Université Cady Ayyad
Ecole Nationale des Sciences Appliquées – Safi

Août 2012

Concours d'accès en 1ère année du Cycle Préparatoire de l'ENSA de Safi

Date : le 01 Août 2012
Durée : 1heure 30min

Remarques Importantes :

- Une seule proposition par question est correcte :

  Réponse juste = 2 points
  Plus d'une réponse cochée = -1 point
  Réponse fausse = -1 point
  Pas de réponse juste = 0 point

- Les réponses doivent être recopiées sur la dernière page (page 7/7)

A. MATHEMATIQUES

1. La fonction y solution de l'équation différentielle $y'(x) + 2y(x) = 6$ avec la condition initiale $y(0) = 1$ est définie sur lensemble R des nombres réels par:

   a. $y(x) = -2e^{-2x} + 3$, b. $y(x) = -2e^{2x} + 3$, c. $y(x) = -2e^{-2x} - 3$

2. Soit (E) lensemble des points M daffixe z vérifiant $z = 1 - 2i + e^{i\theta}$, θ étant un nombre réel.

   a. (E) est une droite passant par le point daffixe $2 - 2i$.
   b. (E) est le cercle de centre daffixe $-1 + 2i$ et de rayon 1.
   c. (E) est le cercle de centre daffixe $1 - 2i$ et de rayon 1.

3. On pose $z = e^{i\theta}$. La valeur de $1 + z$ est:

   a. $2cos(\frac{\theta}{2})$, b. $2cos(\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$, c. $3cos(\frac{\theta}{2})$

4. On pose $z = e^{i\theta}$. La valeur de $1 + z + z^2$ est :

   a. $\frac{sin(\frac{3\theta}{2})}{sin(\frac{\theta}{2})}e^{i\theta}$, b. $\frac{cos(\frac{3\theta}{2})}{cos(\frac{\theta}{2})}e^{i\theta}$, c. $\frac{cos(\frac{\theta}{2})}{cos(\frac{3\theta}{2})}e^{i\theta}$

5. la valeur de lintégrale $I_n = \int_1^n \frac{ln(x)}{x^2}dx$ est donnée par :

   a. $I_n = 1 - \frac{ln(n)}{n}$, b. $I_n = 1 - \frac{ln(n)}{n} - \frac{1}{n}$ c. $I_n = 1 - \frac{ln(n)}{n^2} - \frac{1}{n^2}$

6. La valeur de lintégrale $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos(x)}{cos(x)+sin(x)}dx$ est donnée par :

   a. $J = 1$, b. $J = \frac{\pi}{4}$, c. $J = \frac{\pi}{2}$, d. $J = 2$.

7. La limite l de la suite $u_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ est:

   a. $l = 1$, b. $l = \frac{e}{2}$, c. $l = e^2$, d. $l = e$

8. La limite l de la suite $u_n = \frac{\sum_{k=1}^{n} k^2}{n^3}$ est :

   a. $l = 1$, b. $l = \frac{1}{3}$, c. $l = \frac{1}{6}$, d. $l = e$

9. Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher: 7 blanches et 3 noires. On tire simultanément 3 boules de l'urne. La probabilité de tirer 2 boules blanches et une boule noire est égale à:

a. $\frac{21}{40}$, b. $\frac{42}{60}$, c. $\frac{21}{60}$, d. $\frac{45}{56}$.

10. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x}ln(1 + sin^2(x))$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 0$.

10.1. La limite de f au point 0 vaut :
a. 1, b. $\frac{\pi}{2}$, c. 0, d. $\frac{\pi}{4}$

10.2. Choisissez l'une des réponses suivantes:
a. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$,
b. f est dérivable en 0 et $f'(0) = 1$,
c. f n' est pas dérivable en 0.

