

Concours d'accès en 1^{ère} année de l'ENSA de Safi

www.albawaba.ma

Date : 23/07/2010
Durée : 1 heure 30 min

Remarques importantes :

- Une seule proposition est correcte par question :
Réponse juste = 1 point ; Réponse fausse = -1 point ;
Plus d'une réponse cochée = -1 point ; Pas de réponse = 0 point.
- Les réponses doivent être recopiées sur la dernière page (page 5/5).

A. Mathématiques

1. La valeur de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{\ln(x^2 + 1)}$ vaut :

- (a) $+\infty$ b. $-\infty$ c. 1 d. -1

2. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ par $f(x) = \frac{-2x^3 + 3x}{(2x-1)^3}$ est :

- a. $+\infty$ b. $-\infty$ c. -1 (d) $-\frac{1}{4}$

3. Soit la fonction $f(x) = \frac{\cos 3x - \sin 3x}{\cos 3x + \sin 3x}$:

3.1 la période de $f(x)$ vaut :

- a. $\frac{2\pi}{3}$ b. $\left(\frac{\pi}{3}\right)$ c. $\frac{4\pi}{3}$ d. π

3.2 la valeur de $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ est :

- a. $\tan 3x$ b. $\cotan 6x$ (c) $-\tan 3x$ d. $\tan 6x$

3.3 la dérivée de $f(x)$ est :

- (a) $\frac{6^x}{(\cos 3x + \sin 3x)^2}$ b. $\frac{6}{(\cos 3x)^2}$ c. $\frac{-\tan 3x}{(\cos 3x + \sin 3x)^2}$ d. $\frac{3}{(\cos 3x + \sin 3x)^2}$

4. L'équation $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$, $x \in \mathbb{R}$, admet pour ensemble solution :

- a. $S = \{\ln 3, \ln 2\}$ b. $S = \{\ln 1, 0\}$ c. $S = \{\ln 3, 2\}$ (d) $S = \{\ln 3\}$

5. L'ensemble des solutions dans \mathbb{R} de l'inéquation $(e^x - 1)(1 - x) \geq 0$ est l'intervalle :

- a. $]0; +\infty[$ b. $[1; 2]$ c. $]-\infty; 1]$ (d) $[0; 1]$

6. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}} dx$

6.1 $u_0 + u_1$ égale à :

- (a) 1 b. 0 c. -1 d. 2

6.2 Pour tout entier naturel n non nul $u_n + u_{n+1}$ égale à :

- a. $\frac{1-e^{-n}}{n}$ b. $\frac{1-e^{-2n}}{2n}$ c. $\frac{2+e^{-n}}{n}$ d. $\frac{1-e^{-n}}{2n}$

6.3 La valeur de $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

- a. $+\infty$ b. 1 c. 2 d. 0

7. La valeur de $\int_0^2 (x+2)e^{-x} dx$ est :

- a. $5e^{-2} - 3$ b. $-5e^{-2} + 1$ c. $-5e^{-2}$ d. $-5e^{-2} + 3$

8. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = 3 \ln x - 2x + 5$.

Dans le plan muni d'un repère, la tangente à la courbe représentative de la fonction f en son point d'abscisse 1 admet pour équation :

- a. $y = x + 2$ b. $y = -x + 4$ c. $y = 3x + 1$ d. $y = x + 3$

9. La valeur du déterminant $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ a+b+c & a+b+c & a+b+c \end{vmatrix}$ vaut :

- a. $(a+b+c)(2a-b)$ b. $(a+b+c)^2$ c. $(a+b+c)(2a-c)$ d. $(a+b+c)^3$

10. Le nombre -3 est solution de l'équation :

- a. $\ln x = -\ln 3$ b. $\ln(e^x) = -3$ c. $e^{\ln x} = -3$ d. $e^x = -3$

11. A et B sont deux événements indépendants et on sait que $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,2$. La probabilité de l'événement $A \cup B$ est égale à :

- a. 0,1 b. 0,7 c. 0,6 d. on ne peut pas savoir

12. Dans un magasin, un bac contient des cahiers soldés. On sait que 50 % des cahiers ont une reliure spirale et que 75 % des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40% ont une reliure spirale. Saïd choisit au hasard un cahier à reliure spirale. La probabilité qu'il soit à grands carreaux est égale à :

