

nom : .....

Prénom : .....

CNE.....

مباراة ولوج السنة الأولى للمدرسة الوطنية للفلاحة

مكناس

مادة الرياضيات

مدة الانجاز: ساعة واحدة

غشت 2012

أجب بتركيز في الحيز المخصص لذلك

التمرين الأول: (4,5 نقط)  $\alpha \in [0, \pi]$  نضع:  $\alpha = \cos \alpha + i \sin \alpha$  و نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممتظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  و

M و P و Q التي نألفها على التوالي 1 و  $a$  و  $a+i$  و  $a-1$ .

(1) إذا علمت النقطة M أعط طريقة لإنشاء القطبتين P و Q :

جواب:

(ب) حدد مجموعة النقاط P عندما تتغير  $\alpha$  على المجال  $[0, \pi]$ .

جواب:

(2) لكن النقطة S ذات الحقي  $1 + a + a^2$ .

(أ) أعط طريقة لإنشاء النقطة S.

جواب:

(ب) بين أن النقط O و M و S مستقيمة

جواب:

(ج) حدد طبيعة المثلث OAM.

جواب:

(3) نعتبر في C المعادلة (E) التالية:  $z^2 - 2az + a^2 + 1 = 0$ . حل المعادلة (E) ثم اكتب الحلين على الشكل المثلثي.

جواب:

التمرين الثاني: (11 نقط)

نعتبر الدالة العنيدية f المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$  و  $C_f$  منحناها في معلم متعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

الجزء الأول:

(4) ادرس تغيرات الدالة على المجال  $[0; +\infty[$ .

جواب:

(5) بين أن f محدودة على  $\mathbb{R}$  وأعط تكويلا لنفسها.

جواب:

(6) انشى  $C_f$ .

جواب:

(7) نعتبر الدالة العنيدية g المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

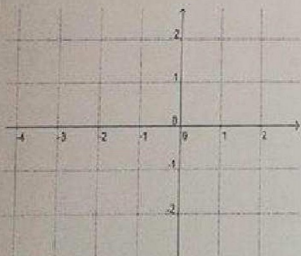
(أ) بين أن g قابلة للاستقار على  $\mathbb{R}$  و أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $(g(x))^2 - (g(x^{-1}))^2 = 1$

جواب:

(ب) بين أن g تقابل من  $\mathbb{R}$  نحو  $\mathbb{R}$  وأن  $g^{-1}$  دالة فردية.

جواب:

x	0	$+\infty$
f(x)		



ثالثاً:  $g^{-1}$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  وأن:  $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

جواب:  $g^{-1}$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  وأن:  $(g^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

(9)  $\lambda > 0$  . احسب المساحة  $A(\lambda)$  للحيز المستوي المكون من مجموعة النقط  $M(x, y)$  بحيث:  $0 \leq y \leq f(x)$  و  $\lambda \leq x \leq 2\lambda$  .

ثم حدد  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

جواب:  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda) = \dots$

الجزء الثاني: نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = \int_0^1 f(x) dx$  و لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$   $u_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$  .

(10) احسب  $u_1$  و  $u_0$  و ادرس رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  ثم استنتج أنها متقاربة .

جواب:  $u_1 = \dots$  و  $u_0 = \dots$  و  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة .

(11) بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$  و استنتج نهاية  $(u_n)_{n \geq 0}$  .

جواب:  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$  و استنتج نهاية  $(u_n)_{n \geq 0}$  .

التمرين الثالث: (4.5 نقط)

تتد الكرات الموجودة بصندوق بيضاء وثلثين سوداء. 50% من الكرات البيضاء تحمل الرقم 1 و 25% من الكرات السوداء تحمل الرقم 1. الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس . نسحب عشوائياً كرة من الصندوق .

نعتبر الأحداث: E "الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1" N "الكرة المسحوبة سوداء" B "الكرة المسحوبة بيضاء"

(12) احسب الاحتمالات التالية:  $p(B)$  و  $p(N)$  و  $p_B(E)$  و  $p_N(E)$  و  $p(E)$  .

جواب:  $p(B) = \dots$  و  $p(N) = \dots$  و  $p_B(E) = \dots$  و  $p_N(E) = \dots$  و  $p(E) = \dots$

(13) احسب احتمال "سحب كرة بيضاء علماً أنها تحمل الرقم 1"

جواب:  $p(B|E) = \dots$

(14) نسحب بالتتابع و بإحلال 5 كرات من الصندوق. ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل رقم 1.

حدد قانون احتمال X و احسب  $E(X)$  و  $V(X)$  .

جواب:  $E(X) = \dots$  و  $V(X) = \dots$