10.3. f est périodique de période :

a. π, b. 2π, c. f n'as pas de période

11. Choisissez l'une des réponses suivantes pour la linéarisation de $sin^4(x)$:

a. $\frac{1}{8}cos4x - \frac{1}{2}cos2x + \frac{3}{8}$,

b. $\frac{1}{8}cos4x + \frac{1}{2}cos2x + 5$,

c. $\frac{1}{8}cos(-4x) - \frac{1}{2}cos(-2x) + \frac{3}{8}$

12. La valeur de $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^4(x)dx$ est

a. $\frac{\pi}{16}$, b. $\frac{5\pi}{16}$, c. $\frac{3\pi}{8}$, d. $\frac{3\pi}{16}$

13. La valeur de l'integrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+cos(x)}dx$ est :

a. 4, b. 3, c. 1, d. 0

14. Quatre points M, N, P et Q distincts forment un parallélogramme $MNPQ$ dont les diagonales se coupent en O. Alors :

a. N est le barycentre de $\{ (M, 1), (P, 1), (Q, -2) \}$.

b. $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

c. $MQ^2 - PQ^2 = 2\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{MQ}$.

d. $2(MN^2 + MQ^2) = NQ^2 + MP^2$.

ROYAUME DU MAROC
UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAÂDI
Ecole Nationale des Sciences Appliquées
Tanger

جامعة عبد المالك السعدي

المملكة المغربية
جامعة عبد المالك السعدي
المدرسة الوطنية للعلوم التطبيقية
طنجة

ENSA

Concours d'accès en 1° Année des Classes Préparatoires de l'ENSA Tanger (Edition 2012)

Epreuve de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 1h 15mn

(Trois pages et une fiche réponse à remettre au surveillant, dûment remplie à la fin de l'épreuve)

CALCULATRICE NON AUTORISEE

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question, répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante. (Barème : une réponse juste : +1 ; une réponse fausse : -1 ; pas de réponse : 0)

1) Soit L une liste finie d'entiers relatifs **consécutifs** dont le premier terme est -15. $L=\{-15,-14,....\}$. Si la somme de tous les éléments de L est égale à 51 alors **le nombre total des termes** de la liste L est égale	a) 34 *b)* 50 c) 18
2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n 3^{n+1}}{\pi^n}=$	a) 3 b) 0 c) $\dfrac{3}{\pi}$
Soit $Z_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{e^{k-1}}{\pi^{k+1}}$; alors $\lim\limits_{n\to\infty} Z_n=$ ***3)***	a) $+\infty$ b) $\dfrac{1}{\pi(\pi-e)}$ c) $\dfrac{1}{\pi-e}$
4) Une entreprise de fabrication de mixeurs a adopté pour l'année 2012 la stratégie de production suivante : la production connaitra une diminution mensuelle de 10%; mais grâce à une commande destinée à l'export, l'entreprise produira chaque mois 150 mixeurs de plus. On note à présent par t_n la production de l'usine relative au mois N°n. L'expression reliant t_{n+1} et t_n est donnée par	a) $t_{n+1}=0,1t_n-150$ b) $t_{n+1}=0,9t_n+150$ c) $t_{n+1}=0,1t_n$

5) suite de la question 4). A Long terme la production mensuelle des mixeurs est estimée à P =	a) $P=10$ mixeurs b) $P=$ 90 mixeurs c) $P=$ 1500 mixeurs
6) Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ une suite numérique à termes strictement positifs ($u_n>0$) vérifiant $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{1}{2}$, Alors $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=L$ avec	a) $L=\dfrac{1}{2}$ *b)* $L=0$ c) $0<L<\dfrac{1}{2}$
7) Soit $T_n=\sum\limits_{p=1}^{n} 2^{\frac{1}{2p-1}}-2^{\frac{1}{2p+1}}$; alors $\lim\limits_{n\to\infty} T_n=$	a) 1 b) 0 c) $+\infty$