- a. 0,3 b. 0,6 c. 0,5 d. 0,75

13. On note X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ (λ étant un nombre réel strictement positif). La probabilité de l'événement $[1 \leq X \leq 3]$ est égale à :

- a. $e^{-\lambda} - e^{-3\lambda}$ b. $e^{-3\lambda} - e^{-\lambda}$ c. $\frac{e^{-\lambda}}{e^{-3\lambda}}$ d. $\frac{e^{-3\lambda}}{e^{-\lambda}}$

14. L'équation différentielle $y' + y = e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$, admet pour solution la fonction u définie par :

- a. $u(x) = (x-1)e^{-x}$ b. $u(x) = xe^{-x} + 1$ c. $u(x) = e^{-x}$ d. $u(x) = xe^{-x}$

15. Soit l'équation différentielle $y'' + 25y = 0$, où y est une fonction de la variable réelle x , définie et deux fois dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels. La fonction f , solution de l'équation différentielle précédente, qui vérifie les conditions $f(\pi) = -\sqrt{3}$ et $f'(\pi) = 5$, est définie par :

- a. $\sqrt{3} \cos 5x - \sin 5x$ b. $\cos 15x - \sin 5x$ c. $\cos 5x + \sqrt{3} \sin 5x$ d. $\sqrt{3} \cos 10x - \sin 10x$

16. la fonction f_k définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par $f_k = (x+k)e^{-x}$ où k est un nombre réel donné. la fonction f_k admet un maximum en :

- a. $x = 1 - k$ b. $x = 1 + k$ c. $x = 1 - 2k$ d. $x = -2k$

Tanger le 23/07/2010

**CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ère} ANNEE DU CYCLE
PREPARATOIRE
Epreuve de Maths**

(Nombre de pages 4 et une fiche réponse à remettre au surveillant, correctement remplie, à la fin de l'épreuve)

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.

(Barème : une réponse juste : +1, une réponse fautive : -1, pas de réponse : 0)

1) Soit $S(m)$ la fonction qui associe à chaque Réel m strictement positif, la surface délimitée par le graphe $y = \frac{1}{x}$ et les droites $x = m$ et $x = 2m$. Alors	a) $S(m)$ est strictement croissante b) $S(m)$ est strictement décroissante c) $S(m)$ est une fonction constante
2) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln(1 + \frac{h}{\pi}) =$	a) $\frac{1}{\pi}$ b) 0 c) n'existe pas
3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{3})(\sqrt[6]{3})(\sqrt[9]{3}) \dots (\sqrt[n]{3}) =$	a) $\sqrt[3]{6}$ b) 1 c) $\sqrt[9]{9}$
4) Soit $f(x) = x^{\ln x}$. La tangente à la courbe de f au point $x = e$ est donnée par	a) $y = e(x - e)$ b) $y = x$ c) $y = 2x - e$
5) Soit $(x_n)_n$ une suite numérique telle que $x_0 = 1$. Alors $\sum_{i=1}^n (x_{i-1} + \frac{1}{2}) =$	a) $\frac{3n}{2}$ b) $\frac{n^2 + 5n}{4}$ c) $\frac{2n - 1}{4}$
6) Soit $(u_n)_n$ une suite numérique à termes strictement positifs vérifiant $(u_n)^{\frac{1}{n}} \leq M$, $\forall n \in \mathbb{N}$ tel que $M < 1$. On	

définit la suite $(W_n)_n$ par $W_n = \sum_{k=0}^n u_k$. On considère les assertions suivantes : (I) $(W_n)_n$ est convergente (II) $(u_n)_n$ est bornée (III) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ Laquelle (Lesquelles) des assertions est (sont) VRAIE(S) ?	a) Seulement II b) Seulement II et III c) I, II et III.
7) Pour quelle valeur de x , la fonction définie par $f(x) = \int_2^{x^2-3x} e^t dt$ prend une valeur minimale	a) $\frac{3}{2}$ b) -2 c) 2
8) Soit $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{t^3+2}} dt$ Laquelle parmi ces trois assertions est FAUSSE ?	a) $f(0) = 0$ b) $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ c) $f(1) > 0$
9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\tan x} =$	a) N'existe pas b) 2 c) 0
10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x e^{u^2} du =$	a) 0 b) $\frac{e}{2}$ c) N'existe pas
11) Soit f une fonction deux fois dérivable telle que $f''(x) = 2f'(x)$ avec $f'(0) = f(0) = e$ Alors $f(1) =$	a) $\frac{e}{2}(e^2+1)$ b) $2e$ c) $\frac{e^3}{2}$
12) $\int_1^2 (\ln x)^2 dx$	a) $\frac{(\ln 2)^3}{3}$ b) $2(1 - \ln 2)^2$ c) $\frac{8}{3}$
13) Soient f, g et h trois fonctions telles que : $\begin{cases} h(x) = f(x^3) \\ f'(x) = g(x) \\ g'(x) = f(x^2) \end{cases}$ Alors $h''(x) =$	a) $3x^2 g(x^3)$ b) $6xg(x^3) + 9x^4 f(x^6)$ c) $3x^2 g(x^3) + 6x^3 f(x^5)$
Soit $(V_n)_{n \geq 3}$ la suite définie par 14) $V_n = \int_1^n \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$ Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n =$	a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $+\infty$

