الدراسة D_E**
3) **حساب نهايات f عند محدات مجموعة تعريفها**
4) **دراسة قابلية اشتقاق الدالة f على D_E**
5) **دراسة تغيرات الدالة f (حساب f' ، دراسة إشارة f' ، استنتاج منحى تغيرات f ثم وضع جدول تغيرات f)**
6) **دراسة الفروع للانهائية**
7) **دراسة الوضع النسبي ل C_f بالنسبة لمقارباته الأفقية و المائلة (إن وجدت)**
8) **تحديد تقاطع C_f مع محوري المعلم**
9) **تحديد معادلة المماسات في بعض النقط**
10) **دراسة تقعر C_f و تحديد نقط انعطاف C_f (إن وجدت)**
11) **إنشاء C_f في معلم متعامد ممنظم**