المعهد الوطني للبريد والمواصلات السلكية واللاسلكية
INSTITUT NATIONAL DES POSTES ET TELECOMMUNICATIONS

**CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE
DU CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT
27-06-2002**

Epreuve de PHYSIQUE
(Durée :3Heures)

Avertissement

- Les 3 problèmes doivent être traités sur des feuilles séparées.
- L'appréciation des copies tient compte de la rigueur, de la clarté des raisonnements et de la présentation.
- Encadrer vos résultats.
- Ecrire avec un stylo à bille ou à encre, bleu ou noir.

ANRT
AGENCE NATIONALE DE RÉGLEMENTATION DES TÉLÉCOMMUNICATIONS

Problème1 : Etude géométrique d'une fibre à saut d'indice

Les fibres optiques sont des guides de lumière (on dit que la lumière est guidée si elle est contrainte de se propager toujours à l'intérieur de la fibre). Elles sont utilisées notamment en génie des télécommunications pour la transmission de l'information, et en médecine pour les endoscopies. Les lois de l'optique géométrique, concernant la propagation de la lumière dans des milieux d'indice variable, expliquent leur Fonctionnement.

On supposera que la lumière utilisée est monochromatique.

Une fibre optique est généralement constituée d'un fil transparent d'indice de réfraction n entouré d'une gaine transparente d'indice de réfraction $n_1 < n$. Les deux milieu sont supposés homogènes et isotropes. De la symétrie de révolution cylindrique on se contente de faire l'étude dans un plan contenant l'axe Ox de la fibre (figure 1) .

La célérité de la lumière dans le vide est $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

Un rayon lumineux se réfléchit alternativement sur le dioptre et fait un angle θ avec l'axe Ox

$(0 \leq \theta \leq \pi/2)$.

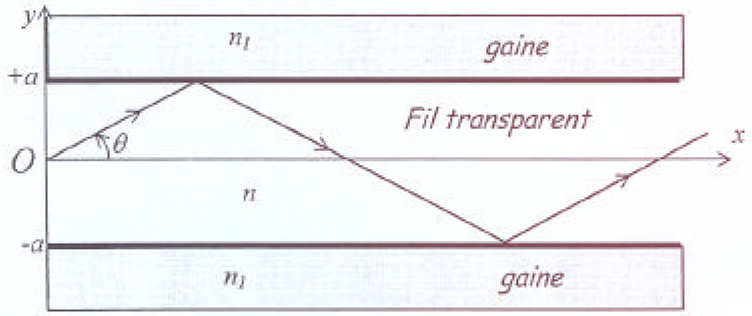

Figure 1

1) a) Soit λ la longueur d'onde, dans le vide, de la lumière utilisée. A quelle condition peut on utiliser l'approximation de l'optique géométrique ?

b) $\lambda = 1{,}00$ µm, $n = 1{,}50$, $a = 50$ µm. la condition précédente est-elle vérifiée ?

c) Si la condition de l'optique géométrique n'est pas vérifiée de quel caractère de la lumière doit-on tenir compte ?

2) a) Enoncer les lois de Snell Descartes de la réfraction.

b) Rappeler la définition de l'angle limite de réfraction.

c) Montrer qu'il n'y a absence de rayon réfracté dans le milieu extérieur d'indice n_1 que si θ est compris entre 0 et θ_1.

Exprimer θ_1 en fonction de n_1 et de n.

d) Application : $n = 1{,}50$, $n_1 = 1{,}49$. Calculer θ_1.

3) On rappelle qu'un signal lumineux se propage le long d'un rayon lumineux à la vitesse $v = \frac{c}{n}$.

Un signal est émis au point O d'abscisse 0 à l'instant 0. Il se propage selon le trajet représenté sur la figure 1 et il est perçu à l'instant τ par un détecteur placé à l'abscisse x.

Exprimer τ en fonction de c, θ, n et x.