8) On considère la courbe représentative de la fonction $f(x)=e^{-x^2}$. On désigne par $R(x)$, $x>0$ le rectangle symétrique inscrit à l'intérieur de la courbe et dont l'un des côtés est le segment d'extrémités $(-x,0)$ et $(x,0)$. La surface maximale de ce rectangle est égale à	a) $\sqrt{2e}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{\frac{2}{e}}$
9) $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\sin \pi x}{1-\cos\sqrt{\pi x}} =$	a) 0 b) 2 c) $\sqrt{\pi}$
10) $\lim\limits_{h\to 0} \frac{1}{h}\int_e^{e+h} \frac{1}{(\ln x)^2}dx =$	a) 1 b) e c) 0
11) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \frac{1+\sin x}{1+\cos x}\, dx =$	a) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ b) 0 c) $\ln\pi$
12) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{4x^2+4x+5}$	a) $\frac{\pi}{16}$ b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{\sqrt{\pi}}{6}$
13) La surface formée par la courbe de $f(x)=(\ln x)^2$ et par les droites $x=1$ et $x=e$ est égale	a) e b) $3e-2$ c) $e-2$

Soit $(V_n)_{n\geq 3}$ la suite définie par ***14)*** $V_n = \int_e^n \frac{1}{x\sqrt{(\ln x)^3}}dx$ Alors $\lim\limits_{n\to\infty} V_n =$	a) $\frac{1}{2}$ b) $+\infty$ c) $\frac{2}{\sqrt{e}}$
15) Soit $g(x)=\int_1^{tgx} \frac{1}{\operatorname{arc}tgu}du$, alors la tangente à la courbe de g en $x=\frac{\pi}{4}$ admet pour équation	a) $y=\frac{8}{\pi}x-2$ b) $y=\frac{\pi}{4}(x-1)$ c) $y=\frac{\pi}{2}x-1$
16) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x+4\sin^2 x} =$	a) $\frac{\ln 2}{2}$ b) $\frac{1}{2}arctg2$ c) $\frac{1}{2}$
17) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} =$	a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $+\infty$
Soit B=$\{u,v,w\}$ une base de $(IR^3,+,\cdot)$. On considère les familles suivantes $E=\{u+v,\ v+w,\ u+w\}$ ***18)*** $N=\{u,v,u+w\}$ $S=\{-u,v+w,v-u+w\}$ A $=\{u-v-w,u+v+w,u\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) Toutes les 4 b) Seulement E c) Seulement E et N

19) Soit $S=\{(x,y,z)\in IR^3\ / x+2y=0\}$. Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?	a) $\{(-2,1,0);(0,1,0);(0,0,1)\}$ b) $\{(-2,1,0);(0,0,1)\}$ c) $\{(-2,1,0)\}$
On considère les ensembles suivants $E=\{(x,y,z)\in IR^3\ / x+yz=0\}$ $N=\{(x,y,z)\in IR^3\ / xyz=0\}$ **20)** $S=\{(x,y,z)\in IR^3\ /\ z=2\}$ $A=\{(x,y,z)\in IR^3\ / x+y=z\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de IR^3 ?	a) Seulement A b) Seulement A et N c) Tous E,N,S et A
21) Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2=2I_n - A$ (I_n est la matrice identité) On considère les égalités suivantes (I) $\det A=0$ (II) $A^{-1}=\frac{1}{2}(A+I_n)$ (III) $\det A\neq 0$ (IV) $A^{-1}=2I_n+A$ (V) $\det(A+I_n)=\frac{2}{\det A}$ *Alors*	a) Seulement (I) et (IV) sont vraies b) Seulement (II), (III) et (V) sont vraies c) Seulement (III), (IV) et (V) sont vraies

22) $\sqrt{12345^2-12343\text{x}12347}=$	*a)* 4 *b)* 2 c) 42
23) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{2})(\sqrt[4]{2})(\sqrt[8]{2})\cdots(\sqrt[2^n]{2})=$	a) 1 b) 2 c) $\sqrt{2}$
24) Si $\int_0^x h(t)dt = x\,arctgx$ alors $h(1)=$	a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi+2}{4}$
25) $\int\frac{dx}{tg^3x}$	a) $-\left[\frac{1}{2\sin^2 x}+\ln\lvert\sin x\rvert\right]+K$ b) $-\frac{1}{2tg^2x}+K$ c) $\frac{1}{2arctg^2x}+K$; K une constante