Institut National des Postes
et Télécommunications
RABAT

Concours d'accès en deuxième année du Cycle d'Ingénieurs d'Etat

INPT – Rabat – 10 Juillet 2003

NOM :	PRENOM : ....
N° CIN :	N° PLACE : ....

QCM DE MATHEMATIQUES
DUREE : 1 H 45

<u>Ce fascicule comporte 16 questions</u>

DIRECTIVES

- Aucun feuillet ne doit être séparé du fascicule de questions qui sera rendu impérativement avec les réponses pour valider le QCM
- Un seul fascicule est distribué par candidat
- L'usage de la calculatrice est interdit
- Pour chaque question, il y a 3 propositions numérotées 1, 2 et 3
- Il y a toujours une bonne réponse et une seule parmi les 3 proposées
- Répondez au QCM en utilisant le « Document Réponse » qui se trouve à la fin du fascicule
- Pour chaque question de la grille de réponses du « Document Réponse », remplissez la case correspondante par le numéro de la proposition que vous jugez bonne

BAREMES ET EVALUATION

- Réponse exacte : 1 point
- Réponse inexacte ou réponse multiple : 0 point
- Absence de réponse : 0 point

MATHEMATIQUES (SERIE 3)

Q 1: La transformée de Fourier de la distribution tempérée définie par $f(x) = \sin(2\pi a x)$, $a \in IR$, est donnée par:

1) $\frac{\delta_a - \delta_{-a}}{2i}$
2) $\frac{\delta_{2\pi a} - \delta_{-2\pi a}}{2i}$
3) $\frac{\delta_{\frac{a}{2}} - \delta_{-\frac{a}{2}}}{2i}$

Q 2: La transformée de Fourier de la suite de distributions tempérées définie par $f_n(x) = (\cos \frac{x}{\sqrt{n}})^n$, pour $n \in IN^*$, converge dans S' (espace des distributions tempérées sur IR) vers:

1) $\sqrt{2\pi}\ e^{-\pi x^2}$
2) $e^{-2\pi x^2}$
3) $\sqrt{2\pi}\ e^{-2\pi x^2}$.

Q 3: On considère l'équation différentielle (E): $y' + y = f$, avec $f(t) = e^{-t}$, pour $t > 0$ et nulle pour $t < 0$. La transformée de Laplace de la solution de (E) nulle pour $t < 0$ et vérifiant $y(0) = 1$ est donnée par:

1) $\frac{p+2}{(p+1)^2}$
2) $\frac{1}{(p+1)^2}$
3) $\frac{p-1}{(p+1)^2}$

Q 4: La distribution "peigne de Dirac" $\Delta = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - na)$, a réel quelconque, et sa transformée de Fourier vérifient:

1) $\Delta = \frac{1}{a} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2i\pi n t}{a}}$ et la transformée de Fourier de Δ est donnée par $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - na)$
2) $\Delta = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} e^{-2i\pi a n t}$ et la transformée de Fourier de Δ est donnée par $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - \frac{n}{a})$
3) $\Delta = \frac{1}{a} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{2i\pi n t}{a}}$ et la transformée de Fourier de Δ est donnée par $a \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} e^{-2i\pi a n f}$

Q 5 : La série entière $\sum \frac{z^n}{n!} \cos(n\theta)$ $(n \geqslant 0)$:

1) Converge uniformément pour tout réel θ vers $e^{z\cos(\theta)} \sin(z \sin\theta)$
2) Converge uniformément pour tout réel θ vers $e^{z\cos(\theta)} \cos(z \sin\theta)$
3) Est le développement en série de Fourier de $e^{z\cos(\theta)} \sin(z \sin\theta)$

Q 6 : La série donnée par $g(z) = 1 - 3\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2^{n-1}}{z^n} + 8\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{3^{n-1}}{z^n}$ est le développement en série de Laurent de la fonction $f(z) = \frac{z^2-1}{(z+2)(z+3)}$ sur le domaine suivant:

1) $|z| < 2$
2) $2 < |z| < 3$
3) $|z| > 3$

Q 7 : L'intégrale $\int_{C^+} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z+1} dz$, C^+ étant un cercle de centre O et de rayon $r > 1$ parcouru dans le sens trigonométrique direct, vaut:

1) $2i\pi(1 - \frac{1}{e})$
2) $2i\pi(\frac{1}{e} - 1)$
3) $2i\pi$

Q 8 : Soit $f(t) = 1$ sur $[-a, a]$ avec $a > 0$ et nulle en dehors de $[-a, a]$. Le produit de convolution $f * f$ est:

1) continu sur IR à support inclus dans $[-2a, 2a]$
2) discontinu en $-a$ et a à support inclus dans $[-2a, 2a]$
3) dérivable sur IR à support inclus dans $[-2a, 2a]$

Q 9 : Soit F et G des sous-espaces vectoriels de dimensions finies d'un espace de Hilbert E. On note p_F et p_G les projections othogonales respectivement sur F et G. Si $F \subset G$ on a:

1) $p_G \circ p_G = p_G$ et $p_G \circ p_F = p_F$
2) $p_G \circ p_F = p_F \circ p_G = p_G$
3) $(I - p_G)(I - p_F) = I - p_G$ (I : opérateur identité)

Q10 : Soit E un espace de Hilbert muni du produit scalaire $< .,. >$ et (x_n) une suite de E. On dit que (x_n) converge faiblement vers un élément $x \in E$, ce qu'on note $(x_n) \rightharpoonup x$, si pour tout $y \in E$, on a $< y, x_n > \to < y, x >$. On suppose que $(x_n) \rightharpoonup x$ et $\|x_n\| \to \|x\|$. On a:

1) La convergence de (x_n) implique la convergence faible de (x_n) et la limite x peut ne pas être unique
2) La convergence faible de (x_n) implique la convergence de (x_n) et la limite x est unique
3) Il existe des formes linéaires de E qui ne peuvent pas se mettre sous forme d'un produit scalaire

Q11 : Soit f impaire, 2π périodique, définie sur $]0, \pi[$ par $f(t) = 1$, $f(0)$ et $f(\pi)$ étant quelconques. On a:

1) $f(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4}{\pi(2p+1)} \sin(2p+1)t$ sur $]0, \pi[$ et $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$
2) $f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{\pi(2p+1)} \sin(2p)t$ sur $]0, \pi[$ et $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$
3) $f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{\pi(2p+1)} \sin(2p+2)t$ sur $]0, \pi[$ et $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = 0$

Q12 : La transformée de Fourier de la fonction f_a définie par $f_a(x) = \frac{a}{\pi(a^2+x^2)}$ $(a > 0)$ est donnée par:

1) $F_a(t) = e^{-\pi a|t|}$
2) $F_a(t) = e^{-2\pi a|t|}$
3) $F_a(t) = e^{-2\pi \frac{|t|}{a}}$

Q13: La transformée de Laplace de la fonction f_a nulle pour $t < 0$ et égale à $\frac{1}{a}e^{-\frac{t}{a}}(a > 0)$ pour $t \geq 0$, vaut:

1) $\frac{1}{ap+1}$ pour $\mathrm{Re}(p) > -\frac{1}{a}$
2) $\frac{1}{p+\frac{1}{a}}$ pour $\mathrm{Re}(p) > -\frac{1}{a}$
3) $\frac{1}{ap+1}$ pour $\mathrm{Re}(p) < \frac{1}{a}$

Q14: La limite dans $\mathcal{D}'$ (espace des distributions sur IR) de la suite de fonctions $f_n(t) = ne^{-n|t|}$, quand $n \to \infty$, vaut:

1) 0
2) δ (δ : Distribution de Dirac)
3) 2δ

Q15: La dérivée dans $\mathcal{D}'$ (espace des distributions sur IR) de la fonction $f(t) = Y(t)\cos(t)$, avec $Y(t) = 1$ pour $t > 0$ et $Y(t) = 0$ pour $t < 0$, est donnée par:

1) $-Y(t)\sin(t) + 2\delta$
2) $-Y(t)\cos(t) - \delta$
3) $-Y(t)\sin(t) + \delta$

Q16: L'inverse de convolution dans $\mathcal{D}'_+$ (espace des distributions causales sur IR) de la distribution $\delta'' - 5\delta' + 6\delta$ (i.e., la distribution $T \in \mathcal{D}'_+$ telle que $T * (\delta'' - 5\delta' + 6\delta) = \delta$), est donné par:

1) $T = Y(t)(e^{3t} - e^{2t})$
2) $T = Y(t)(e^{t} - e^{2t})$
3) $T = Y(t)(e^{3t} - e^{t})$

Document Réponse

Partie Mathématique

SERIE 3

Questions	Réponse :1,2 ou 3	Note
Q1		
Q2		
Q3		
Q4		
Q5		
Q6		
Q7		
Q8		
Q9		
Q10		
Q11		
Q12		
Q13		
Q14		
Q15		
Q16		