4) L'angle θ peut prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et θ_1, τ aussi est compris entre τ_0 et $\tau_0 + \Delta\tau$.

a) Exprimer $\Delta\tau$ en fonction de c, θ_1, n et x.

b) l'intensité lumineuse de la source est une fonction du temps périodique $I(t)$ de période T représentée sur la figure 2.

La durée de chaque impulsion est très brève devant la durée T qui sépare deux impulsions.
La source étant en O, le détecteur est placé à l'abscisse x.

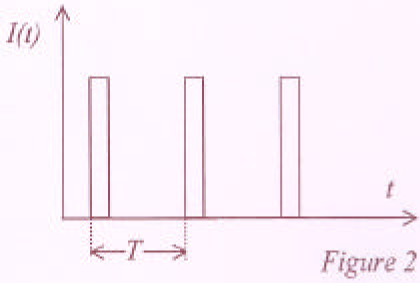

Figure 2

Soit $I'(t)$ l'intensité lumineuse perçue par le détecteur.

Représenter sommairement la fonction $I'(t)$, en régime permanent, pour deux valeurs x_1 et x_2 de x tel que $\Delta\tau(x_1) < T$ et $\Delta\tau(x_2) > T$.

c) Soit T_m la valeur minimale de T au dessous de laquelle, au niveau du détecteur situé à la distance x, il n'existe plus de plage d'intensité I' nulle entre deux impulsions.

Exprimer T_m en fonction de c, n, n_1 et x.

d) Quelle conclusion peut-on tirer, concernant la transmission des signaux à grande distance ?

e) Application : $n = 1{,}50$, $n_1 = 1{,}49$, $x = 1{,}0$ km. Calculer T_m ainsi que l'ordre de grandeur du débit maximal du guide exprimé en nombre d'impulsions par seconde ?

Problème 2 : Etude thermodynamique d'un fusible électrique.

Un fil électrique cylindrique, de longueur L et de rayon $a << L$, de conductivité électrique σ est parcouru par un courant électrique de vecteur densité $\vec{j} = j\vec{u}_z$ uniforme. On se place en régime stationnaire. On suppose le fil très long de telle sorte que la température ne dépend que de r en coordonnées cylindriques et on note λ la conductivité thermique du matériau constituant le fil supposé isotrope.

1) a) Rappeler la loi de Fourier de la conduction thermique. Que signifie le signe (-) dans cette loi ?

b) Préciser les unités des grandeurs intervenant dans cette loi.

2) a) Donner l'expression de la puissance volumique cédée à la matière par un champ électrique $\vec{E}$ en fonction de $\vec{E}$ et $\vec{J}$ puis en fonction de j et σ.

b) Exprimer la loi locale de conservation de l'énergie thermique en régime permanent en tenant compte de la puissance thermique volumique produite par effet joule dans le conducteur.

3) A partir des équations précédentes ou bien en faisant un bilan pour la couronne comprise entre r et $r+dr$ en régime permanent, montrer que la température est solution de l'équation :

$$\frac{\lambda}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{j^2}{\sigma}=0.$$

r représente la distance du point considéré à l'axe.

4) En déduire que $T(r)$ est de la forme : $T(r)=-\frac{j^2 r^2}{4\sigma\lambda}+\alpha\ln r+\beta$

et justifier que nécessairement $\alpha = 0$.

Quel est le point dont la température est la plus élevée notée T_{max} ? Etait-ce prévisible ?

5) On suppose que l'atmosphère impose $T(r = a) = T_0$ et on se donne la température de fusion T_F du métal. On précise que la fusion commence lorsque $T_{max} = T_F$

a) Déterminer l'expression de β.

b) En déduire comment varie le rayon a_M d'un fil destiné à réaliser un fusible fondant pour un courant d'intensité I_M ?

6) En réalité le fil évacue vers l'atmosphère une puissance thermique :

$$\varphi = 2\pi a L\, h(T(a) - T_0)$$

où h est une constante telle que $ah \ll \lambda$. En déduire comment varie le rayon a_M d'un fil destiné à réaliser un fusible fondant pour un courant d'intensité I_M.