15) Soit $H(x) = \int_{\sqrt{x}}^x \frac{1}{\sqrt{\ln t}} dt$, alors $H'(x) =$	a) $\frac{1}{\sqrt{\ln x}}$ b) $\frac{e^x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{2x \ln x}}$ c) $\frac{e^x}{\sqrt{\ln x}} - \sqrt{\ln x}$
16) Soit $h(x) = \sqrt{e^x - 1}$. Une primitive de $h(x)$ est donnée par	a) $2(x - \arctan x)$ b) $\sin \sqrt{h(x)}$ c) $2h(x) - 2 \arctan h(x)$
17) La fonction $f(x) = a \cos x + b \sin x$ admet comme amplitude le nombre	a) $\sqrt{a^2 + b^2}$ b) $a + b$ c) $\frac{a + b}{2}$
Soit $B = \{u, v, w\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$. On considère les familles suivantes $A = \{u - v, u + w, v + w\}$ $B = \{u, v - 2u, v\}$	a) Seulement B b) Seulement A et C c) Seulement A et D
18) $C = \{u + v + w, v + w, w\}$ $D = \{v + w, -v, -w\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) $\{(3, 0, 1)\}$ b) $\{(3, 0, 1); (0, 1, 0)\}$ c) $\{(3, 0, 1); (1, 0, 3); (0, 1, 3)\}$
19) Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - 3z = 0\}$. Lequel des systèmes suivants forme une base pour F ?	a) Seulement A et C b) Seulement A et D c) Seulement A, C et D
On considère les ensembles suivants $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 0\}$ $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 - 2y + z = 1\}$	
20) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xz - y = 0\}$ $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 ?	
21) Soit $W = \left\{ \begin{array}{l} (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \\ x + y - z = 0 \text{ et } 2x - y = 0 \end{array} \right\}$	a) $\dim W = 1$ b) $\dim W = 2$ c) $\dim W = 3$
22)	

Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^3 - A = -I_n$. Soit $B = (I_n - A)(I_n + A)$ On considère les égalités suivantes (I) $B^{-1} = A$ (II) $B^{-1} = (I_n - A)^{-1}(I_n + A)^{-1}$ (III) $B^{-1} = (I_n + A)^{-1}(I_n - A)^{-1}$ Parmi lesquelles ou laquelle de ces égalités est VRAIE ?	a) (I) et (III) b) Seulement (II) c) Seulement (III)
23) Soient A, B deux matrices carrée d'ordre n, telle que $I_n - AB$ est inversible. Alors $(I_n - BA)^{-1} =$	a) $(I_n - AB)^{-1}$ b) $B(I_n - AB)^{-1}A$ c) $I_n + B(I_n - AB)^{-1}A$
24) Soit g une fonction décroissante sur $]0, +\infty[$, et $G(x) = \int_0^x tg'(t)dt$ définie sur $]0, +\infty[$. Laquelle parmi ces trois assertions est FAUSSE ?	a) $G(x) \leq 0$ pour tout $x > 0$ b) G est croissante sur $]0, +\infty[$ c) $G(x) = xg(x) - \int_0^x g(t)dt$
25) $\int \frac{1}{\cos x} dx =$	a) $\ln \cos x + K$ b) $\ln\left \tan x + \frac{1}{\cos x}\right + K$ c) $\ln\left \frac{1}{\sin x}\right + K$ K une constante