

**CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE**

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

**Epreuve de Mathématiques**

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition $q$ est la négation de la proposition $p$ 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablançais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : ..... 2. : ..... 3. : ..... 4. : .....
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer trois réels $a, b$ et $c$ en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots\dots\dots$
Trouver un polynôme $P$ de degré minimum tel que $P(-1) = -2, P(0) = 1, P(1) = 0$ et $P(2) = 4$	$P(x) = \dots\dots\dots$
Déterminer l'ensemble des réels $x$ vérifiant : $\frac{2x + 1}{x + 1} \leq \frac{2 - 3x}{2 - x}$	$S = \dots\dots\dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$ , calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \text{ et } \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots\dots\dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$ , calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$ .	$B_n = \dots\dots\dots$
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10 - x - 6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5 - x - 4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots\dots\dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	

Questions	Réponses
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$ .	$L = \dots\dots\dots$
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \dots\dots\dots$
Déssiner l'allure d'une fonction $f$ vérifiant les conditions suivantes : (a) $f$ est continue sur $[0, 1]$ . (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$ . (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$ . (d) $f$ n'est pas bijective	
Soit $f$ la fonction de variable réelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+3x+2}$ . Déterminer $f(D_f)$ où $D_f$ est le domaine de définition de $f$	$f(D_f) = \dots\dots\dots$
Soit $a$ un paramètre réel et $f_a$ la fonction définie par $f_a(x) = e^{-x} + ax$ . On désigne par $C_a$ la représentation graphique de $f_a$ dans un plan rapporté au repère $(O, i, j)$ . Déterminer le point d'intersection $M(x_0, y_0)$ de la tangente de $f_a$ au point d'abscisse $x_0$ avec l'axe $(O, j)$ .	$M(x_0, y_0) = \dots\dots\dots$
On considère une fonction $h$ dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$ . On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$ . Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \dots\dots\dots$
$\forall x \in ]0, +\infty[ f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$ . Soit $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$ avec $x > 0$ . Calculer $g'(x)$	$g'(x) = \dots\dots\dots$
Calculer $I = \int_0^x (t-1) \exp(-t) dt$ avec $x \in \mathbb{R}$	$I = \dots\dots\dots$
Calculer $J = \int_0^{11}  x^2 - 5x + 6  dx$	$J = \dots\dots\dots$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots\dots\dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoires par jour ?	Moy/j = $\dots\dots\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids $P$ de la boîte ?	$P = \dots\dots\dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre $(0, 1, \dots, 9)$ 6 fois et 2 opérations $(+, -, \times, \div)$ ?	$100 = \dots\dots\dots$

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- Les questions sont à réponse PRÉCISE
- Les questions sont INDÉPENDANTES
- Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition $q$ est la négation de la proposition $p$ 1. $(p) : n \in \mathbb{N}$ est pair. $(q) : n \in \mathbb{N}$ est impair. 2. $(p) : f$ est paire. $(q) : f$ est impaire. 3. $(p) : \text{Ali est Meknassi. } (q) : \text{Ali est Casablancais.}$ 4. $(p) : \text{Mohammed ne voyage jamais sans bagages.}$ $(q) : \text{Mohammed voyage toujours avec des bagages.}$	1. : ...Vraie. 2. : ...faux. 3. : ...faux. 4. : ...Vraie
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 = 12 \\ \ln x - \ln y = \ln 2 \end{cases}$	$S = \dots \{ (2, 4) \} \dots$
Déterminer trois réels $a, b$ et $c$ en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a^3 + b^3 + c^3 = 153 \end{cases}$	$S = \dots \{ (1, 3, 5) \} \dots$
Déterminer l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \dots \{ \emptyset \} \dots$
Trouver un polynôme $P$ de degré minimum tel que $P(-1) = -2, P(0) = 1, P(1) = 0$ et $P(2) = 4$	$P(x) = (x-1) \left( \frac{(x+1)(x-2)}{2} - \frac{x(x-2)}{3} + \frac{2x(x+1)}{3} \right)$
Déterminer l'ensemble des réels $x$ vérifiant : $\frac{2x+1}{x+1} \leq \frac{2-3x}{2-x}$	$S = \dots ] -\infty, 0 ] \dots$
Pour $n \in \mathbb{N}$ , calculer $A_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \max(i, j)$ sachant que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dots \frac{n(n+1)(4n-1)}{6} \dots$
Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 3$ , calculer $B_n = \prod_{k=3}^n \frac{k^2 - 1}{k^2 + k - 6}$	$B_n = \dots \frac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)} \dots$
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10-x-6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5-x-4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \dots [1, 2.8 - \sqrt{1.3}] \dots$
Quelles sont les fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	Les fonctions constantes

Questions	Réponses
Calculer $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$ .	$L = \dots 2 \dots$
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \begin{cases} 2x+7 & x \leq 0 \\ 2x^2+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2 & x > 3 \end{cases}$
Déssiner l'allure d'une fonction $f$ vérifiant les conditions suivantes : (a) $f$ est continue sur $[0, 1]$ . (b) $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$ . (c) $\forall x \in [0, 1], f(x) \leq x$ . (d) $f$ n'est pas bijective	
Soit $f$ la fonction de variable réelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+3x+2}$ . Déterminer $f(D_f)$ où $D_f$ est le domaine de définition de $f$	$f(D_f) = \dots ]-\infty, 1] \cup ]3, +\infty[ \dots$
Soit $a$ un paramètre réel et $f_a$ la fonction définie par $f_a(x) = e^{-x} + ax$ . On désigne par $C_a$ la représentation graphique de $f_a$ dans un plan rapporté au repère $(O, i, j)$ . Déterminer le point d'intersection $M(x_0, y_0)$ de la tangente de $f_a$ au point d'abscisse $x_0$ avec l'axe $(O, j)$ .	$M(x_0, y_0) = \left( x_0, \frac{e^{-x_0} + ax_0}{a - e^{-x_0}}, 0 \right) \dots$
On considère une fonction $h$ dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $h'(x) = \frac{1}{x}$ . On pose $F(x) = h(x + \sqrt{1+x^2})$ . Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{x\sqrt{1+x^2} + (x^2+1)}$
$\forall x \in ]0, +\infty[ f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t^2} dt$ . Soit $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$ avec $x > 0$ . Calculer $g'(x)$	$g'(x) = \dots 0 \dots$
Calculer $I = \int_0^x (t-1) \exp(-t) dt$ avec $x \in \mathbb{R}$	$I = \dots -x \cdot e^{-x} \dots$
Calculer $J = \int_0^{11}  x^2 - 5x + 6  dx$	$J = \int_0^2 (x^2 - 5x + 6) dx + \int_2^3 (x^2 - 5x + 6) dx + \int_3^{11} (x^2 - 5x + 6) dx$ $J = 415/2$
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = \dots 5 \dots$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de 25cm de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a-t-il utilisé de mouchoirs par jour ?	Moy/j = $\dots 6 \dots$ mouchoirs / jour $\dots$
Une boîte de bonbons pèse 1kg. La boîte vide pèse 900g de moins que les bonbons. Quelle est le poids $P$ de la boîte ?	$P = \dots 50g \dots$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre $(0, 1, \dots, 9)$ 6 fois et 2 opérations $(+, -, \times, \div)$ ?	$100 = \dots 99 \dots + \dots 99 \dots / 99 \dots$