On rappelle que : $div(\overrightarrow{grad}\,f)=\Delta f$ *avec* $\Delta f(r)=\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{df(r)}{dr}\right)$ *lorsque f ne dépend que de r en coordonnées cylindriques.*

Problème 3 : Etude d'un milieu à polarisation électronique

On considère un milieu infini, isotrope et contenant des électrons mobiles de masse m, de charge $-e$ et lié à un ion fixe de charge $+e$. On désigne par n le nombre d'électrons ou d'ions positifs par unité de volume. On soumet un tel milieu à une onde plane progressive harmonique (O.P.P.H) électromagnétique polarisée réctilignement de pulsation ω.

La vitesse v des électrons reste assez faible devant la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide $(v \ll c)$.

1) a) Rappeler les expressions, en notation complexe, du champ électrique $\vec{E}$ et du champ magnétique $\vec{B}$ associés à cette onde.

b) A partir des équations de Maxwell établir la relation de structure d'une (O.P.P.H) dans le vide.

En déduire la relation entre les modules de $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

2) a) Exprimer la force magnétique $\vec{F}_m$ et la force électrique $\vec{F}_e$ qui agissent sur un électron dans le champ électromagnétique ($\vec{E}$, $\vec{B}$).

b) Calculer le rapport des modules de ces deux forces.
Justifier que $\vec{F}_m$ est négligeable devant $\vec{F}_e$.

Dans la suite on néglige la force magnétique.

Chaque ion exerce, sur l'électron qui lui est associé, une force de rappelle $\vec{F}_r = -\beta\vec{r}$ où β est une constante et $\vec{r}$ représente le déplacement de l'électron par rapport à sa position d'équilibre en l'absence de champ extérieur.

Nous admettrons que le champ électrique qui agit sur chaque électron n'est pas le champ de Maxwell $\vec{E}$ mais un champ dit local et noté $\vec{E}_l$ lorsque les milieux sont faiblement polarisés, ce champ s'exprime en fonction du champ de Maxwell $\vec{E}$ et du vecteur polarisation $\vec{P}$ de la façon suivante :

$$\vec{E}_l = \vec{E} + \vec{P}/(3\varepsilon_0)$$

3) Chaque couple (ion positif, électron) forme un dipôle électrique de moment $\vec{p} = -e\vec{r}$
Exprimer le vecteur polarisation $\vec{P}$ en fonction de e, $\vec{r}$ et n. Quelle est l'unité de $\vec{P}$?

4) Ecrire l'équation du mouvement d'un électron.

5) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\vec{P}$.

6) On cherche une solution en régime permanent de la forme $\vec{P} = \vec{P}_0\, e^{j(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ où $\vec{k}$ est le vecteur d'onde.

Montrer que : $m(\omega_l^2 - \omega^2)\,\vec{P}_0 = n\,e^2\,\vec{E}_0$ où $\vec{E}_0$ est l'amplitude du champ $\vec{E}$.

Exprimer ω_l^2 en fonction de β, m, n, e et ε_0.

7) Donner la relation entre la susceptibilité relative $\chi(\omega)$, $\vec{P}_0$, ε_0 et $\vec{E}_0$.

En déduire $\chi(\omega)$ puis la permittivité électrique relative ε_r en fonction de n, e, m, ω et ω_1 .

8) a) Représenter ε_r en fonction de ω.

b) Interpréter les cas limites $\omega = \omega_1$ et $\omega \to \infty$.

9) Au cours de son mouvement, l'électron rayonne de l'énergie dans le milieu, on peut modéliser le phénomène de dissipation énergétique par une force de frottement visqueux $\vec{F}_v = -h\vec{v}$ où h est une constante et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de l'électron.

Déterminer la nouvelle permittivité électrique relative ε_r . Représenter sa partie réelle en fonction de ω. Comparer au résultat précédent.